VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

ZESTIENDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1864.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Zestiende Deel.

1335-6

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1864.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

INHOUD

VAN HET

ZESTIENDE DEEL.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

Vergadering	gehouden	op	den	30sten	Mei	1863.	blz.	1.
"	"	"	"	27sten	Junij	"	"	160.
"	"	"	"	3den	October	"	"	280.
"	"	"	"	31sten	"	"	"	327.
"	"	"	"	28sten	November	"	"	369.

VERHANDELINGEN.

F. KAISER, Berigt omtrent de photographische onderzoekingen aan de Sterrewacht te Leiden . . . . blz. 13.

D. BIERENS DE HAAN, Bijdragen tot de Theorie der bepaalde Integralen, N°. IV—VII . . . . . " 28.

H. J. HALBERTSMA, Normaal en abnormaal Hermaphroditismus bij de Visschen. (*Met eene Plaat*) . . . " 165.

C. A. J. A. OUDEMANS, Mededeeling aangaande een bloeijenden Pandanus Spurius RUMPH. ♀ uit den Kruidtuin te Amsterdam . . . . . " 179.

H. C. VAN HALL, Opmerkingen over eenige plantaardige geneesmiddelen uit Java . . . . . " 188.

CL. MULDER, Over het buitengewoon uitgroeijen van de snijtanden bij verschillende knaagdieren. (*Met twee Platen*) . . . . . " 206.

F. W. CONRAD, Tegenwoordige stand der werken van het Kanaal van Suez. (*Met eene Kaart*) . . . . blz. 226.

C. A. J. A. OUDEMANS, Mededeeling aangaande een bloeijend exemplaar van Encephalartos Altensteinii LEHM. ♂ uit den Kruidtuin te Amsterdam . . . „ 251.

——————— Over de beteekenis der verhevenheden aan de oppervlakte der zaden van Strychnos nux Vomica Z. . . . . „ 260.

——————— Over de groefjes (Foveolae) aan de oppervlakte der bladen van Pleurothallis, Bulbophyllum en Stelis . . . . . „ 269.

C. H. D. BUYS BALLOT, Over het vormen van de vergelijkingen tusschen de zijde en de diagonalen van een regelmatigen n-hoek en hare eigenschappen . . „ 293,

——————— Sur la pression moyenne de l'Atmosphère en plusieurs lieux de l'Europe . . . . „ 335.

P. BLEEKER, Notice sur la Faune Ichthyologique de Siam . . . . . „ 352.

P. BLEEKER, Deuxième notice sur la Faune Ichthyologique de l'île de Saparoua . . . . . blz. 359.

——— Notice sur quelques Poissons de l'île Grand-Key . . . . . „ 362.

——— Notice sur quelques Poissons de l'île de Noussa-Laut . . . . . „ 364.

——— Notice sur la Faune Ichthyologique des îles Arou . . . . . „ 366.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

Zestiende Deel. — Eerste Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1863.

California Academy of Sciences

Presented by Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Amsterdam.

January, 1907.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 30sten MEI 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, R. VAN REES, C. A. J. A. OUDEMANS, C. J. MATTHES, W. VROLIK, A. W. M. VAN HASSELT, R. LOBATTO, F. J. STAMKART, J. G. S. VAN BREDA, A. H. VAN DER BOON MESCH, L. J. A. VAN DER KUN, P. ELIAS, F. W. CONRAD, P. HARTING, J. W. L. VAN OORDT, J. VAN GEUNS, W. C. H. STARING, C. H. D. BUYS BALLOT, F. KAISER, J. VAN DER HOEVEN, E. H. VON BAUMHAUER, N. W. P. RAUWENHOFF, J. BOSSCHA JR.

Het Proces-Verbaal der Gewone Vergadering van den 24sten April j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Wordt gelezen een brief van den Heer SNELLEN VAN VOLLENHOVEN (Leiden, 28 Mei 1863), waarin, onder verontschuldiging over het niet bijwonen dezer vergadering, ter kennisneming en ter plaatsing

in de boekerij wordt aangeboden eene *Monographie des Scutellérides de l'Archipel Indo-Neerlandais*, welke verdient beschouwd te worden als eersteling eener door den schrijver te bewerken entomologische Fauna van onze Oost-Indische bezittingen. Wordt tot plaatsing in de boekerij en tot schriftelijke dankzegging besloten.

Worden gelezen brieven van de Heeren BLEEKER en CL. MULDER, ter verontschuldiging over het niet bijwonen dezer vergadering. — Aangenomen voor berigt.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 25 April 1863, N°. 3710); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 6 Mei 1863); 3°. E. J. BRILL (Leiden, 30 April 1863); 4°. H. W. SCHROEDER VAN DER KOLK (Maastricht, 17 Mei 1863); 5°. J. TIDEMANN ('s Gravenhage, 26 Mei 1863, N°. 584); 6°. QUETELET, Secrétaire perpétuel de l'Académie royale des Sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique (Brussel, 12 Mei 1863); 7°. J. ROSENTHAL, zweiter Secretär der Physicalisch-Medicinischen Gesellschaft in Würzburg (Wurzburg, 20 April 1863); 8°. WEITENWEBER, beständ. Secretär der Konigl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften (Praag, 28 Maart 1863).

Wordt tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij en tot schriftelijke dankzegging besloten.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('sGravenhage, 25 April 1863, 5e Afd. N° 215); 2°. H. VOLLENHOVEN, Referendaris, Chef der 5e Afdeeling bij het Departement van Binnenlandsche Zaken ('sGravenhage, 25 April 1863); 3° VAN DER MAESEN DE SOMBREFF ('sGravenhage, 25 April 1863, N°. 3868); 4°. Minister van Justitie ('sGravenhage, 27 April 1863, A. S. N°. 98); 5°. Minister van Oorlog ('sGravenhage, 8 Mei 1863, N°. 45); 6°. Minister van Koloniën ('sGravenhage, 28 April, lett. Atr N°. 22); 7°. Minister van Marine ('sGravenhage, 27 April 1863, litt. A, N°. 13); 8°. Directeuren der Nederlandsche Handelmaatschappij (Amsterdam, 30 April 1863); 9°. BERGMAN, Tweeden Bibliothecaris der Leidsche Hoogeschool (Leiden, 29 April 1863); 10°. P. J. VERMEULEN, Bibliothecaris der Hoogeschool te Utrecht (Utrecht, 24 April 1863); 11°. W. A. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Hoogeschool te Groningen (Groningen, 7 Mei 1863); 12°. P. NIJHOFF, Bibliothecaris der openbare Bibliotheek te Arnhem (Arnhem, 30 April 1863); 13°. D. BUDDINGH, Bibliothecaris der Koninkl. Akademie te Delft (Delft, 1 Mei 1863, N°. 135); 14°. W. J. A. HUBERT, Archivaris en Bibliothecaris der stad Zutphen (Zutphen, 25 April 1863); 15°. EELCO VERWIJS, Archivaris-Bibliothecaris der provincie Friesland (Leeuwarden, 27 Mei 1863); 16°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap te Utrecht (Utrecht, April 1863); 17°. J. TIDEMANN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs ('sGravenhage,

27 April en 21 Mei 1863, N°. 508 en 574); 18°. N. MEES en H. MULLER, Voorzitter en Secretaris der Hoofd-Commissie van het Rotterdamsch Leeskabinet (Rotterdam, 27 April 1863); 19°. POLMAN KRUSEMAN, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap van Wetenschappen (Middelburg, 25 April 1863); 20°. J. ENSCHEDÉ, Secretaris van het tweede Genootschap van TEYLER's stichting (Haarlem, 25 April 1863); 21°. J. A. VAN EYK, Secretaris der Vereeniging voor Volksvlijt (Amsterdam, 29 April 1863); 22°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 7 en 23 Mei 1863, N°. $\frac{135}{1227}$, $\frac{135}{1236}$); 23°. J. W. GUNNING, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, 4 Mei 1863); 24°. D. F. VAN DER PANT, Eersten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 24 Mei 1863); 25°. B. F. MATTHES, Correspondent der Akademie (Makasser, 14 Maart 1863); 26°. H. HELMHOLTZ, Buitenlandsch lid der Akademie; 27°. J. C. CONESTABILE, Buitenlandsch lid der Akademie (Orleans, 28 Mei 1863); 28°. QUETELET, Secrétaire perpétuel de l'Académie royale des Sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique (Brussel, 14 Januarij 1863); 29°. ROSENTHAL, Zweiter Secretär der Physicalisch-Medicinischen Gesellschaft in Würzburg (Wurzburg, 1 Februarij 1863); 30°. W. R. WEITENWEBER, best. Secretär der Königl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften (Praag, 15 April 1863); 31°. J. P. LESLEY, Secretaris en Bibliothecaris der American Philosophical Society te Philadelphia (Philadelphia, 17

September 1862); 32°. RENARD, Secretaris der Société impériale des Naturalistes de Moscou (Moscou, 22 April 1863).

Wordt besloten al deze brieven aan te nemen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 4 Mei 1863, N°. 144, 5e Afdeeling), ten geleide van een brief van de directie van het mineraliën-kabinet te Weenen, betreffende het meteoorverschijnsel van 4 Maart j.l. De Secretaris berigt, dezen brief in handen gesteld te hebben van de H.H. VON BAUMHAUER en BUYS BALLOT, die de Afdeeling zullen dienen van ontwerp-antwoord aan den Minister.

Op noodiging van den Voorzitter, draagt de Heer VON BAUMHAUER, ook in naam van den Heer BUYS BALLOT, het volgend ontwerp voor:

De Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen werd door Uwe Excellentie bij missive van 15 April j.l. 5de Afdeeling N°. 172 uitgenoodigd, tot mededeeling van haar gevoelen omtrent het antwoord te geven op eene missive van Zijner Majesteits Gezant te Weenen, van 31 Maart j.l., betrekkelijk een verzoek van den Directeur van het mineralogisch kabinet van Weenen Dr. MOREZ HÖRNES, om mededeelingen omtrent het in ons Vaderland op 4 Maart dezes jaars des avonds ten 7 ure waargenomen meteoorverschijnsel, alsmede tot verkrijging voor genoemd kabinet van een gedeelte van den meteoorsteen, indien een zoodanige was gevonden.

Als vervolg op genoemde missive ontving de Afdeeling

eene tweede missive van Uwe Excellentie in dato 4 Mei 1863, 5de Afdeeling No. 144, over hetzelfde onderwerp, waarbij missiven gevoegd waren van genoemden Directeur Dr. M. HÖRNES, en van den Hofrath HAIDINGER.

Onder terugzending der door Uwe Excellentie toegezonden stukken, heeft de Afdeeling de eer aan Uwe Excellentie mede te deelen, dat uit al de door de Akademie ingewonnen berigten met groote waarschijnlijkheid het besluit kan getrokken worden, dat op 4 Maart j.l. een meteoorsteenval heeft plaats gehad in de provincie Noord-Brabant; de juiste plaats, waar die val geschied is, kan uit den aard der zaak moeijelijk opgegeven worden, dewijl het verschijnsel onverwacht plaats vindt, en het dus een toeval is, wanneer het waargenomen wordt door personen, wier bepaling van rigting, afstand, hoogte, enz. vertrouwen verdient.

Onder de vele berigten, bij een lid dezer Afdeeling ingekomen, blijven de meest juiste de waarnemingen te Utrecht, te 's Hertogenbosch, te Horst bij Venlo en te Maastricht, met de waarneming te Enkhnizen, bij een ander lid ingezonden, volgens welke op den 4den Maart j.l. te 6 ure 55 min. des namiddags, juisten middelbaren tijd van Amsterdam, zich eensklaps een helder licht verspreidde en uit het N.N.W. een vuurbol te voorschijn kwam, die in het eerst bijna den dubbelen diameter der maan had. Aan den zuidelijken horizon was hij tot op $\frac{1}{15}$ van den oorspronkelijken diameter verminderd, en de kleur, die aanvankelijk blaauwachtig wit was, in een vurig rood veranderd. Onder het nederdalen spatteden er kleine vuurstralen uit den bol, terwijl even boven den horizon een dikke, donkerbruine damp opging. Van geraas heeft men te Enkhuizen niets gehoord.

De reden waarom alleen deze waarneming uitvoerig vermeld wordt is daarin gelegen, dat de eerstgenoemde reeds

in een bijzonder schrijven aan den Heer HAIDINGER zijn medegedeeld en dat zij met het geheel der ingekomen berigten te vinden zijn in het *Wochenblatt für Astronomie, Meteorologie und Geographie* von Professor HEIS N°. 18, 19 en 20, en in een stukje door Dr. KRECKE bewerkt, waarvan een afdruk aan Uwe Excellentie voor den Heer HAIDINGER zal worden gezonden.

Professor Dr. E. HEIS te Munster heeft uit de meest geloofwaardige waarnemingen, die hem grootendeels door leden onzer Afdeeling zijn medegedeeld, den loop van dat meteoor berekend, en is tot het besluit gekomen, dat zijn val heeft plaats gevonden tusschen Breda en Tilburg, ongeveer in de rigting van 's Gravenduinkapel links naar Alphen.

Weder heeft zich de bij meteoorverschijnselen zeer gewone zinsbegoocheling voorgedaan, dat ieder waarnemer, zelfs zij die op een zeer aanmerkelijken afstand waren van de plaats waar de steen vermoedelijk is gevallen, b.v. in Groningen, Gelderland, Noord-Holland, Utrecht enz., gemeend heeft een gloeijend ligchaam op zeer korten afstand van de plaats van waarneming op de aarde te zien neêrvallen, zoodat velen zijn gaan zoeken, en zoo zij eene steenmassa vonden, die iets voor hen ongewoons vertoonde, die voor een meteoorsteen hebben gehouden. Deze zijn echter allen door een lid onzer Afdeeling, die eene meer bepaalde studie van meteoorsteenen en meteoorijzermassen heeft gemaakt, onderzocht; hare zamenstelling en struktuur bewezen genoegzaam haren aardschen oorsprong, zoodat de bij dit natuurverschijnsel vermoedelijk gevallen steen of steenen, zooverre aan de Afdeeling bekend is, tot op dit oogenblik niet zijn gevonden.

De groote waarschijnlijkheid, dat één of meer meteoorsteenen op 4 Maart in de provincie Noord-Brabant zijn gevallen, en de wetenschappelijke waarde, welke gehecht

wordt [aan het onderzoek van deze nu en dan op onze aarde vallende meteoormassa's, hebben reeds eenige leden onzer Afdeeling aan wetenschappelijke personen aldaar doen schrijven met verzoek om nasporingen te willen bevorderen

Daar echter deze steenen bij hunnen val eene groote snelheid hebben en dus zeer diep in losse gronden kunnen indringen, zoude een zoeken naar steenen op de oppervlakte van den bodem tot geen resultaat leiden. Aan den landbouwer moet worden gevraagd, of hij zich ook herinnert bij het bewerken van zijn land na 4 Maart j.l. eene ongewone holte of gat in den grond te hebben ontwaard, terwijl de grond rondom dit gat was opgeworpen. Was dit het geval, zoo zoude het uitgraven van den grond op die plaats tot ongeveer eene el diepte, mogelijk tot het vinden der voor ons nog verloren meteoorsteen of steenen of ijzermassa's kunnen leiden. Deze nasporingen zijn echter tot nu toe vruchteloos gebleven.

De Afdeeling hoopt, dat het persoonlijk onderzoek van Professor HEIS, die, volgens schrijven aan een lid der Afdeeling, op dit oogenblik Noord-Brabant doorreist, met een beter gevolg moge bekroond worden, en dat het dezen ijverigen natuuronderzoeker moge gelukken, door het vinden van eene meteoormassa, te bewijzen, dat de door hem berekende loopbaan van den vuurbol de ware is.

Indien werkelijk eene meteoormassa wordt gevonden, zal de Afdeeling haren invloed gebruiken tot het verkrijgen van een stuk daarvan voor het Mineralogisch Kabinet van Weenen.

Op het voorlezen van dit ontwerp volgt eene wetenschappelijke wisseling van gedachten, waaraan de H.H. J. VAN DER HOEVEN, VON BAUMHAUER, VAN BREDA, KAISER, BOSSCHA, BUYS BALLOT deel nemen.

Daarin worden ter spraak gebragt het gemis van bewijs dat de meteoorsteen in Noord-Brabant gevallen is; de mogelijkheid, dat zulks elders kan plaats gehad hebben; de onvoldoende bepaling der grootte van het meteoor; de wijze, waarop de slag na het uiteenspatten ontstaat, enz.

Na sluiting der beraadslaging, vereenigt de vergadering zich eenpariglijk met het ontwerp en wordt tot de verzending daarvan aan den Minister van Binnenlandsche Zaken besloten.

De Secretaris berigt, met schrijven van de H.H. C. en P. VAN DER STERR (Helder en Amsterdam, 11 Mei 1863), ontvangen te hebben Tabellen van waargenomen waterhoogten, welke hij der Commissie *over de daling van den bodem in Nederland* ter hand heeft gesteld.

Wordt gelezen een brief van den Heer BLEEKER, ten geleide van een *Notice sur le genre Ichthyophis* LESS., *et sur l'Ichthyophis tigrinus et l'Ichthyophis pantherinus de* LESSON, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*. Zij wordt in handen gesteld van de Commissie van Redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer BUYS BALLOT ten geleide voor de *Verslagen en Mededeelingen* eener Verhandeling *Over het vormen van de vergelijkingen tusschen de zijden en de diagonalen van een*

regelmatigen n-hoek en hare eigenschappen. Zij wordt in handen gesteld der Commissie van Redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer CL. MULDER (Groningen, 28 Mei 1863), ten geleide eener Verhandeling, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen, Over het buitengewone uitgroeijen van de snijtanden bij verschillende knaagdieren.* Zij wordt gesteld in handen der Commissie van Redactie.

Worden gelezen twee brieven (Leeuwarden, 30 April en 1 Mei 1863) van den Heer J. G. OTTEMA, ten geleide eener Verhandeling *Over de beweging van de Zon en het Planetenstelsel in de ruimte zonder gravitatie verklaard.* Zij wordt gesteld in handen der Commissie van Redactie.

De Secretaris berigt, dat de Verhandelingen, aangeboden door de H.H. VAN HALL, BLEEKER, HALBERTSMA, BADON GHYBEN en BUYS BALLOT, door de Commissie van Redactie zijn aangenomen.

De Heer STARING spreekt *Over het voorkomen van diluviale gronden op Java,* en biedt daarover eene Verhandeling aan voor de *Verslagen en Mededeelingen,* welke wordt gesteld in handen der Commissie van Redactie.

De Heer OUDEMANS doet eene mededeeling over

Encephalartos Altensteinii LEHM., handelt voorts *Over de groefjes aan de oppervlakte der bladen van Pleurothallis, Bulbophyllum en Stelis*, en spreekt ten slotte *Over de beteekenis der Verhevenheden aan de oppervlakte der zaden van Strychnos nux vomica.*

Over het gesprokene ontstaat eene wisseling van gedachten tusschen de H.H. VAN DER BOON MESCH, OUDEMANS, VAN DER HOEVEN, VROLIK en HARTING, na wier sluiting de drie over gezegde onderwerpen voor de *Verslagen en mededeelingen* aangeboden Verhandelingen, worden gesteld in handen van de Commissie van Redactie.

De Heer BUYS BALLOT deelt mede, dat de Luit. t. Z. 2de Kl. H. A. SIRKS, aan boord van Z. M. Citadel van Antwerpen, in den morgen van den 24sten Januarij 1863, van half acht tot negen uur, op de reede van Soerabaya eene sterk ontwikkelde halo heeft waargenomen en met het sextant heeft gemeten. Dit is zeker in de tropische gewesten een ongewoon verschijnsel in die mate van ontwikkeling en verdient daarom zeer de aandacht. Er waren toch te zien de twee kringen A en B om de zon, bogen van de rakende cirkels (C) aan A en (D) aan B, de geheele horizontale witte ring door de zon gaande, 2° breed, met twee, drie sterk verlichte plaatsen, op 100° (120° langs den rug) ter weêrszijde van de zon en een tegenover de zon en gekleurde bijzonnen omstreeks de snijpunten van den cirkel A met dezen ring.

De breedte van A en D was 3°, van B en C 4°. De inwendige stralen van A en B waren $23\frac{1}{2}$ en

47°, van C en D 45° en ruim 20°, waarbij men in het oog moet houden, dat deze laatste wegens het niet zigtbaar zijn van hun middelpunt, op ruim 72° van de zon gelegen, nog moeijelijker waar te nemen zijn.

De bogen van C en B waren ieder ongeveer 60° lang, zoodat zij beiden bijna tot aan hunne wederkeerige ontmoeting zigtbaar waren; van A was de bovenste helft en van D bijna de onderste helft zigtbaar. Het zal de vraag zijn of het *Meteorologisch Journaal*, dat weldra in zal komen, ook voor de tropische gewesten eenigzins koudere dagen na dit verschijnsel zal vermelden, gelijk dit naar den regel in onze breedten plaats heeft.

Niemand heeft iets verder voor te dragen en de Vergadering wordt gesloten.

BERIGT

OMTRENT DE

PHOTOGRAPHISCHE ONDERZOEKINGEN

AAN DE

STERREWACHT TE LEIDEN.

DOOR

F. KAISER.

Reeds sedert eenige jaren heeft men zich beijverd om de photographie aan de sterrekunde dienstbaar te maken en van den uitslag dier pogingen is, in binnen- en buitenlandsche tijdschriften, een ophef gemaakt, alsof de photographie tot de grootste der weldaden behoorde, die der sterrekunde immer zijn te beurt gevallen. Een onbedrevene in de sterrekunde, die nooit een hemellicht door eenen goeden kijker heeft beschouwd, moge getroffen worden als hij, bij eene wereldtentoonstelling, een photographisch beeld van de zon of de maan ontmoet, en de geest des tijds moge het medebrengen alle nieuwigheden te aanbidden, de onbevooroordeelde beoefenaar der sterrekunde moet verklaren, dat de photographie tot heden voor die wetenschap nog slechts weinig vruchten heeft gedragen en dat die kunst verbazende vorderingen zal moeten maken, om, voor de sterrekunde, te kunnen beantwoorden aan de verwachtingen, die zij heeft opgewekt.

Mijn zoon Dr. P. J. KAISER heeft, in het Akademisch proefschrift over de toepassing der photographie op de sterrekunde, dat door hem in de maand Junij des verledenen jaars werd verdedigd, een historisch kritisch verslag gegeven van de pogingen, die men tot op dien tijd, voor het photographisch afbeelden van hemellichten, had aangewend. Uit dat geschrift kan het blijken aan hoe weinig voortbrengselen op dat gebied eenige wetenschappelijke waarde moet worden toegekend. De Heer WARREN DE LA RUE, in de nabijheid van Londen, slaagde, met zijn grooten spiegelteleskoop, boven alle anderen in het photographisch afbeelden der maan, waarop hij zich meer bepaaldelijk had toegelegd. BOND te Cambridge in Noord-Amerika en SECCHI te Rome, die hunne reuzenkijkers voor het photographisch afbeelden der maan hebben aangewend, kwamen hem het meest nabij, terwijl BOND zich veel moeite heeft getroost, om de photographie aan het uitmeten van heldere dubbele sterren dienstbaar te maken. Aan het Observatorium te Kew en aan de woning van den Hoogleeraar in de Godgeleerdheid, den Rev. W. SELWIJN, te Ely in het graafschap Cambridge, wordt de zon stelselmatig photographisch afgebeeld. Hebben deze pogingen eenige waarde voor de wetenschap, alle overige waren nutteloos en werden ook, vermoedelijk meer nog om hare moeijelijkheid dan om hare kostbaarheid, spoedig weder opgegeven.

De Heer WARREN DE LA RUE heeft iedereen in staat gesteld om te beoordeelen welke waarde thans aan het photographisch afbeelden van hemellichten moet worden toegekend. Hij heeft namelijk eenige zijner best gelukte afbeeldingen der maan overgegeven aan de photographen SMITH, BECK en BECK te Londen, opdat zij, tot stereoskopische paren, op glas, vereenigd, in den handel gebragt en voor iedereen verkrijgbaar zouden worden. Ik bezit zulk een paar stereoskopisch-photographische afbeeldingen

der maan, van den Heer WARREN DE LA RUE herkomstig, en eene daarvan is juist die van den 22sten Februarij 1858, welke door den Heer WARREN DE LA RUE, in het Athenaeum van den 7den Februarij dezes jaars, eene der volkomenste wordt genoemd, die hij tot stand heeft kunnen brengen. Vermoedelijk is die photographie in zich zelve niet minder volkomen dan de zeer groote photographiën der maan op papier, die door den Heer WARREN DE LA RUE in den laatsten tijd vervaardigd zijn, maar die ik nog niet beoordeelen kan, omdat de exemplaren, die de Heer WARREN DE LA RUE mij ten geschenke heeft gezonden, nog niet in mijne handen gekomen zijn. De genoemde kleine photographie is vervaardigd met eenen teleskoop, wiens verzilverde glazen spiegel eene opening heeft van 13 Eng. duimen, maar zij vertoont in de verste verte de bijzonderheden niet, die zich in de maan door zulk een werktuig regtstreeks laten waarnemen. In ons vaderland zijn honderde zakkijkers van MOLTENI verspreid, wier opening 19 Par. lijnen bedraagt en aan wie gewoonlijk eene sterrekundige oogbuis, met eene vergrooting van 50 malen, wordt toegevoegd. Zulk een zakkijker vertoont regtstreeks meer bijzonderheden bij de maan dan de genoemde photographie, en hetgeen zich door zulk een zakkijker regtstreeks laat waarnemen, kan alzoo beschouwd worden als reeds buiten de grenzen te liggen van het uiterste, dat de volkomenste photographische afbeeldingen van den tegenwoordigen tijd kunnen bereiken. Veranderingen op de oppervlakte der maan zouden, met betrekking tot die welke op de oppervlakte der aarde plaats hebben, al vrij groot moeten zijn, om zich door de meest vermogende kijkers van den tegenwoordigen tijd te kunnen openbaren, en er bestaat alzoo nog volstrekt geen uitzigt, dat die door de photographie zullen kunnen worden aangewezen. Ook door een' goeden zakkijker ziet men echter in de maan zoo vele oneffenhe-

den en schakeringen van tinten, dat die, zelfs door den grootsten kunstenaar, niet volledig en met juistheid zouden kunnen worden afgebeeld. Wil men, voor een wetenschappelijk doel, een klein gedeelte der maan zoo veel mogelijk in al de bijzonderheden afbeelden, die een vermogende kijker vertoont, zoo moet men tot het regtstreeksch zien zijne toevlugt nemen. Wil men vrienden der wetenschap een denkbeeld geven van het voorkomen, dat de maan, in haar geheel, door eenen kijker gezien, aanneemt, zoo zal men met eene photographie veel beter zijn doel bereiken, dan met de beste afbeeldingen der maan, die tot heden, op eene andere wijze, gegeven zijn. Terwijl de photographie, zelfs bij het gebruik van eenen zeer vermogenden kijker, niet meer vertoont dan zich door een' goeden zakkijker regtstreeks laat waarnemen, kan het photographisch afbeelden van planeten voor de sterrekunde geene waarde hebben.

Het photographisch afbeelden der zon belooft voor de sterrekunde veel meer dan dat van andere hemellichten. Omtrent het wezen der zon bestaat nog veel raadselachtigs, dat vermoedelijk, althans gedeeltelijk, zoude worden opgelost, indien men eene naauwkeurige kennis droeg van de veranderingen, die hare vlakken ondergaan. Duizende malen heeft men zonnevlakken afgebeeld, maar het is tot heden niet mogelijk geweest daaruit de geschiedenis van eene enkele zonnevlak, in eenige volledigheid, af te leiden. Het schijnt, dat die geschiedenis, wegens de zamengesteldheid en veranderlijkheid der zonnevlakken, alleenlijk door een stelselmatig photographisch afbeelden der zon kan worden verkregen, en voor de kennis van dat ligchaam zoude reeds veel worden gewonnen, al mogten de photographiën niet meer bijzonderheden doen kennen, dan door' een goeden zakkijker kunnen worden waargenomen. Er is veel gesproken en geschreven over de photographiën der zon, die aan het Observatorium te Kew, onder het bestuur van den Heer

WARREN DE LA RUE en gedurende eenigen tijd, aan diens bijzonder Observatorium te Cranford vervaardigd zijn, maar het is mij nog niet mogen gelukken eene dezer photographiën onder de oogen te krijgen. De Heer WARREN DE LA RUE had echter onlangs de goedheid, mij photographische kopijen te doen toekomen van de twee photographische afbeeldingen der totale zonsverduistering van den 18den Julij 1860, die, onder zijn bestuur, bij Rivabellosa in Spanje werden vervaardigd en aan welke door hem eene som van vier duizend gulden werd te koste gelegd. Die photographiën lijden inderdaad aan de onvolkomenheden, die mijn zoon, in zijn proefschrift, naar het wezen der zaak, bij haar veronderstelde, maar de Heer WARREN DE LA RUE heeft, met veel talent, die onvolkomenheden weten onschadelijk te maken. Hebben die photographiën niet veel meer dan de regtstreeksche waarnemingen geleerd, zij deden althans de uitkomsten, op twee geheel verschillende wijzen verkregen, elkander wederkeerig bevestigen.

Voor weinige weken schonk mij de Hoogleeraar SELWIJN een vijftal der photographische afbeeldingen van de zon, die door hem, in overeenstemming met het Observatorium te Kew, worden vervaardigd. Er zijn redenen om te gelooven, dat die photographiën tot de beste van den tegenwoordigen tijd behooren, maar het is niet te ontkennen, dat ook zij minder bijzonderheden vertoonen, dan door een' goeden zakkijker regtstreeks bij de zon kunnen worden waargenomen. Men zoude echter die photographiën geene hooge belangrijkheid kunnen ontzeggen. Twee van haar stellen de groep van buitengewoon groote vlakken voor, die zich, in de maand September des verledenen jaars, bij de zon vertoonden, en de veranderingen, welke die groep, in den tijd van drie dagen, heeft ondergaan, zoude door een regtstreeksch afbeelden niet ligtelijk met zoo veel juist-

1331 2

heid en zekerheid, als door die photographiën, worden aangewezen.

Moge het photographisch afbeelden van hemellichten niet allen in dezelfde mate bevredigen, in het algemeen wordt daaraan echter eene hooge waarde toegekend. Niet slechts door leeken, maar ook door beroemde sterrekundigen worden zij gehuldigd, die aan deze taak een deel van hunne krachten wijdden. De Royal Astronomical Society te Londen heeft, in het verledene jaar, den Heer WARREN DE LA RUE met hare gouden medaille van verdienste vereerd. De Staat van Groot Brittanje getroost zich belangrijke geldelijke opofferingen voor het photographisch afbeelden der zon, aan het Observatorium te Kew. De Royal Society te Londen heeft den Heer TITTERTON, den photograaph van den Hoogleeraar SELWIJN, eene jaarlijksche vergoeding van zes honderd gulden toegelegd. Groote toestellen voor het photographisch afbeelden der zon worden thans, door DALLMEIJER, ten behoeve van de sterrewachten te Wilna en te Florence vervaardigd. Zulke blijken van belangstelling zijn zekerlijk uitlokkend, maar de moeijelijkheden aan het photographisch afbeelden van hemellichten verbonden, door WARREN DE LA RUE en door anderen met zoo veel nadruk beschreven, zijn nog meer geschikt om afschrik te wekken. Inderdaad is geene verrigting in de sterrekunde meer wisselvallig, kostbaar en tijdroovend dan het photographisch afbeelden van hemellichten, en daaruit laat het zich verklaren, dat deze arbeid door velen ondernomen, maar door weinigen is doorgezet.

Het zoude niet in mijne gedachten zijn opgerezen, de werkzaamheden aan de sterrewacht te Leiden met het photographisch afbeelden van hemellichten te bezwaren, zoo niet eene toevallige omstandigheid daartoe van zelve aanleiding had gegeven. Dat afbeelden vordert, boven alles,

de medewerking van eenen hoogst geoefenden photograaph en BOND, SECCHI en SELWIJN werden ook door de meest beroemde photographen van hun land bijgestaan, terwijl zelfs WARREN DE LA RUE, ofschoon hij meester is in de kunst, een' photograaph aan zich verbonden heeft. Het zoude moeijelijk gevallen zijn te Leiden een photograaph te vinden, genegen om den tijd gedurende welken hij groote geldsommen kon verdienen, aan de sterrekunde te wijden, indien niet tot de bewoners der sterrewacht aldaar een wetenschappelijk gevormde, volijverige en zeer ervaren dilettant behoorde, die niet alleen geene belooning voor zijne diensten begeerde, maar zelfs bereid was om de niet onbelangrijke kosten zijner proefnemingen zelf te dragen. Mijn zoon Dr. P. J. KAISER, die reeds sedert eenige jaren zijne weinige vrije uren aan de beoefening der photographie had toegewijd en schoone photographische portretten en landschappen had vervaardigd, voldeed, toen de nieuwe sterrewacht te Leiden betrokken was, bereidwillig aan mijn aanzoek, om zijne krachten aan het photographisch afbeelden van hemellichten te beproeven. Elders was echter alles, te Leiden was niets voor het photographisch afbeelden van hemellichten ingerigt; elders kon men zich onverdeeld daaraan wijden, te Leiden kon slechts nu en dan een paar uren daarvoor worden uitgewoekerd; elders kan men zich in weelde baden, te Leiden heerscht eene armoede, die de hoogst mogelijke oefening in de kunst van behelpen, bij elke wetenschappelijke onderneming, eene voorwaarde voor een gelukkig slagen heeft doen worden. Heeft men, ook bij ons, hetgeen elders werd volbragt zoo hoogelijk geprezen, zoo zal men eene niet veel minder gelukkige uitkomst, hier te lande, onder zoo onvergelijkelijk minder gunstige omstandigheden verkregen, althans eene korte vermelding waardig achten.

Er is eene toepassing van de photographie op de ster-

rekunde, die voor deze wetenschap van veel belang kan zijn, maar die nog naauwelijks de aandacht tot zich schijnt te hebben getrokken, namelijk het photographisch afbeelden van sterrekundige werktuigen. Die afbeelding heeft groote moeijelijkheden, omdat de zwart geverwde ijzeren groote werktuigen der Engelschen, evenzeer als de hoog gele koperen werktuigen der Duitschers, tot de voorwerpen behooren, die den photograaph het meeste kwellen. Als ik, in de laatste jaren, zeevaart of sterrekundige werktuigen te beschrijven had, ontving ik van mijnen zoon eene photographische afbeelding, waarnaar de graveur kon arbeiden. Hij vervaardigde photographische afbeeldingen, op eene vrij groote schaal, van het schoone Universaal-instrument van REPSOLD, dat de sterrewacht te Leiden versiert en daaronder een stereoskopisch paar. Ook de Meridiaan-cirkel van PISTOR en MARTINS werd door mijnen zoon, uit verschillende oogpunten en met zijne hulptoestellen, waaronder de beweeglijke tribune voor de Nadir-waarnemingen, photographisch afgebeeld. Die afbeeldingen zullen te stade komen, als mij nog eenmaal de middelen zullen worden verleend, om eene beschrijving van dat werktuig, met de talrijke daarmede volbragte onderzoekingen, uit te geven. Inmiddels trachten wij, ook door die photographiën, de belangen der wetenschap en de belangen der Leidsche sterrewacht te bevorderen, die niet in de mogelijkheid is gesteld om, hetgeen haar van het buitenland toevloeit, met hare jaarboeken te vergelden.

Door den Heer WARREN DE LA RUE zelven wordt de scherpte zijner photographische afbeeldingen der maan aan het gebruik van eenen spiegelteleskoop toegeschreven. Daarbij moet het chemische brandpunt met het optische zamenvallen en worden de beelden niet bedorven, terwijl de chemische stralen, even als de lichtstralen, in het glas verschillende brekingen ondergaan. Ik geloof niet, dat een

toestel, als die welken de Heer WARREN DE LA RUE voor het photographisch afbeelden der maan aanwendt, voor veel minder dan tien duizend gulden tot stand gebragt zoude kunnen worden en aan zulk eenen toestel is dus voor ons niet te denken. Bij zijne poging om de maan photographisch af te beelden, kon mijn zoon zich alleenlijk bedienen van den 7 duims refractor uit Munchen, die voor een geheel ander doel is bestemd en ingerigt en die toegerust is met het kleine en zwakke uurwerk, dat, zoowel door BOND als door WARREN DE LA RUE, voor photographisch gebruik ten eenemale is afgekeurd. Dat uurwerk wordt echter door mij zeer zorgvuldig geregeld en onderhouden; de plaats van het chemisch brandpunt wordt door ons met zorg bepaald en de beweging der maan in Declinatie, die den Heer WARREN DE LA RUE steeds zoo vele moeijelijkheden baarde, werd door eene eenvoudige en onkostbare handgreep overwonnen, die door mijnen zoon in zijn proefschrift (bladz. 108) is beschreven. Reeds de uitslag der eerste pogingen, die nu ruim een jaar geleden werden in het werk gesteld, waren zeer bevredigend en die der latere zoude veel gunstiger zijn geweest, indien wij niet aanhoudend door de luchtsgesteldheid en andere omstandigheden waren tegengewerkt. Bij de meest gunstige schijngestalte der maan is ons nog nooit een helder uur te beurt gevallen, zoodat mijn zoon aan zijn proefschrift geene andere photographie der maan kon toevoegen, dan eene, die bij een' zeer lagen stand der maan en onder nevels was verkregen. Toen eens, bij eene minder gunstige schijngestalte der maan, de lucht helder was, werden alle verkregene photographiën bedorven, door kleine, vroeger onzigtbare krassen in de kostbare glazen ruiten, die mijn zoon uit Engeland had ontboden. Kleine fouten, die men bij gewone photographiën in het geheel niet bespeuren zoude, kunnen die der maan volstrekt onbruikbaar maken, en het

is naauwelijks gelooflijk hoezeer de pogingen van den photograaph, omtrent dat ligchaam, ook dan, wanneer hij zelf voor de zuiverheid zijner chemische preparaten zorgt, door de onvolkomenheden van het glas, door kleine verschillen of veranderingen in de temperatuur, door onzigtbare stofjes, die in het vertrek omdoolen en door andere omstandigheden, kunnen worden verijdeld. De Heer WARREN DE LA RUE verklaarde onlangs, dat van de vier honderd photographiën der maan, door hem in de laatste vijf jaren vervaardigd, niet meer dan twintig bruikbaar waren. Mijn zoon was dus betrekkelijk vrij gelukkig, want, in de weinige uren, die hij daaraan wijden kon, heeft hij reeds een vrij groot getal photographische afbeeldingen der maan, onder verschillende schijngestalten en libratiën, verkregen.

De oorspronkelijke negatieve beelden der maan, zooals zij door den kijker worden geteekend, hebben bij mijnen zoon, even als bij den Heer WARREN DE LA RUE, eene middellijn van niet meer dan 28 Ned. strepen. Ofschoon de kijker te Leiden omtrent vier malen minder lichtkracht heeft, worden die beelden daarmede in omtrent denzelfden tijd, als met den teleskoop van den Heer WARREN DE LA RUE verkregen, zoodat de volle maan zich in een tijdvak van 5 tot 8 seconden, en de gekwartierde maan zich in een tijdvak van 25 tot 30 seconden teekent. Die beelden moeten positief worden gemaakt en aanmerkelijk vergroot, als men, bij hunne beschouwing, een mikroskoop of een zeer vermogend vergrootglas wil kunnen ontberen. Dit vergrooten van het beeld geschiedt elders met opzettelijk daartoe vervaardigde toestellen, die honderden guldens kosten, maar mijn zoon moest zich, voor dat doel, met eene gewone portret-lens behelpen. De oorspronkelijke negatieven werden eerstelijk tot positieven, met middellijnen van 6 Ned. duimen, vergroot. Deze positieven op glas hebben omtrent dezelfde grootte als die

van den Heer WARREN DE LA RUE, welke door de firma SMITH, BECK & BECK worden uitgegeven en enkelen daarvan zijn door mijn' zoon tot stereoskopische paren vereenigd. Die positieven zijn iets minder scherp dan die van den Heer WARREN DE LA RUE, maar het verschil is niet zoo groot, als men, bij het verschil in hulpmiddelen, zoude verwachten, en de photographiën van mijnen zoon munten, op eene kennelijke wijze, boven die van den Heer WARREN DE LA RUE uit, in de juistheid waarmede zij de verhouding tusschen de tinten op de maan wedergeven. Wil men die positieven, door afdrukken op papier, vermenigvuldigen, zoo moeten zij nog eenmaal tot negatieven op glas worden vergroot, en van daar op de gewone wijze op papier worden overgebragt. Onder iedere van die drie kunstbewerkingen gaat van de scherpte der oorspronkelijke negatieven iets verloren en het allermeest verliezen zij bij het overbrengen op papier, zoodat de positieven op papier, zoowel in de scherpte der omtrekken als in de juistheid der tinten, altijd veel minder volkomen zijn dan die op glas. Aan de positieven op papier wordt, door mijnen zoon, gewoonlijk eene middellijn van 11,3 Ned. duimen gegeven. Nu en dan heeft hij die veel grooter gemaakt en de voorname reden waarom dit niet tot regel wordt gesteld, ligt in de natuurlijke neiging, om het goud en zilver te sparen, waarmede het papier moet worden toebereid.

Toen de zonsverduistering van den 18^{den} Julij 1860 zoude plaats hebben, kwam mijn zoon, een paar dagen te voren, op het denkbeeld om, in haast, eene kleine chambre obscure te vervaardigen, die aan eenen kijker van STEINHEIL, met eene opening van 33 lijnen, te verbinden en daarmede de zonsverduistering, in hare verschillende phasen, photographisch af te beelden. Er werd een tiental zeer goede kleine photographiën der zon verkregen, waarop de vlakken van dat ligchaam met hare kernen

en graauwe randen, zich duidelijk vertoonden. Na dien tijd heeft mijn zoon van het photographisch afbeelden der zon in het geheel geen werk gemaakt, totdat hij, voor een paar weken, door de photographiën van den Heer SELWIJN daartoe werd opgewekt. Een zoogenaamde heliautograaph, zoo als die van den Heer SELWIJN en van het Observatorium te Kew, waarbij het chemisch brandpunt met het optische zamenvalt, ging ons bereik ver te boven en er bleef ons niets overig dan, zoo goed doenlijk, met eigene hand, een' gewonen kijker voor het photographisch afbeelden der zon in te rigten. De timmerman bezorgde ons eene vierkante houten buis, in wier eene uiteinde het schuivend deel van eene chambre obscure paste en het overige werd door ons zelven gemaakt. Aan het eene uiteinde van die buis werd een voorwerpglas van STEINHEIL, dat eene opening van 4 Par. duimen en eenen brandpuntsafstand van negen voeten heeft, en aan het andere uiteinde een gewone oogbuis aangeschroefd. De buis werd, door eenen ijzeren beugel, aan den post van een raam gehangen en het ondereinde kwam op eene houten schraag te rusten. De buis verkreeg hare horizontale beweging, door haar eenvoudiglijk over die schraag te schuiven en hare vertikale beweging, gedeeltelijk door de geheele schraag te verzetten, gedeeltelijk door eene houten wig te verschuiven, tusschen haar en de schraag gebragt. De ruwheid van dien toestel was minder hinderlijk dan de noodzakelijkheid om de schraag op den vloer te laten rusten, die den waarnemer draagt, waarbij het onmogelijk was de buis tegen trillingen te beveiligen. De noodige vastheid zoude in dit, en in alle andere gevallen, verkregen zijn, indien, overeenkomstig met mijnen wensch, onder den vloer van de observatie-zaal der sterrewacht, de noodige balken waren gelegd, die met den vloer niet in aanraking komen.

Bij het photographisch afbeelden van de maan, de pla-

neten en de vaste sterren, is gebrek aan licht een groot bezwaar, maar juist het tegenovergestelde is een groot bezwaar bij het photographisch afbeelden der zon. Het beeld der zon wordt, door eene oogbuis aanmerkelijk vergroot, op de collodion-plaat opgevangen, maar welke vermindering het zonnelicht daardoor moge ondergaan, men kan het naauwelijks kort genoeg op de plaat laten werken. Ik geloof dat wij aan de bestaande inrigtingen, om het zonnelicht een oogenblik tot de plaat toe te laten, die mijn zoon in zijn proefschrift heeft beschreven, op eene eenvoudige wijze, eene belangrijke verbetering hebben toegebragt. In het midden der vierkante houten buis is een kleine vierkante bordpapieren koker geplaatst, wiens uiteinden bordpapieren schermen, met ronde openingen, dragen, en die zich om eene horizontale as laat omdraaijen. Is het bordpapieren kokertje in de rigting van de houten buis geplaatst, zoo wordt de lichtkegel, die van het voorwerpglas komt, door de genoemde openingen ongehinderd doorgelaten. Wordt het bordpapieren kokertje, of naar boven of naar beneden, met betrekking tot de houten buis, in een schuinschen stand geplaatst, zoodat de genoemde openingen buiten den lichtkegel vallen, zoo wordt het licht geheel en al afgesloten. Wordt alzoo het bordpapieren kokertje met snelheid om zijne as gedraaid, zoo zal aan het licht der zon, voor een oogenblik, de toegang tot de collodion-plaat worden verleend en het werkzaam gedeelte van het voorwerpglas zal altijd een dubbel segment zijn, welks midden met het middelpunt van het glas zamenvalt. Op die wijze wordt het licht altijd eenparig over de collodium-plaat verdeeld en is het beeld vrij van belangrijke optische gebreken, terwijl bovendien dè lucht, in de ruimte tusschen het oculair en de collodion-plaat, wordt in rust gelaten, en de beweging van den inwendigen toestel niet vermag de buis in eene trilling te brengen. Aan de as

waarom het kokertje zich beweegt is, buiten de houten buis, een arm bevestigd, die door eene lange stalen veêr, in eene bepaalde rigting wordt getrokken. Door eenen draad wordt die arm in de tegenovergestelde rigting opgehouden, en als de houten buis met de noodige juistheid naar de zon is gerigt en alles in rust is gekomen, wordt de draad doorgeknipt of doorgebrand. Het licht wordt geregeld door schermpjes met verschillende openingen, aan de uiteinden van het bordpapieren kokertje.

In de eerste drie weken, nadat onze nood-heliautograaph zoo ver voltooid was, hadden wij in letterlijken zin geen enkel half uur helderen zonneschijn. Er werd echter een paar proeven genomen als de zon even door de wolken brak en eerst den 25sten dezer, en daarna ook niet weder, liet de luchtsgesteldheid toe een paar uren aan die proeven te wijden. Elders heeft men maanden en zelfs jaren lang moeten worstelen om naar wensch te kunnen slagen en het is daarom klaar dat wij in een paar uren ons doel niet konden bereiken, maar de volbragte proefnemingen bewijzen, dat wij daartoe niets dan de twee groote voertuigen der wetenschap, *tijd* en *geld*, behoeven. Reeds bij de eerste proefnemingen werden de zonnevlakken omtrent even zoo goed als in de photographiën van den Heer SELWIJN geteekend, maar het betoonde zich hoogst moeijelijk het beeld der zonneschijf van de valsche onzuiverheden vrij te houden, die ook bij de photographiën van den Heer SELWIJN worden opgemerkt. Er is echter niet aan te twijfelen, dat die moeijelijkheden zullen worden overwonnen.

Het photographisch afbeelden van hemellichten zal te Leiden wel altijd ondergeschikt moeten blijven aan andere werkzaamheden en bij ons zullen daartoe wel nimmer, zoo als elders, deskundigen opzettelijk worden aangesteld. Voor zoo ver tijd en middelen het gedoogen, zullen wij echter bereid zijn om, ook door de photographie, ter bevordering

der sterrekunde of in het algemeen of meer bepaaldelijk in ons vaderland mede te werken. Ik betreur het, dat, ook in dit opzigt, onze pogingen zeer beperkt zullen moeten blijven, zoo lang de werkzaamheden aan de sterrewacht te Leiden de noodige ondersteuning zullen ontberen.

Leiden, 27 Maart 1863.

Na het uitbrengen van het voorgaand verslag, vertoonde de spreker een aantal photographiën, vervaardigd aan de sterrewacht te Leiden, door den Heer Dr. P. J. KAISER. Daaronder behoorden photographiën der sterrewacht zelve en van hare voornaamste werktuigen; een oorspronkelijk negatief beeld der maan, met het daarbij behoorend vergroote positieve beeld op glas, het nog eens vergroot negatief beeld en een' afdruk daarvan op papier; eene stereoskopische afbeelding der maan op glas; eene reeks photographische afbeeldingen der maan op glas en op papier en eenige der jongst verkregene photographische afbeeldingen der zon. Ter onderlinge vergelijking vertoonde de spreker ook eene stereoskopische afbeelding der maan van den Heer WARREN DE LA RUE en eenige afbeeldingen der zon van den Hoogleeraar W. SELWIJN. Aan elk der in de vergadering aanwezige leden werd, door den spreker, eene, aan de sterrewacht te Leiden vervaardigde, photographische afbeelding der maan op papier, aangeboden.

BIJDRAGEN

TOT DE

THEORIE DER BEPAALDE INTEGRALEN, N°. IV—VII.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Niet ten onregte, meen ik, is in de Exposé, etc. (Dl. VIII van de Verhand. der Kon. Akad. v. Wetensch.) zeer aangedrongen op het afleiden van algemeene herleidingsvergelijkingen voor bepaalde integralen: immers, daaraan was het tweede gedeelte geheel gewijd. Dikwijls hebben deze een voorregt boven zoodanige formulen voor onbepaalde integralen, in zoo verre als daar meermalen de termen, van geen integraalteeken voorzien, wegvallen tusschen de grenzen van het integreren. Deze bijzonderheid heeft bij de volgende herleidingen ook meermalen plaats; en om nu het voordeel daarvan in te zien, bij de herleiding zoowel als bij de uitkomsten, behoeft men hier slechts de vernuftige redenering van ons medelid VERDAM na te gaan en met een deel der hier verkregen uitkomsten te vergelijken, zoo als hij ze gegeven heeft in het Tijdschrift van het K. Instituut Dl. 2, blz. 69—79 en 136—168.

De methode van partieel integreren, met inachtneming der wijzigingen, wanneer zij op bepaalde integralen wordt toegepast, werd mede reeds door mij behandeld in eene verhandeling, geplaatst in het II Deel der Verhandelingen. Zij is hier weder gebruikt, en voerde, in verband met de boven bedoelde algemeene herleidings-vergelijkingen, tot uitkomsten, die niet van belangrijkheid ontbloot te achten zijn, en waarvan er slechts enkele in de *Tables d'Intégrales définies* deels opgenomen, deels afgeleid waren, terwijl er nog eenige weinige in de bovenvermelde Exposé voorkomen; in de noten vindt men hier zulks telkens aangegeven.

De vier behandelde integraalfunctien, meerendeels afhankelijk van elliptische functien, hangen dan ook op eigenaardige wijze te zamen; in dier voege, dat de eerste soort den wortel vormt, waaruit de andere konden voortspruiten, terwijl de laatste omgekeerd van alle drie vorige afhankelijk is.

Het is de laatste integraal, die mij tot deze ontwikkelingen voerde. Immers, hare regtstreeksche bepaling, voor ieder geval afzonderlijk, had vele bezwaren; zoo komen er in de Tables, T. 411, wel onderscheidene dezer integralen voor, maar telkens verbonden met andere, zoo als § VI ze hier oplevert; zij konden toen nog niet van elkander gescheiden worden. Er moesten hier algemeene herleidingsformulen gezocht worden, om tot hare waarde te geraken; en deze bragten mij van zelf telkens tot anderen terug, die hier onder de drie eerste vormen zijn opgenomen.

IV. *Over de Integraal* $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.\, Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}}$.

2. Door werkelijk, zoogenaamd logarithmisch differentieren verkrijgt men de volgende vergelijking:

$$\frac{d.\left[Cos.x.Sin.^{a}x.(1-p^{2}\,Sin.^{2}\,x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx} = Cos.x.Sin^{a}x.(1-p^{2}Sin.^{2}\,x)^{\frac{1}{2}b}$$

$$\left[\frac{-Sin.x}{Cos.\,x}+\frac{aCos.x}{Sin.x}+\frac{b}{2}\,\frac{-2p^{2}\,Sin.\,x.\,Cos.\,x}{1-p^{2}\,Sin.^{2}\,x}\right]$$

$$=Sin.^{a-1}x.(1-p^{2}Sin.^{2}x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[(-Sin.^{2}x+aCos.^{2}x)(1-p^{2}Sin.^{2}x)-\right.$$

$$\left.-bp^{2}\,Sin.^{2}\,x.\,Cos.^{2}\,x\right] \ldots\ldots\ldots\ (\alpha)$$

$$=\frac{1}{p^{2}}Sin.^{a-1}x.\triangle^{b-2}\left[(1+a+b)\triangle^{4}-\left\{1+(1-p^{2})a+(2-p^{2})b\right\}\triangle^{2}+\right.$$

$$\left.+\,(1-p^{2})\,b\right];$$

alwaar, zoo als men gewoon is, $\sqrt{(1-p^{2}\,Sin.^{2}\,x)}$ door $\triangle$ wordt voorgesteld. Indien men nu tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$ ten opzigte van x integreert, zoo verdwijnt het eerste lid dezer vergelijking, mits $p^{2}<1$ en $a>0$, positief zij: terwijl b zoowel positief als negatief mag wezen.

Wanneer b negatief is, dat is $-b$, ontstaat de herleidingsformule:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\triangle^{b+2}}=\frac{1}{(1-p^{2})b}\left[\left\{(2-p^{2})b-1-(1-p^{2})a\right\}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin^{a-1}x\,dx}{\triangle^{b}}+\right.$$

$$\left.+\,(1+a-b)\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\triangle^{b-2}}\right];$$

of wel voor $b-2$ in de plaats van b:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\triangle^{b}}=\frac{1}{(1-p^{2})(b-2)}\left[\left\{(2-p^{2})\,b-(5-2p^{2})-\right.\right.$$

$$\left.\left.-(1-p^{2})a\right\}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\triangle^{b-2}}+(a-b+3)\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\triangle^{b-4}}\right]. \quad (a)$$

Is b daarentegen positief, zoo verkrijgen wij de herleidingsformule:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta^{b+2} = \frac{1}{1+a+b}\Big[\{1+(1-p^2)a+$$

$$+(2-p^2)b\}\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x\,dx\,\Delta^b - (1-p^2)b\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x\,dx\,\Delta^{b-2}\Big],$$

of ook, als men $b-2$ in de plaats van b stelt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x\,dx\,\Delta^b = \frac{1}{a+b-1}\Big[\{(1-p^2)a+(2-p^2)b-(3-2p^2)\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x\,dx\,\Delta^{b-2} - (b-2)(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x\,dx\,\Delta^{b-4}\Big]. \quad (b)$$

Wordt b oneven ondersteld, zoo als hier steeds het geval zal zijn, zoo hangen beide vergelijkingen ten laatste af van de beide integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\,dx}{\Delta} \quad \text{en} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta \;.\;.\;.\;.\;. \quad (\beta)$$

Maar deze integralen kan men naar dezelfde methode herleiden. Men behoeft daartoe het tweede lid van de vergelijking (α) slechts anders te rangschikken, en wel naar de magten van $Sin.\,x$, in plaats van naar die van Δ; alsdan wordt zij

$$= Sin.^{a-1} x.\,\Delta^{b-2}\Big[a - \{1+(1+p^2)a+bp^2\}\,Sin.^2 x + \\ +(1+a+b)p^2\,Sin.^4 x\Big],$$

waaruit door het integreren naar x, tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$, de herleidingsformule ontstaat:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+3} x\, dx\, \triangle^{b-2} = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\Big[\{1+(1+p^2)a+bp^2\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1} x\, dx\, \triangle^{b-2} - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \triangle^{b-2}\Big],$$

of, indien men $b+2$ voor b in de plaats stelt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+3} x dx \triangle^b = \frac{1}{(a+b+3)p^2}\Big[\{1+2p^2+(1+p^2)a+bp^2\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1} x\, dx\, \triangle^b - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\, dx\, \triangle^b\Big]; \quad \ldots \quad (c)$$

welke vergelijking voor b negatief, dat is $-b$, geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+3} x\, dx}{\triangle^b} = \frac{1}{(a-b+3)p^2}\Big[\{1+2p^2+(1+p^2)a-bp^2\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x\, dx}{\triangle^b} - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\, dx}{\triangle^b}\Big]. \ldots\ldots (d)$$

De beide vergelijkingen (b) en (c), en evenzoo de beide overeenkomstige (a) en (d) voor negatieve b, dienen tot herleiding derzelfde integraal, maar zij doen dit op onderscheidene wijze. De vergelijking (c) (of (d)) dient, om de integralen, waarin hoogere magten van den factor *Sin.* x voorkomen, te berekenen uit die, waarin die factor tot lagere magt is verheven; terwijl de magt van $\triangle$ daarbij niet verandert. De vergelijking (b) (of (a)) daarentegen dient, om de integralen, waarin $\triangle$ tot hoogere magten voorkomt, te herleiden tot zulke, die lagere magten van $\triangle$ bezitten;

waarbij wederom de magt van den factor *Sin.* x onveranderd blijft. Beide vergelijkingparen hebben dus hun eigenaardig voordeel, en zullen ook beide moeten gebruikt worden.

De vergelijkingen (c) en (d) geven nu voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+3} x\,dx\,\Delta = \frac{1}{(a+4)p^2}\Big[\{1+a+(a+3)p^2\}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1} x\,dx\,\Delta - a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta\Big], \ldots (e)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+3} x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{(a+2)p^2}\Big[(a+1)(1+p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x\,dx}{\Delta} -$$

$$- a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\,dx}{\Delta}\Big]; \ldots\ldots\ldots (f)$$

en deze kunnen derhalve dienen om de eindvormen (β) verder te herleiden. Men komt daarbij eindelijk tot die integralen, waarbij de magt van den factor *Sin.* $x = 0$, 1, 2 of 3 is, en die van elders zullen moeten genomen worden, omdat deze methode ze niet kan doen vinden.

3. Beginnen wij met de vergelijking (f), dan behoeven wij de integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta} = \mathrm{F}'(p) \ldots (1), \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\Delta^2}{\Delta}\,dx =$$

$$= \frac{1}{p^2}\left\{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta\right\} = \frac{1}{p^2}\Big[\mathrm{F}'(p) - \mathrm{E}'(p)\Big]. \ldots (2)$$

beide volgens de bepaling van de elliptische functien der eerste en tweede soort. Voor het geval verder, dat de magt

van den factor *Sin.* x 1 of 3 is, voert de substitutie *Cos.* $x = y$ tot ons doel; daardoor toch wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x\,dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{(1-p^2+p^2y^2)}} = \frac{1}{2p}\, l\, \frac{1+p}{1-p}, \quad (3)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3\,x\,dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{(1-y^2)\,dy}{\sqrt{(1-p^2+p^2y^2)}} =$$

$$= \frac{1}{4p^3}\left[-2p + (1+p^2)\, l\, \frac{1+p}{1-p}\right] \ldots\ldots (4)$$

En nu kunnen wij de formule (f) voor $a = 1, 2, 3,$ aanwenden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^2}\left[2(1+p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2\,x\,dx}{\Delta} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta}\right] =$$

$$= \frac{1}{3p^4}\left[(2+p^2)\,F'(p) - 2(1+p^2)\,E'(p)\right], \ldots (5)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{16p^5}\left[-6p(1+p^2) + (3+2p^2+3p^4)\, l\, \frac{1+p}{1-p}\right], \quad (6)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^6\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[(8+3p^2+4p^4)F'(p) - (8+7p^2+8p^4)E'(p)\right]. \quad (7)$$

Het verschil der vergelijkingen (1) en (2), (3) en (4), (2) en (5), (4) en (6), (5) en (7) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^2\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\left[-(1-p^2)\,F'(p) + E'(p)\right], \ldots\ldots (8)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.\,Cos.^2\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{4p^3}\left[2p - (1-p^2)\, l\, \frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (9)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^2 x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}\left[-2(1-p^2)F(p)+(2-p^2)E(p)\right], \ldots (10)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^2 x dx}{\Delta} = \frac{1}{16p^5}\left[2p(3-p^2)-(3+p^2)(1-p^2)l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (11)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x.Cos.^2 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[-(8+p^2)(1-p^2)F(p)+\right.$$

$$\left.+(8-3p^2-2p^4)E(p)\right]. \ldots\ldots (12)$$

Het verschil der integralen (8) en (10), (9) en (11), (10) en (12) geeft verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^4 x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}\left[(2-3p^2)(1-p^2)F(p)-2(1-2p^2)E(p)\right], \ldots (13)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^4 x dx}{\Delta} = \frac{1}{16p^5}\left[-2p(3-5p^2)+3(1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (14)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^4 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[(8-9p^2)(1-p^2)F(p)-\right.$$

$$\left.-(8-13p^2+3p^4)E(p)\right]. \ldots\ldots (15)$$

Eindelijk de integralen (13) en (15) van elkander aftrekkende, komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^6 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}\left[-(8-19p^2+15p^4)(1-p^2)F(p)+\right.$$

$$\left.+(8-23p^2+23p^4)E(p)\right]\ ^1) \ldots\ldots (16)$$

---

[1]) De integralen (1), (2), (3), (5), (8), (9) zijn reeds opgenomen in de Tables d'Intégrales définies: T. 75, N°. 9, 11, 10, 15, 12 en 16; — de integralen (10) en (13) werden afgeleid in de Exposé blz. 254.

4. Het is het gemakkelijkst, thans eerst de vergelijking (*e*) toe te passen; daartoe hebben wij noodig de integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta = \mathrm{E}'(p), \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

(volgens de definitie dier integraal); daarenboven door de substitutie der voorgaande integralen (1) tot (6), wanneer men voor Δ schrijft $\frac{1 - p^2\,Sin.^2 x}{\Delta}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.\,x\,dx\,\Delta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.\,(1 - p^2\,Sin.^2 x)}{\Delta} dx =$$

$$= \frac{1}{4p}\left[2p + (1 - p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots (18)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x\,dx\,\Delta = \frac{1}{3p^2}\left[(1-p^2)\,\mathrm{F}'(p) - (1-2p^2)\,\mathrm{E}'(p)\right], (19)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x dx \Delta = \frac{1}{16p^3}\left[-2p(1-3p^2) + (1+3p^2)(1-p^2)\,l\frac{1+p}{1-p}\right], (20)$$

Thans kunnen wij de vergelijking (*e*) gebruiken, en vinden dan voor $a = 1, 2, 3$ achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4 x\,dx\,\Delta = \frac{1}{15p^4}\left[2(1 + 2p^2)(1 - p^2)\,\mathrm{F}'(p) - \right.$$

$$\left. - (2 + 3p^2 - 8p^4)\,\mathrm{E}'(p)\right], \ldots\ldots\ldots (21)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^5 x\,dx\,\Delta = \frac{1}{96p^5}\left[-2p(3 - 5p^2)(1 + 3p^2) + \right.$$

$$\left. + 3(1 + 2p^2 + 5p^4)(1 - p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots (22)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^6\, x\, dx\, \Delta = \frac{1}{105\, p^6}\left[(8+13\,p^2+24\,p^4)(1-p^2)\,F'(p) - \right.$$

$$\left. - (8+9\,p^2+16\,p^4-48\,p^6)\,E'(p)\right] \ldots\ldots (23)$$

Het verschil tusschen de integralen (17) en (19), (18) en (20), (19) en (21), (20) en (22), (21) en (23) geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^2\, x\, dx\, \Delta = \frac{1}{3\,p^2}\left[-(1-p^2)\,F'(p) + (1+p^2)E'(p)\right], (24)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.^2 x dx\Delta = \frac{1}{16p^3}\left[2p(1+p^2) - (1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\right], (25)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2\, x.\, Cos.^2\, x\, dx\, \Delta = \frac{1}{15\,p^4}\left[-(2-p^2)(1-p^2)\,F'(p) + \right.$$

$$\left. + 2\,(1-p^2+p^4)\,E'(p)\right], \ldots\ldots\ldots (26)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3\, x.\, Cos.^2\, x\, dx\, \Delta = \frac{1}{96\,p^5}\left[2\,p\,(3-2\,p^2+3\,p^4) - \right.$$

$$\left. - 3\,(1+p^2)(1-p^2)^2\, l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots (27)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4\, x.Cos.^2\, x dx\, \Delta = \frac{1}{105\,p^6}\left[-(8-p^2-4p^4)(1-p^2)F'(p) + \right.$$

$$\left. + (8-13p^2+8p^4)(1+p^2)\,E'(p)\right] \ldots\ldots (28)$$

Evenzoo geeft het verschil tusschen (24) en (26), (25) en (27), (26) en (28):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^4\, x\, dx\, \Delta = \frac{1}{15\,p^4}\left[2\,(1-3\,p^2)\,(1-p^2)\,F'(p) - \right.$$

$$\left. - (2-7\,p^2-3\,p^4)\,E'(p)\right], \ldots\ldots\ldots (29)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.\,x.\,Cos.^4\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{96\,p^5}\left[-2\,p\,(3-8\,p^2-3\,p^4) - \right.$$

$$\left. - 3\,(1-p^2)^3\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots\ldots (30)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2\,x.\,Cos.^4\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{105\,p^6}\left[(8-15p^2+3p^4)\,(1-p^2)\,F'(p) - \right.$$

$$\left. - (8-19p^2+9p^4-6p^6)\,E'(p)\right] \ldots\ldots (31)$$

En eindelijk komt er, de integralen (29) en (31) van elkander aftrekkende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^6\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{105\,p^6}\left[-(8-29p^2+45p^4)\,(1-p^2)\,F'(p) + \right.$$

$$\left. + (8-33p^2+58p^4+15p^6)\,E'(p)\right]\ ^2). \ldots (32)$$

5. Thans kennen wij de beide soorten van integralen, die in (β) werden genoemd, en kunnen dus overgaan tot het gebruik der vergelijkingen (a) en (b). De eerste wordt voor $b = 3$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2}\left[(1-a)\,(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}\,x\,dx}{\Delta} + \right.$$

$$\left. + a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}\,x\,dx\,\Delta\right]; \ldots\ldots\ldots (g)$$

en geeft nu voor $a = 1$ tot 7, met behulp der integralen, die in N°. 3 en 4 gevonden zijn:

---

2) De integralen (17), (18), (19), (20), (24), (25) vindt men l. c. T. 72. N. 2, 3, 4, 6, 5 en 8.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2} \mathrm{E}'(p), \quad (33), \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2}, \quad (34)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^2} \left[-(1-p^2)\mathrm{F}'(p) + \mathrm{E}'(p)\right], \quad (35)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2(1-p^2)p^3} \left[2p - (1-p^2)\, l \frac{1+p}{1-p}\right], \quad (36)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^4} \left[-2(1-p^2)\mathrm{F}'(p) + (2-p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (37)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2(1-p^2)p^5} \left[2p(3-p^2) - \right.$$

$$\left. - (3+p^2)(1-p^2)\, l \frac{1+p}{1-p}\right], \quad \ldots\ldots \quad (38)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^6\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3(1-p^2)p^6} \left[-(8+p^2)(1-p^2)\mathrm{F}'(p) + \right.$$

$$\left. + (8 - 3p^2 - 2p^4)\mathrm{E}'(p)\right] \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

Het verschil der integralen (33) en (35), (34) en (36), (35) en (37), (36) en (38), (37) en (39) geeft thans:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^2\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^2} \left[\mathrm{F}'(p) - \mathrm{E}'(p)\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2p^3} \left[-2p + l \frac{1+p}{1-p}\right], \quad \ldots\ldots \quad (41)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[(2-p^2)\,F'(p) - 2\,E'(p)\right], \quad \ldots \quad (42)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^2 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{4p^5}\left[-6p + (3-p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (43)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x.Cos.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[(8-5p^2)F'(p) - (8-p^2)E'(p)\right]. \quad (44)$$

Verder geeft het verschil tusschen de uitkomsten (40) en (42), (41) en (43), (42) en (44):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^4 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[-2\,(1-p^2)\,F'(p) + (2-p^2)E'(p)\right], \quad (45)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^4 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{4p^5}\left[2p(3-2p^2) - (1-p^2)\,l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (46)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^4 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[-(8-3p^2)\,1-p^2)F'(p) + (8-7p^2)E'(p)\right]. \quad (47)$$

Terwijl men eindelijk door het aftrekken van (47) van (45) verkrijgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^6 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[(8-9p^2)(1-p^2)F'(p) - (8-13p^2+3p^4)E'(p)\right]. \quad (48)$$

Voor $b = 5$ wordt de vergelijking (a):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)}\left[\left\{5-3p^2-(1-p^2)a\right\}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^3} + \right.$$

$$\left. + (a-2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\,dx}{\Delta}\right]; \quad \ldots \ldots \quad (h)$$

zoodat hieruit voor $a = 1$ tot 7, door middel der integralen, zoo even en in N°. 3 gevonden, de volgende worden afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2}\left[-(1-p^2)\,\mathrm{F}'(p)+2(2-p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (49)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x\,dx}{\Delta^5} = \frac{3-p^2}{3(1-p^2)^2}, \quad (50)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2 p^2}\left[-(1-p^2)\mathrm{F}'(p)+(1+p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (51)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3(1-p^2)^2}, \quad (52)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2 p^4}\left[(2-3p^2)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)-2(1-2p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (53)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2 p^5}\left[-p(3-5p^2)+3(1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (54)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^6 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^2 p^6}\left[(8-9p^2)(1-p^2)\,\mathrm{F}'(p) - \right.$$

$$\left. -(8-13p^2+3p^4)\mathrm{E}'(p)\right] \quad (55)$$

Neemt men het verschil tusschen de vergelijkingen (49) en (51), (50) en (52), (51) en (53), (52) en (54), (53) en (55) zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^2 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^2}\left[(1-p^2)F'(p)-(1-2p^2)E'(p)\right], \quad (56)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.\,Cos.^2 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3(1-p^2)^3}. \quad (57)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^2 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^4}\left[-2(1-p^2)F'(p)+(2-p^2)E'(p)\right], \quad (58)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^2 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^5}\left[p(3-2p^2)-3(1-p^2)l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (59)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x.Cos.^2 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^6}\left[-(8-3p^2)(1-p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(8-7p^2)E'(p)\right]. \quad (60)$$

Het verschil tusschen de integralen (56) en (58), (57) en (59), (58) en (60) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^4 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3p^4}\left[(2+p^2)F'(p)-2(1+p^2)E'(p)\right], \quad (61)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.\,Cos.^4 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3p^5}\left[-p(3+p^2)+3l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (62)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^4 x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3p^6}\left[(8-5p^2)F'(p)-(8-p^2)E'(p)\right]. \quad (63)$$

En eindelijk komt er, de integralen (61) en (63) van elkander aftrekkende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^6 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}\left[-(8+p^2)(1-p^2)F'(p) + (8-3p^2+2p^4)E'(p)\right]^3). \quad (64)$$

6. Maar evenzoo kan men ook de vergelijking (*b*) gebruiken. Zij wordt voor $b = 3$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{a+2}\left[\{(3-p^2)+(1-p^2)a\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta - (1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x\,dx}{\Delta}\right]; \ldots (i)$$

en hieruit leidt men af, door middel der integralen in N°. 3 en 4 gevonden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta^3 = \frac{1}{3}\left[-(1-p^2)F'(p) + 2(2-p^2)E'(p)\right], \ldots (65)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.\,x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{16p}\left[2p(5-3p^2) + 3(1-p^2)^2\, l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (66)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{15p^2}\left[(3-4p^2)(1-p^2)F'(p) - \right.$$

$$\left. -(3-13p^2+8p^4)E'(p)\right], \ldots\ldots (67)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x\,dx\,\Delta^3 = \frac{1}{96p^3}\left[-2p(3-22p^2+15p^4) + \right.$$

$$\left. +3(1+5p^2)(1-p^2)^2\, l\,\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (68)$$

[3]) De integralen (33), (34), (35) komen voor l. c. T. 75 N. 18, 19, 20; de integraal (40) is afgeleid in de Exposé blz. 328.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4 x\,dx\,\triangle^3 = \frac{1}{35\,p^4}\left[(2+5p^2-8p^4)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)-\right.$$

$$\left.-2(1+2p^2-12p^4+8p^6)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (69)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^5 x\,dx\,\triangle^3 = \frac{1}{768\,p^5}\left[-2p(9+51p^2-182p^4+105p^6)+\right.$$

$$\left.+3(3+10p^2+35p^4)(1-p^2)^2\,l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (70)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^6 x\,dx\,\triangle^3 = \frac{1}{315\,p^6}\left[(8+15p^2+36p^4-64p^6)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)-\right.$$

$$\left.-(8+11p^2+27p^4-184p^6+128p^8)\mathrm{E}'(p)\right] \quad (71)$$

Het verschil tusschen de integralen (65) en (67), (66) en (68), (67) en (69), (68) en (70), (69) en (71) nemende, komt er vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^2 x\,dx\,\triangle^3 = \frac{1}{15\,p^2}\left[-(3+p^2)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)+\right.$$

$$\left.+(3+7p^2-2p^4)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (72)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.^2 x\,dx\,\triangle^3 = \frac{1}{96\,p^3}\left[2p(3-8p^2-3p^4)-\right.$$

$$\left.-3(1-p^2)^3\,l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (73)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x.Cos.^2 x\,dx\,\triangle^3 = \frac{1}{105\,p^4}\left[-2(3-3p^2+2p^4)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)+\right.$$

$$\left.+(6-9p^2+19p^4-8p^6)\mathrm{E}'(p)\right], \quad (74)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x.Cos.^2 x dx \triangle^3 = \frac{1}{768p^5}\Big[2p(9-5p^4)(1+3p^2)-$$

$$-3(3+5p^2)(1-p^2)^3\, l\frac{1+p}{1-p}\Big], \quad . \quad (75)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4 x.Cos.^2 x dx \triangle^3 = \frac{1}{315p^6}\Big[-(8-3p^2-9p^4+8p^6)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(8-7p^2-9p^4+32p^6-16p^8)E'(p)\Big]. (76)$$

Terwijl verder het verschil tusschen de vergelijkingen (72) en (74), (73) en (75), (74) en (76) ons geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^4 x\, dx \triangle^3 = \frac{1}{35p^4}\Big[(2-9p^2-p^4)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-2(1-6p^2+p^4)(1+p^2)E'(p)\Big], . (77)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.^4 x dx \triangle^3 = \frac{1}{768p^5}\Big[-2p(9+3p^2+59p^4+9p^6)+$$

$$+9(1-p^2)^4\, l\frac{1+p}{1-p}\Big], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2 x.Cos^4 x dx \triangle^3 = \frac{1}{315p^6}\Big[(8-21p^2+9p^4-4p^6)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(8-25p^2+18p^4-25p^6+8p^8)E'(p)\Big].(79)$$

Eindelijk de integralen (77) en (79) van elkander aftrekkende, komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^6 x dx \triangle^3 = \frac{1}{315p^6}\Big[-(8-39p^2+90p^4+5p^6)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(8-43p^2+108p^4+65p^6-10p^8)E'(p)\Big]\ ^4) \ . \ (80)$$

---

4) De integraal (65) komt voor l. c. T. 72, N°. 10.

7. Op dezelfde wijze als in N°. 2 hebben wij door logarithmisch differentieren:

$$\frac{d.\left[Sin.x.Cos.^a x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx} = Sin.x.Cos.^a x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b}$$

$$\left[\frac{Cos.x}{Sin.x} - \frac{a\,Sin.x}{Cos.x} + \frac{b}{2}\,\frac{-2p^2\,Sin.x.Cos.x}{1-p^2\,Sin.^2 x}\right]$$

$$= Cos.^{a-1}x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[(Cos.^2 x - a Sin.^2 x)(1-p^2 Sin.^2 x) - \right.$$

$$\left. - bp^2\,Sin.^2 x.Cos.^2 x\right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\gamma)$$

$$= Cos.^{a-1}x.(1-p^2\,Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[-a(1-p^2) + \{a+1 - \right.$$

$$\left. - (2a+b+1)p^2\}\,Cos.^2 x + (a+b+1)p^2\,Cos.^4 x\right].$$

Integreert men naar x tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$, zoo verdwijnt ook hier het eerste lid der vergelijking, en men verkrijgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+3}x\,dx\,\triangle^{b-2} = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\left[\{-(a+1)+(2a+b+1)p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1}x\,dx\,\triangle^{b-2} + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x\,dx\,\triangle^{b-2}\right],$$

of, indien men $b+2$ voor b in de plaats stelt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+3}x\,dx\,\triangle^{b} = \frac{1}{(a+b+3)p^2}\left[\{-(a+1)+(2a+b+3)p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1}x\,dx\,\triangle^{b} + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x\,dx\,\triangle^{b}\right], \quad (k)$$

waaruit voor b negatief, $= -b$, volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+3} x\, dx}{\triangle^b} = \frac{1}{(a-b+3)p^2}\left[\{-(a+1)+(2a-b+3)p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x\, dx}{\triangle^b} + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\triangle^b}\right]; \ldots . \quad (l)$$

en deze vergelijkingen kunnen dienen, om, voor iedere magt b van $\triangle$, de magt des factors $Cos.\, x$ te herleiden tot lagere magten. Daar nu de integralen met evene magten, voortspruitende uit de onderstelling van a oneven, reeds boven in N°. 3 tot 6 zijn berekend, zoo hebben wij hier slechts noodig, a even te onderstellen. De eenvoudigste gevallen zijn die voor $b = 1$; alsdan is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+3} x\, dx\, \triangle = \frac{1}{(a+4)p^2}\left[\{-(a+1)+(a+2)2p^2\}\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1} x\, dx\, \triangle + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x\, dx\, \triangle\right], \ldots (m)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+3} x dx}{\triangle} = \frac{1}{(a+2)p^2}\left[-(a+1)(1-2p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x\, dx}{\triangle} + \right.$$

$$\left. + a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\triangle}\right]. \ldots \ldots \quad (n)$$

8. Beginnende met de laatste formule, ziet men, dat voor evene a de integralen afhangen van die, waarin $Cos.\, x$ en $Cos.^3\, x$ als tellers voorkomen. Door de substitutie van $Sin.\, x = y$ worden deze:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.\,x\,dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{(1-p^2y^2)}} = \frac{1}{p}\,Arcsin.\,p, \quad \ldots\ldots \quad (81)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^3 x\,dx}{\Delta} = \int_0^1 \frac{(1-y^2)\,dy}{\sqrt{(1-p^2y^2)}} = \frac{\sqrt{(1-p^2)}}{2p^2} - \frac{1-2p^2}{2p^3}\,Arcsin.p\,. \quad (82)$$

En nu kan men door middel der reductievergelijking (n) de volgende integraal afleiden voor $a = 2$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^5 x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{8p^5}\,[-3p(1-2p^2)\sqrt{(1-p^2)} + \\ + (3-8p^2+8p^4)\,Arcsin.\,p]. \quad \ldots \quad (83)$$

Het verschil tusschen de integralen (81) en (82), (82) en (83) geeft nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{2p^3}\,[-p\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.\,p], \quad . \quad (84)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.Cos.^3 x dx}{\Delta} = \frac{1}{8p^5}[p(3-2p^2)\sqrt{(1-p^2)} - (3-4p^2)\,Arcsin.p]\,. \quad (85)$$

En eindelijk dat tusschen (84) en (85):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4 x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{8p^5}\,[-p(3+2p^2)\sqrt{(1-p^2)} + 3\,Arcsin.p]\,. \quad (86)$$

Evenzoo hebben wij voor de toepassing der vergelijking (m) die integralen noodig, waarin als tellers $Cos.x$ en $Cos.^3 x$ voorkomen; zij worden wanneer men $\frac{1-p^2+p^2\,Cos.^2 x}{\Delta}$ voor Δ in de plaats stelt, uit de integralen (81) tot (83) afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{(1-p^2)} + \frac{1}{2p}\,Arcsin.\,p, \quad \ldots\ldots \quad (87)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^3\,x dx \Delta = \frac{1}{8p^3}[p(1+2p^2)\sqrt{(1-p^2)} - (1-4p^2)Arcsin\,p]\,; \quad (88)$$

terwijl alsnu uit de vergelijking (m) voor $a = 2$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^5\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{48p^5}[-p\,(3-10p^2-8p^4) + \\ + 3\,(1-4p^2+8p^4)\,Arcsin.\,p] \quad \ldots \quad (89)$$

Ook hier geeft het verschil tusschen de integralen (87) en (88), (88) en (89):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2\,x.Cos.x dx \Delta = \frac{1}{8p^3}[-p(1-2p^2)\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.p]. \quad (90)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2\,x.\,Cos.^3\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{48p^5}[(3+4p^2+4p^4)\sqrt{(1-p^2)} + \\ + 3\,(1-2p^2)\,Arcsin.\,p]\,; \quad \ldots \quad (91)$$

en het verschil tusschen deze beide laatste eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^4\,x.\,Cos.x\,dx\,\Delta = \frac{1}{48p^5}[-p(3+2p^2-8p^4)\sqrt{(1-p^2)} - \\ - 3\,(1-4p^2)\,Arcsin.\,p]. \quad \ldots\ldots \quad (92)$$

9. Ten einde echter die integralen te berekenen, waarin hoogere magten van Δ, hetzij als noemers of in den teller voorkomen, kunnen er andere herleidings-formulen worden afgeleid, en wel door de vergelijking (γ) te ontwikkelen naar de magten van Δ. Alsdan wordt zij

$$= \frac{1}{p^2} Cos.^{a-1} x. \Delta^{b-2} [b(1-p^2) - \{(1-p^2) + \\ + a + b(2-p^2)\} \Delta^2 + (a+b+1)\Delta^4],$$

en hieruit volgt, wanneer men $-b+2$ voor b schrijft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)} \Big[-\{5-3p^2+a-b(2-p^2)\} \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\Delta^{b-2}} + (a-b+3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\Delta^{b-4}} \Big]; \ldots (o)$$

en ook, als men $b-2$ voor b schrijft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x\, dx \Delta^b = \frac{1}{a+b-1} \Big[-\{3-p^2-a-b(2-p^2)\} \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \Delta^{b-2} - (b-2)(1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \Delta^{b-4} \Big]. (p)$$

De eerste geeft nu voor $b = 3$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2} \Big[-(a-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\Delta} + \\ + a \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x\, dx\, \Delta \Big] \ldots\ldots\ldots (q)$$

Door middel van de integralen, in het vorige N°. gevonden, komt men nu tot de volgende uitkomsten:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.\, x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}, \ldots \quad (93)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^3 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^3}\left[-p\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.\,p\right], \ldots\ldots (94)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^5 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2p^5}\left[p(3-2p^2)\sqrt{(1-p^2)} - (3-4p^2)Arcsin.p\right]. (95)$$

Het verschil tusschen (93) en (94), (94) en (95) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2x.Cos.x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^3}\left[p\sqrt{(1-p^2)} - (1-p^2)Arcsin.p\right],. (96)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2x.Cos.^3 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2p^5}\left[-3p\sqrt{(1-p^2)} + (3-2p^2)Arcsin.p\right];. (97)$$

en eindelijk dat tusschen (96) en (97):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin^4\, x.Cos.\, x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{2(1-p^2)p^5}\left[p(3-p^2)\sqrt{(1-p^2)} - \right.$$

$$\left. - 3(1-p^2)\,Arcsin.p\right]. \ldots\ldots\ldots (98)$$

Voor $b = 5$ geeft (o) vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3(1-p^2)}\left[-(a-5+2p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^3} + \right.$$

$$\left. + (a-2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\,dx}{\Delta}\right]; \ldots\ldots\ldots (r)$$

waaruit voor $a = 2,\ 4,\ 6,$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.\, x\,dx}{\Delta^5} = \frac{3-2p^2}{3\sqrt{(1-p^2)^3}}, (99), \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^3 x dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3\sqrt{(1-p^2)^3}}, (100)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^5}\left[-p(3+2p^2)\sqrt{(1-p^2)} + 3Arcsin.\,p\right]. (101)$$

Het verschil van (99) en (100), (100) en (101) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2x.\,Cos.x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3\sqrt{(1-p^2)^3}}, (102), \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2x.\,Cos.^3x\,dx}{\triangle^5} =$$

$$= \frac{1}{3(1-p^2)p^5}\left[p(3-p^2)\sqrt{(1-p^2)} - 3(1-p^2)Arcsin.p\right]; (103)$$

terwijl er na aftrekking van (102) en (103) komt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^4x.Cos.x\,dx}{\triangle^5} = \frac{1}{3(1-p^2)p^5}\left[-p(3-4p^2)(1+p^2)\sqrt{(1-p^2)} + \right.$$

$$\left. + 3(1-p^2)\,Arcsin.\,p\right] \ldots\ldots\ldots (104)$$

10. In het voorgaande heeft men integralen bepaald, die in den teller eenen factor $Sin.^a x.\,Cos.^b x$ bezitten, waarbij of beide a en b even, of ééne van beide even waren: er blijft dus nog het geval over, dat a en b beide oneven zijn. Om de reductieformulen voor dit geval te vinden, kan men twee wegen inslaan. Door logarithmisch differentieren vindt men toch:

$$\frac{d.\left[Cos.^a x.(1-p^2\,Sin.^2x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx} =$$

$$= Cos.^a x.\,(1-p^2\,Sin.^2x)^{\frac{1}{2}b}\left[\frac{-a\,Sin.x}{Cos.x} + \frac{b-2p^2Sin.x.Cos.x}{2\quad 1-p^2\,Sin.^2x}\right] =$$

$$= Cos.^{a-1}x.Sin.x.(1-p^2Sin.^2x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[-a(1-p^2Sin.^2x) - bp^2\,Cos.^2x\right] =$$

$$= Cos.^{a-1}x.Sin.x.\triangle^{b-2}\left[-a(1-p^2) - (a+b)p^2\,Cos.^2x\right], \ldots (\delta)$$

$$= Cos.^{a-1}x.Sin.x.\triangle^{b-2}\left[b(1-p^2) - (a+b)\triangle^2\right]; \ldots\ldots\ldots (\varepsilon)$$

$$\frac{d.\left[Sin.^a x.(1-p^2\,Sin.^2x)^{\frac{1}{2}b}\right]}{dx} =$$

$$= Sin.^a x.\,(1-p^2\,Sin.^2x)^{\frac{1}{2}b}\left[\frac{a\,Cos.x}{Sin.x} + \frac{b-2p^2\,Sin.x.Cos.x}{2\quad 1-p^2\,Sin.^2x}\right] =$$

$$= Sin.^{a-1}x.Cos.x.(1-p^2Sin.^2x)^{\frac{1}{2}b-1}\left[a(1-p^2Sin.^2x) - bp^2Sin.^2x\right] =$$

$$= Sin.^{a-1}x.\,Cos.x.\triangle^{b-2}\left[a-(a+b)p^2\,Sin.^2x\right], \ldots\ldots (\zeta)$$

$$= Sin.^{a-1}x.\,Cos.x\,\triangle^{b-2}\left[-b+(a+b)\,\triangle^2\right] \ldots\ldots\ldots (\eta)$$

Daar in het eerste geval bij het integreren naar x, tusschen de grenzen 0 en $\frac{1}{2}\pi$, het eerste lid hier niet verdwijnt, maar $0.(1-p^2)^{\frac{1}{2}b} - (1)^a(1)^{\frac{1}{2}b} = -1$ wordt; en even zoo in het tweede geval het eerste lid, in plaats van te verdwijnen zoo als vroeger, hier $1\,(1-p^2)^{\frac{1}{2}b} - 0\,(1)^{\frac{1}{2}b} = \sqrt{(1-p^2)^b}$ wordt; — zoo volgt hieruit voor positieve b uit de eerste waarden (δ) en (ζ):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x.\,Sin.\,x\,dx\,\triangle^b =$$

$$= \frac{1}{a+b}\left[b(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x.\,Sin.\,x\,dx\,\triangle^{b-2} + 1\right], \quad (s)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x.\,Cos.\,x\,dx\,\triangle^b =$$

$$= \frac{1}{a+b}\left[b\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x.\,Cos.x\,dx\,\triangle^{b-2} + \sqrt{(1-p^2)^b}\right]; \quad (t)$$

en evenzeer uit de tweede waarden (ε) en (η):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1}x.\,Sin.\,x\,dx\,\triangle^b =$$

$$= \frac{1}{(a+b+2)p^2}\left[-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x.\,Sin.x\,dx\,\triangle^b + 1\right], \quad (u)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1}x.\,Cos.\,x\,dx\,\triangle^b =$$

$$= \frac{1}{(a+b+2)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x.\,Cos.x\,dx\,\triangle^b - \sqrt{(1-p^2)^{b+2}}\right]. \quad (v)$$

Voor negatieve b geven de eerste waarden (δ) en (ζ) hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x.Sin.x\,dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{(b-2)(1-p^2)}\left[-(a-b+2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x.Sin.x\,dx}{\Delta^{b-2}} + 1\right], (w)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x\,dx}{\Delta^b} =$$

$$-\frac{1}{b-2}\left[-(a-b+2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\Delta^{b-2}} + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right]; (x)$$

terwijl uit de tweede waarden (ε) en (η) volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1}x.Sin.x\,dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x.Sin.x\,dx}{\Delta^b} + 1\right], (y)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.x\,dx}{\Delta^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\Delta^b} - \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right]. (z)$$

De integralen in (s) en (w) voorkomende werden voor a oneven reeds in N°. 3 tot N°. 6 ontwikkeld: de integralen van (t) en (x) voor a oneven evenzeer in N°. 8 en 9. Wij hebben dus hier slechts na te gaan, wat zij leveren in het geval, dat a even is; en dit is ook juist hetgeen gezocht werd De laatste paren in de beide voorgaande stelsels, waar Δ^b of in den teller of in den noemer voorkomt,

voeren ten slotte terug tot dezelfde integraal, die $Sin.x.Cos.x$ tot factor in den teller heeft; de eerste paren dierzelfde stelsels kunnen dan verder dienen om deze te herleiden tot de eenvoudige $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x\,dx\,\Delta$ en $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.x\,dx}{\Delta}$.

Maar men kan de vorige ook regtstreeks bepalen; wanneer men toch in de vergelijkingen (u) en (x) $a=2$ stelt, zoo geven beide:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)}\left[(b-4)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.x dx}{\Delta^{b-2}} + 1\right] =$$

$$= \frac{1}{b-2}\left[(b-4)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.x\,dx}{\Delta^{b-2}} + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right].$$

Uit de vergelijking dezer beide waarden volgt nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.x\,dx}{\Delta^{b-2}} = \frac{1}{(b-4)p^2}\left[-1+\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-4}}}\right] \text{ of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.x\,dx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)p^2}\left[-1+\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}\right]; \quad (aa)$$

waaruit voor b negatief wordt afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x\,dx\,\Delta^b = \frac{1}{(b+2)p^2}\left[1-\sqrt{(1-p^2)^{b+2}}\right]; \quad (ab)$$

zoo als ook regtstreeks te vinden was door de onderstelling van $Sin.^2 x = y$.

11. Deze laatste vergelijking geeft voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x\,dx\,\Delta = \frac{1}{3p^2}\left[1-\sqrt{(1-p^2)^3}\right] \ldots\ldots (105)$$

Verder wordt de vergelijking (u) voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a+1} x.\, Sin.\, x\, dx\, \triangle =$$

$$= \frac{1}{(a+3)p^2}\left[1 - a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x.\, Sin.\, x\, dx\, \triangle\right]; \quad (ac)$$

en deze geeft voor $a = 2,\ 4,\ 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.^3 x dx \triangle = \frac{1}{15p^4}\left[-(2-5p^2)+2\sqrt{(1-p^2)^5}\right], \quad (106)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.^5 x dx \triangle = \frac{1}{105p^6}\left[(8-28p^2+35p^4)-8\sqrt{(1-p^2)^7}\right], \quad (107)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos^7\, x dx \triangle = \frac{1}{315p^8}\left[-(16-72p^2+126p^4-105p^6)+\right.$$

$$\left. + 16\sqrt{(1-p^2)^9}\right] \ldots\ldots\ldots \quad (108)$$

Ook wordt de vergelijking (w) voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a+1} x.\, Cos.\, x\, dx\, \triangle =$$

$$= \frac{1}{(a+3)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x.\, Cos.\, x\, dx \triangle - \sqrt{(1-p^2)^3}\right]; \quad (ad$$

waaruit men voor $a = 2,\ 4,\ 6$, afleidt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3\, x.\, Cos.\, x\, dx \triangle = \frac{1}{15p^4}\left[2-(2+3p^2)\sqrt{(1-p^2)^3}\right], \quad (109)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^5x.Cos.x dx \triangle = \frac{1}{105p^6}\left[8-(8+12p^2+15p^4)\sqrt{(1-p^2)^3}\right] \ldots (110)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^7 x.\, Cos.\, x\, dx \triangle =$$

$$= \frac{1}{315p^8}\left[16-(16+24p^2+30p^4+35p^6)\sqrt{(1-p^2)^3}\right]. \quad (111)$$

Door het nemen van het verschil tusschen (107) en (108), (109) en (110), (110) en (111) vindt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x.\, Cos.^5 x\, dx \triangle = \frac{2}{315p^8}\left[(8-24p^2+21p^4)-\right.$$

$$\left. -4(2+p^2)\sqrt{(1-p^2)^5}\right], \quad \ldots \quad (112)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^3 x.\, Cos.^3 x\, dx \triangle = \frac{2}{105p^6}\left[-(4-7p^2)+\right.$$

$$\left. +(4+3p^2)\sqrt{(1-p^2)^5}\right], \quad \ldots \quad (113)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^5 x.\, Cos.^3 x\, dx \triangle = \frac{2}{315p^8}\left[-4(2-3p^2)+\right.$$

$$\left. +(8+8p^2+5p^4)\sqrt{(1-p^2)^5}\right]. \quad (114)$$

12. Voor $b = 1$ geeft de vergelijking (aa):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x\, dx}{\triangle} = \frac{1}{p^2}\left[1-\sqrt{(1-p^2)}\right]; \ldots \ldots \quad (115)$$

en de formule (y):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x.\, Sin.\, x\, dx}{\triangle} =$$

$$= \frac{1}{(a+1)p^2}\left[1-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x.\, Sin.\, x\, dx}{\triangle}\right]; \quad (ae)$$

waaruit voor $a = 2, 4, 6$, volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}[-(2-3p^2)+2\sqrt{(1-p^2)^3}], \quad (116)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}[(8-20p^2+15p^4)-8\sqrt{(1-p^2)^5}], \quad (117)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\Delta} = \frac{1}{35p^8}[-(16-56p^2+70p^4-35p^6)+$$
$$+16\sqrt{(1-p^2)^7}]. \quad (118)$$

Evenzoo de vergelijking (z):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.x dx}{\Delta} =$$
$$= \frac{1}{(a+1)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\Delta} - \sqrt{(1-p^2)}\right] \quad (af)$$

en hieruit voor $a = 2, 4, 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{3p^4}[2-(2+p^2)\sqrt{(1-p^2)}], \quad (119)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{15p^6}[8-(8+4p^2+3p^4)\sqrt{(1-p^2)}], \quad (120)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{35p^8}[16-(16+8p^2+6p^4+5p^6)\sqrt{(1-p^2)}]. \quad (121)$$

Het verschil tusschen de integralen (117) en (118), (119) (120), (120) en (121) geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x\,dx}{\Delta} = \frac{2}{105p^8}[(24-56p^2+35p^4)-$$

$$-4(6+p^2)\sqrt{(1-p^2)^5}], \quad \ldots . \quad (122)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\Delta} = \frac{2}{15p^6}[-(4-5p^2)+(4+p^2)\sqrt{(1-p^2)^3}], \quad (123)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x\,dx}{\Delta} = \frac{2}{105p^8}[-4(6-7p^2)+$$

$$+(24+8p^2+3p^4)\sqrt{(1-p^2)^3}] \quad . \quad (124)$$

Stelt men in de formule (aa) $b = 3$, zoo is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.Cos.\,x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^2}\left[-1+\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}\right] \quad \ldots . \quad (125)$$

Voor diezelfde waarde van b wordt de vergelijking (y):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x.\,Sin.\,x\,dx}{\Delta^3} =$$

$$= \frac{1}{(a-1)p^2}\left[1-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x.\,Sin.\,x\,dx}{\Delta^3}\right]; \quad . \quad (ag)$$

en deze geeft voor $a = 2,\ 4,\ 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.Cos.^3 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}[(2-p^2)-2\sqrt{(1-p^2)}], \quad . \quad (126)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}[-(8-12p^2+3p^4)+8\sqrt{(1-p^2)^3}], \quad (127)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{5p^8}[(16-40p^2+30p^4-5p^6)-8\sqrt{(1-p^2)^5}]. \quad (128)$$

Door het nemen van $b = 3$ in de formule (z) komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} =$$

$$= \frac{1}{(a-1)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} - \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}\right]; \quad (ah)$$

waaruit men voor $a = 2, 4, 6$, afleidt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[-2+\frac{2-p^2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \ldots . \quad (129)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{3p^6}\left[-8+\frac{8-4p^2-p^4}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \ldots \quad (130)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x.\ Cos.\ x\, dx}{\Delta^3} = \frac{1}{5p^8}\left[-16+\frac{16-8p^2-2p^4-p^6}{\sqrt{(1-p^2)}}\right]. \quad (131)$$

Ook hier kan men het verschil nemen tusschen (127) en (128), (129) en (130), (130) en (131); waardoor men verkrijgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x\, dx}{\Delta^3} = \frac{2}{15p^8}[-(24-40p^2+15p^4)+$$

$$+4(6-p^2)\sqrt{(1-p^2)^3}], \ldots \quad (132)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^3} = \frac{2}{3p^6}[(4-3p^2)-(4-p^2)\sqrt{(1-p^2)}], \quad (133)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{2}{15p^3}[4(6-5p^2) -$$

$$-(24-8p^2-p^4)\sqrt{(1-p^2)}]. \quad (134)$$

Wanneer men in de vergelijking (aa) $b = 5$ stelt, zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^2}\left[-1+\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \ldots \quad (135)$$

terwijl de formule (y) wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x.Sin.x\,dx}{\Delta^5} =$$

$$= \frac{1}{(a-3)p^2}\left[1-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x.Sin.x\,dx}{\Delta^5}\right]; \quad (ai)$$

die voor $a = 2, 4, 6,$ geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^3 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4}\left[-(2+p^2)+\frac{2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \quad (136)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}[(8-4p^2-p^4)-8\sqrt{(1-p^2)}], \quad (137)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^7 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^8}[-(16-24p^2+6p^4+p^6)+$$

$$+16\sqrt{(1-p^2)^3}]. \ldots \ldots \quad (138)$$

Verder wordt de formule (z) voor $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta^5} =$$

$$= \frac{1}{(a-3)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta^5} - \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right]; \quad (ak)$$

en dus voor $a = 2, 4, 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4}\left[2 - \frac{2-3p^2}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \quad \ldots \quad (139)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}\left[8 - \frac{8-12p^2+3p^4}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \quad \ldots \quad (140)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^8}\left[16 - \frac{16-24p^2+6p^4+p^6}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right]; \quad (141)$$

terwijl het verschil der integralen (137) en (138), (139) en (140), (140) en (141) ons levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\,Cos.^5 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3p^8}[(8-8p^2+p^4) - 4(2-p^2)\sqrt{(1-p^2)}], \quad (142)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.\,Cos.^3 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3p^6}\left[-(4-p^2) + \frac{4-3p^2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \quad (143)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.\,Cos.^3 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{2}{3p^8}\left[-4(2-p^2) + \frac{8-8p^2+p^4}{\sqrt{(1-p^2)}}\right] \ldots (144)$$

In de onderstelling van $b = 7$ wordt de formule (aa):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,x\,dx}{\Delta^7} = \frac{1}{5p^2}\left[-1 + \frac{1}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right], \quad \ldots \quad (145)$$

en de vergelijking (y):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a+1} x.Sin.\, x\, dx}{\Delta^7} =$$

$$= \frac{1}{(a-5)p^2}\left[1 - a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x.Sin.\, x\, dx}{\Delta^7}\right]; \quad (al)$$

derhalve voor $a = 2, 4, 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.\, Cos.^3 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4}\left[-(2+3p^2) + \frac{2}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \quad (146)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6}\left[-(8+4p^2+3p^4) + \frac{8}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \quad (147)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{5p^8}[(16-8p^2-2p^4-p^6) - 16\sqrt{(1-p^2)}]. \quad (148)$$

En nog de vergelijking (z):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a+1} x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} =$$

$$= \frac{1}{(a-5)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} - \frac{1}{\sqrt{1-p^2)^5}}\right]; \quad (am)$$

waaruit voor $a = 2, 4, 6$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4}\left[2 - \frac{2-5p^2}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right], \quad \ldots \quad (149)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.\, x\, dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6}\left[-8 + \frac{8-20p^2+15p^4}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right], \quad (150)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^7 x.Cos.\,x\,dx}{\triangle^7} = \frac{1}{5p^3}\left[-16+\frac{16-40p^2+30p^4-5p^6}{\sqrt{(1-p^2)^5}}\right]. \quad (151)$$

Eindelijk geeft het verschil tusschen (147) en (148), (149) en (150), (150) en (151):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\triangle^7} = \frac{2}{15p^8}\left[-(24-8p^2-p^4)+4\frac{6-5p^2}{\sqrt{(1-p^2)}}\right], \quad (152)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x\,dx}{\triangle^7} = \frac{2}{15p^6}\left[(4+p^2)-\frac{4-5p^2}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right], \quad (153)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\triangle^7} = \frac{2}{15p^8}\left[4(6-p^2)-\frac{24-40p^2+15p^4}{\sqrt{(1-p^2)^3}}\right]. \quad (154)$$

13. En hiermede zullen wij deze beschouwingen over de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^c x\,dx}{\triangle^{\pm b}}$ .... (θ) eindigen. Voor a oneven en c even vonden wij ze in N°. 3 tot 6 met behulp van de functie $l\left(\frac{1+p}{1-p}\right)$; voor a even en c even terzelfder plaatse, uitgedrukt in elliptische functien; voor a even, c oneven in N°. 8 en 9 met behulp der functie $Arcsin.\,p$; voor a en c oneven in N°. 11 en 12, uitgedrukt alleen in algebraische grootheden. Telkens werden uit eene algemeene formule de bijzondere gevallen afgeleid, voor zoo verre deze belangrijk of voor het vervolg noodig waren.

Wanneer men $\frac{\pi}{2} - y$ voor x stelt, verkrijgt de integraal den overeenkomstigen vorm $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^c x.Cos.^a x\,dx}{\nabla^{\pm b}}$, waar

∇ nu $\sqrt{(1-p^2\,Cos.^2 x)}$ voorstelt. Daar voor ieder bijzonder geval a achtervolgens dezelfde waarden verkrijgt als c, zullen dezelfde integralen als hier boven, maar met verwisseling van Δ in ∇, gemakkelijk zijn af te leiden.

Als eene verificatie-formule voor de berekeningen kan zeer geschikt dienen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-2}x.\,Cos.^c x\,dx}{\Delta \pm b} - p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.\,Cos.^c x\,dx}{\Delta \pm b} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-2}x.\,Cos.^c x\,dx}{\Delta \pm b-2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\iota)$$

V. *Over de integraal* $\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2\,Sin.^2 x)\,\frac{Sin.^a x.Cos.^c x\,dx}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2 x)}\pm 2b+1}$.

1. Er is een theorema voor algemeene herleiding, voorkomende in de Exposé, etc. Verhandelingen, Dl. VIII, blz. 113 :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(1-p^2\,Sin.^2 x)\,\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{1-p^2}{1-p^2\,Sin.^2 x}\right)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2 x)}}, \quad (p^2<1), \quad (\varkappa)$$

dat gemakkelijk wordt afgeleid door in het eerste lid de substitutie $Tang.\,x.\,Tang.\,y.\sqrt{(1-p^2)}=1$ in te voeren. Stelt men in deze formule $f(z)=z^b\,lz$, zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-p^2\,Sin.^2 x)^b\,l(1-p^2\,Sin.^2 x)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-p^2}{1-p^2\,Sin.^2 x}\right)^b l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2\,Sin.^2 x}\right)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2 x)}}, \quad (\lambda)$$

of na herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(1-p^2 Sin.^2 x)^b + \left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b\right] l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= l(1-p^2) \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}.$$

Stelt men verder $f(z) = (1-z)^b\, lz$, dan komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (p^2\, Sin.^2 x)^b\, l(1-p^2\, Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{p^2\, Cos.^2 x}{1-p^2\, Sin.^2 x}\right)^b l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2\, Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)}},$$

of na herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[Sin.^{2b} x + \frac{Cos.^{2b} x}{(1-p^2 Sin.^2 x)^b}\right] l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= l(1-p^2) \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{Cos.^2 x}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)^b \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}.$$

Eenvoudiger stelt men deze beide vergelijkingen aldus voor:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1-p^2\, Sin.^2 x)^{2b} + (1-p^2)^b]\, l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+1}} =$$

$$= (1-p^2)^b\, l(1-p^2) \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+1}}, \quad \ldots \quad (an)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [Sin.^{2b} x \cdot (1-p^2\, Sin.^2 x)^b + Cos.^{2b} x]\, l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+1}} =$$

$$= l(1-p^2) \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{2b} x\, dx}{\Delta^{2b+1}} \quad \ldots \quad (ao)$$

Wanneer men in de vergelijking (*an*) b negatief neemt, en naderhand met $(1-p^2)^b$ vermenigvuldigt, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-p^2)^b \left[\frac{1}{(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b}} + \frac{1}{(1-p^2)^b}\right] l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{1-2b}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b} + (1-p^2)^b] \frac{dx}{\triangle^{1+2b}} = l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \triangle^{2b-1},$$

waaruit, bij vergelijking met (*an*), wegens de gelijkheid der eerste leden volgen moet:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \triangle^{2b-1} = (1-p^2)^b \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+1}} \quad , \ldots . \ (ap)$$

een bijzonder geval van een bekend algemeen theorema. Hier leeren wij daaruit, dat wij b in de vergelijking (*an*) niet negatief behoeven te nemen: aan den anderen kant mag ook in (*ao*) b nooit negatief worden genomen, daar alsdan het tweede lid dezer vergelijking oneindig groot zoude worden.

Men kan uit de vorige vergelijkingen (*an*) en (*ao*) ook nog een paar andere afleiden naar de volgende redenering. Men stelle in (*an*) $b-1$ voor b en daarna voor $\frac{1}{\triangle^{2b-1}}$ weder $\frac{1-p^2 Sin.^2 x}{\triangle^{2b+1}}$, waarbij de factor $(1-p^2 Sin.^2 x)$ tusschen de haakjes behoort te worden gebragt; alsdan trekke men de uitkomst van de formule (*an*) af. Evenzoo handele men met de vergelijking (*ao*), en men zal tot de beide uitkomsten geraken:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1-p^2 Sin.^2 x)^{2b-1} Sin.^2 x + (1-p^2)^{b-1} Cos.^2 x]\, l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+1}} =$$

$$= \frac{1}{p^2}(1-p^2)^{b-1}\, l(1-p^2).\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b-1}} - (1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+1}}\right]$$

$$= (1-p^2)^{b-1}\, l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^2 x\, dx}{\Delta^{2b+1}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (ar)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1-p^2 Sin.^2 x)^b Sin.^{2b-4} x + (1-p^2) Cos.^{2b-4} x]\, l\Delta^2 \frac{Sin.^2 x.Cos.^2 x dx}{\Delta^{2b+1}} =$$

$$= l(1-p^2).\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{2b-1} x\, dx}{\Delta^{2b-1}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{2b} x\, dx}{\Delta^{2b-1}}\right]$$

$$= (1-p^2)\, l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^2 x.\, Cos.^{2b-1} x\, dx}{\Delta^{2b+1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (as)$$

Deze vier herleidings-formulen, en zoo vele andere, als daaruit nog zouden kunnen afgeleid worden, hebben allen een groot gebrek. In het eerste lid toch komen tusschen de haakjes twee termen voor; en wanneer men, de haakjes weglatende, twee integralen daarvoor in de plaats schrijft, zoo verkrijgt de eerste eene zekere magt van Δ als factor in den teller, de tweede daarentegen eene andere magt van Δ tot noemer. Beide magten hangen van b af, en wel zoodanig, dat zij, bij het grooter nemen van b, beide klimmen; zoodat de twee integralen hoe langer hoe meer zich van elkander verwijderen, wanneer men uitsluitend op die magten van Δ let. Hoezeer nu wel, bij de achtervolgende onderstelling $b = 0, = 1, = 2$, enz., de enkele integralen

met behulp van bijzondere kunstgrepen daaruit afzonderlijk zijn af te leiden, — mag het evenwel beter schijnen, om eene algemeene herleidings-formule op te zoeken, die niet aan het vermelde gebrek lijdt.

Zooals de formulen hierboven gevonden zijn, is dit niet mogelijk; maar zullen zij daartoe eerst eene verandering moeten ondergaan door het differentieren onder het integraal-teeken naar de constante p, of, wat hier geschikter is, naar $-p^2$. En dit is hier geoorloofd, daar, met de beperking $p^2 < 1$, nooit een geval van discontinuiteit voorkomt. De vergelijking (λ) geeft alsdan:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(1-p^2\,Sin.^2x)^{b-\frac{3}{2}}\,Sin.^2x.[(b-\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2\,Sin.^2x)+1] =$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\frac{(1-p^2)^{b-1}}{(1-p^2\,Sin.^2x)^{b+\frac{3}{2}}}\Big[(b\{(1-p^2Sin.^2x)-(1-p^2)Sin.^2x\}-$$

$$-\tfrac{1}{2}(1-p^2)Sin.^2x)\,l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2\,Sin.^2x}\right)+\{(1-p^2Sin.^2x)-(1-p^2)Sin.^2x\}\Big];$$

dat is, na herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\frac{l(1-p^2\,Sin.^2x)}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2x)^{2b+3}}}[(b-\tfrac{1}{2})\,Sin.^2x.(1-p^2\,Sin.^2x)^{2b}+$$

$$+(1-p^2)^{b-1}\{b(1-p^2Sin.^2x)-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)\,Sin.^2x\}] =$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2x)^{b+3}}}\{[b(1-p^2\,Sin.^2x)-$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)\,Sin.^2x\}\,l(1-p^2)+(1-p^2\,Sin.^2x)-$$

$$-(1-p^2)Sin.^2x](1-p^2)^{b-1}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^2x\,dx\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2x)^{2b-3}};$$

of met p^2 vermenigvuldigende en voor $p^2\,Sin.^2x$ overal $1-\Delta^2$ schrijvende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-\Delta^2)\Delta^{4b}+(1-p^2)^{b-1}\{bp^2\Delta^2-$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)(1-\Delta^2)] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[\{bp^2\Delta^2-$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)(1-\Delta^2)\}l(1-p^2)+p^2\Delta^2-(1-p^2)(1-\Delta^2)]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(1-\Delta^2)\Delta^{2b-3}, \quad \text{of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{4b}-(b-\tfrac{1}{2})\Delta^{4b+2}-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^b+$$

$$+\{b+\tfrac{1}{2}(1-p^2)\}(1-p^2)^{b-1}\Delta^2] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+$$

$$+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+(\{b+\tfrac{1}{2}(1-p^2)\}l(1-p^2)+1)\Delta^2]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (at)$$

De vergel. (au) kan men ook onder deze gedaante schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[\Delta^{4b+2}+(1-p^2)^b\Delta^2] =$$

$$= (1-p^2)^b l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx\,\Delta^2}{\Delta^{2b+3}}; \quad \ldots\ldots \quad (au)$$

en alzoo kan zij ons goede dienst bewijzen om uit de vergelijking (at) achter elkander de beide laatste termen van het eerste lid te verwijderen. Daartoe vermenigvuldige men deze met $1-p^2$ en de formule (au) met $b+\frac{1}{2}(1-p^2)$; trekt men dan de laatste uitkomst van de eerste af, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\triangle^{4b} - b(2-p^2)\triangle^{4b+2} -$$

$$-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b+1}] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}(1-p^2)^b[-\{(b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}$$

$$(1-p^2)+\triangle^2] - (1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx(\triangle^{2b-3} - \triangle^{2b-1}).$$

Vervolgens stelle men in de vergelijking *(an)* $b+1$ voor b, dan wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}[\triangle^{4b+4} + (1-p^2)^{b+1}] =$$

$$= (1-p^2)^{b+1} l(1-p^2). \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}.$$

En wanneer men deze uitkomst met $b+\frac{1}{2}$ vermenigvuldigt, en dit bij de vorige vergelijking optelt, zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\triangle^{4b} - b(2-p^2)\triangle^{4b+2} +$$

$$+(b+\tfrac{1}{2})\triangle^{4b+4}] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}(1-p^2)^b[-(1-p^2)+\triangle^2] - (1-p^2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx[\triangle^{2b-3} - \triangle^{2b-1}] = -(1-p)^{b+1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+3}} + (1-p^2)^b$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+1}} - (1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\triangle^{2b-3} + (1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\triangle^{2b-1};\ (av)$$

of, wanneer men in het laatste lid de vergelijking (*ap*) voor b en voor $b+1$ substitueert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{4b}-b(2-p^2)\Delta^{4b+2}+(b+\tfrac{1}{2})\Delta^{4b+4}]=$$

$$=-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta^{2b-3}+(2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta^{2b-1}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta^{2b+1}. \quad (aw)$$

voor de gewenschte reductie-vergelijking, die nu van het vroeger vermelde gebrek geheel is ontheven.

Neemt men aan, dat men op eenigerlei wijze de integralen gevonden had, die Δ en Δ^3 tot noemer hebben, dan zoude deze vergelijking, voor de onderstelling $b=0$, eene integraal doen kennen, die Δ als factor in den teller bevatte; vervolgens gaf ons de onderstelling $b=1$ eene andere integraal met Δ^3 als factor in den teller, enz. Zijn eenmaal op deze wijze de integralen met den factor Δ^{2b-1} in den teller gevonden, dan geeft de vergelijking (*an*) aanleiding om de overeenkomstige integralen afteleiden, die Δ^{2b+1} tot noemer hebben. Maar het is niet onbelangrijk, ook voor deze laatste integralen eene onafhankelijke reductieformule te zoeken.

Daartoe moeten wij ons weder tot de vergelijking (*at*) wenden, en trachten daaruit nu niet meer de beide laatste, maar de beide eerste termen van het eerste lid te elimineren. Tot dat doel behooren wij evenzeer de vergelijking (*an*) te bezigen; vermenigvuldigen wij deze met $b-\frac{1}{2}$, en tellen wij de uitkomst bij de formule (*at*) op, zoo vinden wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}[(b-\tfrac{1}{2})\triangle^{4b}-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^b+b(2-p^2)(1-p^2)^{b-1}\triangle^2]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+$$

$$+\{b(2-p^2)\,l(1-p^2)+1\}\triangle^2]-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,[\triangle^{2b-3}-\triangle^{2b-1}].$$

Door de verandering van b in $b-1$ wordt vervolgens de vergelijking (an):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx\,\triangle^4}{\triangle^{2b+3}}[\triangle^{4b-4}+(1-p^2)^{b-1}]=(1-p^2)^{b-1}l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx.\,\triangle^4}{\triangle^{2b+3}}.$$

Het produkt hiervan met $b-\frac{1}{2}$ van de vorige uitkomst aftrekkende, hebben wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}[-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^b+b(2-p^2)(1-p^2)^{b-1}\triangle^2-$$

$$-(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b-1}\triangle^4]=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+$$

$$+1\}(1-p^2)+\{b(2-p^2)l(1-p^2)+1\}\triangle^2-(b-\tfrac{1}{2})l(1-p^2).\triangle^4]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,(\triangle^{2b-3}-\triangle^{2b-1})\;=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+3}}(1-p^2)^{b-1}[-\{(b+\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+$$

$$+\{b(2-p^2)\,l(1-p^2)+1\}\triangle^2-(b-\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2)\triangle^4]-$$

$$-(1-p^2)^{b-1}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b-1}}+(1-p^2)^b\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{2b+1}},$$

waarbij de twee laatste termen van het tweede lid volgens de formule (*ap*) herleid zijn. Deelt men nu door den factor $(1-p^2)^{b-1}$, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)+b(2-p^2)\Delta^2-(b-\tfrac{1}{2})\Delta^4]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-\{(b+\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2)+1\}(1-p^2)+$$

$$+(2-p^2)\{bl(1-p^2)+1\}\Delta^2-\{(b-\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}\Delta^4]. \quad (ax)$$

Het laatste lid is evenwel voor eene groote vereenvoudiging vatbaar. Daartoe zullen wij de vergelijking (*a*) uit IV, N°. 2 moeten gebruiken, die ons voor $a=1$ en $b=2b+1$ levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}=\frac{1}{(1-p^2)(2b+1)}\left[(2-p^2)2b\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+1}}-(2b-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b-1}}\right].$$

Vermenigvuldig deze formule met $\frac{1}{2}(2b+1)(1-p^2)l(1-p^2)$, en substitueer het eerste lid der uitkomst in het tweede lid der vergelijking (*ax*), zoo wordt zij eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-(b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)+b(2-p^2)\Delta^2-(b-\tfrac{1}{2})\Delta^4]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^{2b+3}}[-(1-p^2)+(2-p^2)\Delta^2-\Delta^4]; \quad (ay)$$

eene reductievergelijking, zoo als wij ze zochten; bij nadere beschouwing blijkt zij echter niets anders te zijn dan de reeds vroeger gevonden reductievergelijking (*aw*) voor eene negatieve *b*.

Naar het vroeger gezegde kunnen wij echter zulke herleidingsformule ontberen, mits de beide integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} \quad \text{en} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} \ldots\ldots\ldots (\mu)$$

bekend zijn.

2. Ten einde hiertoe te geraken, stellen wij in de vergelijkingen (*an*) en (*ao*) $b = 0$, en verkrijgen alzoo door beiden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} = \tfrac{1}{2} l(1-p^2).\mathrm{F}'(p) \ldots\ldots (155)$$

Indien men echter in beide vergelijkingen $b = 1$ stelt, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1-p^2 Sin.^2 x)+(1-p^2)] l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} = l(1-p^2).\mathrm{E}'(p), \ldots (\nu)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(1-p^2 Sin.^2 x) Sin.^2 x + Cos.^2 x] l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} =$$

$$= \frac{1}{p^2} l(1-p^2).[\mathrm{F}'(p) - \mathrm{E}'(p)]. \ldots\ldots (\xi)$$

Wel geeft de som van de eerste met p^2 maal de laatste ons de integraal (155) terug; maar zij zijn daardoor ook niet geschikt om de drie integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^2 x dx}{\Delta^3}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^4 x dx}{\Delta^3}$$

onafhankelijk van elkander te bepalen. Om hierin te slagen moeten wij, even als boven, de integraal (155) onder het integraalteeken naar de constante p differentieren; dit geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{p\,Sin.^2 x\,dx}{\Delta^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-2p\,Sin.^2 x}{1-p^2 Sin.^2 x}\,\frac{dx}{\Delta} = \tfrac{1}{2}\,\frac{-2p}{1-p^2}\,\mathrm{F}'(p) +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\,l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{p\,Sin.^2 x\,dx}{\Delta^3},$$

of door invoering der waarde van de integraal (35):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^2 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(1-p^2)p^2}[-\{(2-p^2)+\tfrac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+\{2+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)], \quad \ldots . \quad (156)$$

en nu geeft de som van de formule (155) en het p^2-voud dezer laatste:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{1-p^2}\,[-(2-p^2)\mathrm{F}'(p) + \{2+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)]\,; (157)$$

zoodat thans de beide integralen (μ) gevonden zijn, en de vorige reductie-vergelijkingen kunnen worden toegepast. Stellen wij in de formule (aw) achtervolgens $b=0$ en $b=1$, zoo vinden wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 dx\Delta = (1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} - 2(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^3} + 2(2-p^2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta} - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta = (2-p^2)\mathrm{F}'(p) - \{2-\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p),. (158)$$

$$\frac{3}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\, dx\,\Delta^3 = (2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2\, dx\Delta - \frac{1-p^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} -$$

$$-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta} + (2-p^2)\int_2^{\frac{\pi}{2}} dx\Delta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,\Delta^3\,; \quad \text{of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 dx \Delta^3 = \frac{1}{9}\left[\left\{2(10-10p^2+3p^4)-\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)-\right.$$

$$\left.-(2-p^2)\left\{10-3\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)\right]. \ldots (159)$$

Evenzeer geeft de reductie-vergelijking (ay) voor $b=1$:

$$\frac{3(1-p^2)}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^5} = (2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^3} - \tfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} +$$

$$+(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^5} - (2-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\Delta}, \text{ of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9(1-p^2)^2}\left[-\left\{2(10-10p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)+(2-p^2)\left\{10+3l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)\right]. (160)$$

Het verschil tusschen de integralen (158) en (159), (155) en (158), (160) en (157), geeft, na deeling door p^2:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^2 x\, dx\, \Delta = \frac{1}{9p^2}\left[\left\{-(2-11p^2+6p^4)+\right.\right.$$

$$+\tfrac{3}{2}(1-p^2)\,l(1-p^2)\left.\right\}\mathrm{F}'(p)+\left\{2(1-5p^2)-\right.$$

$$\left.-\tfrac{3}{2}(1-2p^2)\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)], \ldots\ldots (161)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^2 x\, dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\left[\left\{-(2-p^2)+\tfrac{1}{2}\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)+\right.$$

$$\left.+\left\{2-\tfrac{1}{2}\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p), \ldots\ldots\ldots (162)\right.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^2 x\, dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^2(1-p^2)^2}\left[-\left\{(2+7p^2-3p^4)+\right.\right.$$

$$+\tfrac{3}{2}(1-p^2)\,l(1-p^2)\left.\right\}\mathrm{F}'(p)+\left\{2(1+4p^2)+\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(1+p^2)\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)] \ldots\ldots (163)$$

Evenzoo geeft het verschil tusschen de integralen (162) en (161), (156) en (162), (163) en (156), mede na deeling door p^2:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^4 x\,dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}\left[\left\{-2(8+p^2-3p^4)+\right.\right.$$
$$\left.+\tfrac{3}{2}(2+p^2)\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)+\left\{2(8+5p^2)-\right.$$
$$\left.\left.-3(1+p^2)\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)\right]. \quad \ldots\ldots (164)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^4 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4(1-p^2)}\left[-\left\{p^2(2-p^2)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+(1-p^2)l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)+\left\{2p^2+\tfrac{1}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)\right], \quad (165)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^4 x\,dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^4(1-p^2)^2}\left[\left\{2(8-17p^2+6p^4)+\right.\right.$$
$$\left.+\tfrac{3}{2}(2-3p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)-$$
$$\left.-\left\{2(8-13p^2)+3(1-2p^2)l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)\right]. \quad (166)$$

Nog is het $\frac{1}{p^2}$ deel van het verschil tusschen de formulen (165) en (164), (166) en (165):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^6 x\,dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6(1-p^2)}\left[\left\{16-32p^2+p^4+6p^6)-\right.\right.$$
$$\left.-\tfrac{3}{2}(8+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)+\left\{-2(8-12p^2-5p^4)+\right.$$
$$\left.+\tfrac{3}{2}(8-3p^2-2p^4)\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots (167)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^6 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^6(1-p^2)^2}\left[\left\{(16-16p^2-15p^4+9p^6)+\right.\right.$$
$$\left.+\tfrac{3}{2}(8-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\right\}\mathrm{F}'(p)-\left\{2(8-4p^2-9p^4)+\right.$$
$$\left.\left.+\tfrac{3}{2}(8-13p^2+3p^4)\,l(1-p^2)\right\}\mathrm{E}'(p)\right]. \quad \ldots\ldots\ldots (168)$$

Eindelijk verkrijgt men, de integralen (168) en (167) van elkander aftrekkende, en daarna door p^2 deelende:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^8 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8(1-p^2)^2}\left[\left\{2p^2(16-24p^2+2p^4+3p^6)-\right.\right.$$

$$-\tfrac{3}{2}(16-16p^2+p^4)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}F'(p)-\{2p^2(16-16p^2-$$

$$\left.\left.-5p^4)+3(8-12p^2+2p^4+p^6)\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\right]\ ^5). \quad (169)$$

3. Uit de nu gevonden integralen laten zich nog een zeker aantal andere afleiden, die daarmede overeenkomen, behalve dat de magten van de factoren. $Sin.^2 x$, in den teller, met die van $Cos.^2 x$ worden verwisseld.

Het verschil van (158) en (161); van (155) en (162), (162) en (164); dat van (157) en (156), (156) en (165), (165) en (167); eindelijk dat van (160) en (163), (163) en (166), (166) en (168), (168) en (169) geeft achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2 x dx\Delta = \frac{1}{9p^2}\left[\left\{(2+7p^2-3p^4)-\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+\right.$$

$$\left.+\left\{2(1+4p^2)+3(2-p^2)\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \quad \ldots\ldots \quad (170)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2 x\frac{dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\left[\left\{(2-p^2)-\tfrac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)-\right.$$

$$\left.\left\{2-\tfrac{1}{2}\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (171)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^2 x.Cos.^2 x\frac{dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}\left[\left\{(16-16p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$+\tfrac{3}{2}(1-p^2)\,l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(1-5p^2)-$$

$$\left.-\tfrac{3}{2}(1-2p^2)\,l(1-p^2)\right\}E'(p)], \quad \ldots\ldots \quad (172)$$

---

5) De integralen (155), (156), (157) komen voor l. c. T. 348. N. 12, 19, 18; — de integralen (158) en (162) werden afgeleid in de Exposé, blz. 424.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2 x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^2}\left[\left\{(2-p^2)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\right\}F'(p)-\left\{2+\tfrac{1}{2}l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \quad (173)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^2x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^4}l(1-p^2).\left[\tfrac{1}{2}(2-p^2)F'(p)-E'(p)\right], \quad (174)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^4x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{9p^6}\left[\left\{-(16-16p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(8-5p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+\left\{8(2-p^2)-\right.$$

$$\left.-\tfrac{3}{2}(8-p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (175)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^2(1-p^2)}\left[\left\{(2-11p^2+6p^4)+\right.\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)-\left\{2(1-5p^2)+\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(1-2p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (176)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^2x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^4(1-p^2)}\left[\left\{-(16-16p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$\left.+3(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+\left\{8(2-p^2)+\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (177)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^4x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^6(1-p^2)}\left[-\left\{(16-16p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(8-3p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+\left\{8(2-p^2)+\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(8-7p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (178)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^6x.Cos.^2x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^8(1-p^2)}\left[\left\{-p^2(16-16p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$\left.+12(2+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+\left\{8p^2(2-p^2)+\right.$$

$$\left.+\tfrac{3}{2}(16-16p^2+p^4)l(1-p^2)\right\}E'(p)] \ldots\ldots \quad (179)$$

Vervolgens geeft het verschil van de formulen (171) en (172), (173) en (174), (174) en (175), (176) en (177), (177) en (178), (178) en (179) de volgende integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}[-\{2(8-17p^2+6p^4)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1+3p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(1+4p^2)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(1+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (180)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}[\{p^2(2-p^2)-(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2p^2+\tfrac{1}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad \ldots\ldots \quad (181)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^2 x . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}[\{(16-16p^2+3p^4)-$$

$$-\tfrac{3}{2}(8-3p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-8(2-p^2)+$$

$$+12(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (182)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^4}[\{2(8+p^2-3p^4)+\tfrac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-\{2(8+5p^2)+3(1+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad \ldots\ldots \quad (183)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^2 x . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^6}[\{(16-16p^2+3p^4)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(8-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{8(2-p^2)-12(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (184)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 . Sin.^4 x . Cos.^4 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{-1}{3p^8} l(1-p^2).[\tfrac{1}{2}(16+16p^2-3p^4)F'(p)+$$

$$+4(2-p^2)E'(p)]. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (185)$$

Het verschil van de integralen (181) en (182), (183) en (184), (184) en (185) geeft evenzoo:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^6 x \frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}[\{-(16-16p^2-15p^4+9p^6)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(8-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(8-4p^2-9p^4)-$$

$$-\tfrac{3}{2}(8-3p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots\ldots (186)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^6 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^6}[-\{(16-32p^2+p^4+6p^6)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(8-3p^2-p^4)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(8-12p^2-5p^4)-$$

$$-3(8-5p^2-p^4)l(1-p^2)\}F'(p)], \ldots\ldots\ldots (187)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Sin.^2 x.Cos.^6 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}[\{p^2(16-16p^2+3p^4)+$$

$$+6(4+6p^2-p^6)l(1-p^2)\}F'(p)-\{8p^2(2-p^2)-$$

$$-12(1+p^2)(2-p^2)l(1-p^2)\}E'(p)]. \ldots\ldots\ldots (188)$$

Terwijl men eindelijk, de integraal (188) van (187) aftrekkende, vinden zal:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2.Cos.^8 x \frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}[-\{2p^2(16-8p^2+2p^4+3p^6)+$$

$$+\tfrac{3}{2}(16-p^4)(1+p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2p^2(16-14p^2-5p^4)-$$

$$-3(8+4p^2-9p^4-p^6)l(1-p^2)\}E'(p)]\ ^6) \ldots\ldots (189)$$

4. Al de vorige integralen had men ook uit de reductievergelijkingen (*an*) en (*ao*) kunnen afleiden, waarbij dan echter eene dier vergelijkingen telkens ten opzigte van p moest gedifferentieerd worden.

Als verificatie-formulen kunnen mede dezelfde vergelij-

---

[6]) De integraal (173) komt voor l. c. T. 348, N°. 20. — De integraal (171) werd afgeleid in de Exposé, blz. 424.

kingen (*an*) en (*ao*) dienen, waarbij men dan de integralen noodig heeft, die in IV zijn ontwikkeld.

5. De behandelde integralen hebben evene magten van *Sin. x* en *Cos. x* tot factoren in den teller; men kan even zoo goed de integralen zoeken, waarbij die magten oneven zijn.

Daartoe worde opgemerkt, dat de bekende substitutie *Tang. x. Tang. y.* $\sqrt{(1-p^2)} = 1$, die reeds boven in N°. 1 is aangewezen, de volgende vergelijkingen medebrengt:

$$\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} = \frac{dy}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 y)}},\ 1-p^2 Sin.^2 x = \frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 y},$$

$$Sin.^2 x = \frac{Cos.^2 y}{1-p^2 Sin.^2 y},\ Cos.^2 x = \frac{(1-p^2) Sin.^2 y}{1-p^2 Sin.^2 y}, \ldots . (o)$$

$$Sin. x. Cos. x = \frac{Sin. y. Cos. y. \sqrt{(1-p^2)}}{1-p^2 Sin.^2 y}.$$ Met het oog hierop is de waarheid duidelijk van het volgende theorema:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(Sin. x. Cos. x, 1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{Sin. x. Cos. x. \sqrt{(1-p^2)}}{1-p^2 Sin.^2 x}, \frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}, . (\pi)$$

dat van meer algemeenen aard is dan het theorema (x). Stel hierin $f(y, z) = y^a . z^b l z$, zoo wordt het:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x. Cos.^a x. (1-p^2 Sin.^2 x)^b l(1-p^2 Sin.^2 x) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x. Cos.^a x. (1-p^2)^{\frac{1}{2}a}}{(1-p^2 Sin.^2 x)^a} \frac{(1-p^2)^b}{(1-p^2 Sin.^2 x)^b} l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right) \frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}},$$

of

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.ax.Cos.^a x.l(1-p^2\,Sin.^2x)dx\left[\frac{(1-p^2\,Sin.x)^{a+2b}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}}{(1-p^2\,Sin.^2x)^{a+b+\frac{1}{2}}}\right]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l\,(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{(1-p^2\,Sin.^2 x)^{a+b+\frac{1}{2}}},$$

dat is

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x.l\,\triangle^2\,dx\left[\frac{\triangle^{2a+4b}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}}{\triangle^{2a+2b+1}}\right]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l\,(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.\,Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+1}}\quad\ldots\quad(az)$$

Deze vergelijking heeft evenwel hetzelfde gebrek als de formule (*an*), wanneer zij namelijk tot herleidingsvergelijkingen zouden moeten dienen; want in het eerste lid komen twee integralen voor, die slechts met betrekking tot de functie $\triangle$ verschillen. De eene heeft den factor $\triangle^{2b-1}$ in den teller, de tweede heeft $\triangle^{2a+2b+1}$ in den noemer. Bij het groeijen van b zullen dus beide integralen hoe langer hoe meer gaan verschillen; hetgeen de vergelijking in dien vorm voor eene herleidingsformule geheel ongeschikt maakt. Ten einde echter zulk eene te verkrijgen, die beter voor dit doel past, zal het noodig zijn, het theorema (*az*) te veranderen, en wel door het onder de integraalteekens te differentieren naar de standvastige p, of als men liever wil, naar $-p^2$. Deze bewerking geeft ons:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.\,Cos.^a x\,\frac{dx}{\triangle^{2a+2b+3}}\left[\left\{\triangle^{2a+4b}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\right\}Sin.^2 x+\right.$$

$$+\,l\,\triangle^2.\left\{(b-\tfrac{1}{2})\,\triangle^{2a+4b}\,Sin.^2 x+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\left((b+\tfrac{1}{2}a)\,\triangle^2-\right.\right.$$

$$\left.\left.-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)Sin.^2x\right)\right\}\left.\right]=\left\{(b+\tfrac{1}{2}a)l(1-p^2)+1\right\}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.\,Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+1}}-(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l\,(1-p^2).\,\tfrac{1}{2}\,(2a+2b+1).$$

$$.\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^{a+2} x.\,Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}},$$

of, wanneer men met p^2 vermenigvuldigt en de waarde $p^2\ Sin.^2 x = 1 - \triangle^2$ invoert, na eenige herleiding:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}}\, l\triangle^2.[(b-\tfrac{1}{2})\triangle^{2a+4b}(1-\triangle^2)+$$

$$+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\{(b+\tfrac{1}{2}a)p^2\triangle^2-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)(1-\triangle^2)\}]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x dx}{\triangle^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}[\{(b+\tfrac{1}{2}a)l(1-p^2)+1\}p^2\triangle^2-$$

$$-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)\,l(1-p^2).(1-\triangle^2)-(1-p^2)(1-\triangle^2)]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin^a x.Cos.^a x\,dx\,\triangle^{2b-3}(1-\triangle^2);\quad \text{of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x dx}{\triangle^{2a+2b+3}}\, l\triangle^2.[(b-\tfrac{1}{2})\triangle^{2a+4b}-(b-\tfrac{1}{2})\triangle^{2a+4b+2}-$$

$$-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}+\{(a+b+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{2}(a+1)p^2\}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}\triangle^2]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x dx}{\triangle^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a-1}[-\{(a+b+\tfrac{1}{2})\,l(1-p^2)+1\}$$

$$(1-p^2)+\{\{(a+b+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{2}(a+1)p^2\}\,l(1-p^2)+1\}\triangle^2]-$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x\,dx\,(\triangle^{2b-3}-\triangle^{2b-1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (ba)$$

Om deze vergelijking nu tot ons doel geschikt te maken, moeten wij eerst de formule (az) aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{Sin.^a x.Cos.^a x dx}{\triangle^{2a+2b+3}}[\triangle^{2a+4b+2}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\triangle^2]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\,l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx\,\triangle^2}{\triangle^{2a+2b+3}},\ \ldots\ldots\ (bb)$$

deze vervolgens met $(a+b+\frac{1}{2})-\frac{1}{2}(a+1)p^2$ en de vorige vergelijking met $1-p^2$ vermenigvuldigen, en eindelijk het eerste produkt van het tweede aftrekken. Op die wijze zullen wij verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}} l\triangle^2.[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\triangle^{2a+4b}-$$

$$-\tfrac{1}{2}(a+2b)(2-p^2)\triangle^{2a+4b+2}-(a+b+\tfrac{1}{2})(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a+1}]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}[-\{(a+b+\tfrac{1}{2})l(1-p^2)+1\}$$

$$(1-p^2)+\triangle^2]-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x dx(\triangle^{2b-3}-\triangle^{2b-1}).$$

Vervolgens wordt de vergelijking (az), wanneer men $b+1$ voor b in de plaats stelt, hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}}[\triangle^{2a+4b+4}+(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a+1}]=$$

$$=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a+1} l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}}.$$

Deze moet men nu met $a+b+\frac{1}{2}$ vermenigvuldigen, en het produkt bij de vorige vergelijking optellen; alsdan is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}} l\triangle^2.[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\triangle^{2a+4b}-$$

$$-\tfrac{1}{2}(a+2b)(2-p^2)\triangle^{2a+4b+2}+(a+b+\tfrac{1}{2})\triangle^{2a+4b+4}]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^a x\,dx}{\triangle^{2a+2b+3}}(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}[-(1-p^2)+\triangle^2]-$$

$$-(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x\,dx(\triangle^{2b-3}-\triangle^{2b-1}),\ldots. \quad (bc)$$

de herleidingsformule, die wij zochten als ontheven van het gebrek, waaraan de oorspronkelijke vergelijking (az) leed, en waarin nu het tweede lid geheel uit integralen bestaat, die in § IV zijn afgeleid. Maar wij kunnen dit tweede lid tot eenvoudiger vorm herleiden. Daartoe stelle men in de formule (az) $b = -(a+d)$, vermenigvuldige haar met $(1-p^2)^{\frac{1}{2}a+d}$ en schrijve alsdan b weder in de plaats van d; zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.\ Cos.^a x.\ l\triangle^2\ dx\left[\frac{(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}}+\triangle^{2a+4b}}{\triangle^{2a+2b+1}}\right]=$$

$$=l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.\ Cos.^a x dx\ \triangle^{2b-1}.$$

En nu geeft ons de opmerking, dat deze vergelijking met de vorige (az) het eerste lid gemeen heeft, het volgende theorema:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^a x dx\triangle^{2b-1}=(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}a}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.Cos.^a x dx}{\triangle^{2a+2b+1}}\ .\ (bd)$$

Wanneer men nu het eerste lid voor b en voor $b-1$ in het tweede lid der vergelijking (bc) substitueert, zoo wordt de laatste eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.Cos.^a x dx}{\triangle^{2a+2b+3}} l\triangle^2.\left[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\triangle^{2a+4b}-\right.$$

$$\left.-\tfrac{1}{2}(a+2b)(2-p^2)\triangle^{2a+4b+2}+(a+b+\tfrac{1}{2})\triangle^{2a+4b+4}\right]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.^a x.Cos.^a x dx}{\triangle^{2a+2b+3}}-[(1-p^2)\triangle^{4b}+(2-p^2)\triangle^{4b+2}-\triangle^{4b+4}].(be)$$

Even als vroeger kan ook hier door substitutie van de vergelijking (az) in de afgeleide (ba) worden aangetoond, dat de laatste formule (be) even goed voor negative b geldt; iets, dat ook wel te voorzien was.

6. Wanneer men hieruit eenige bijzondere uitkomsten wil afleiden, ziet men al dadelijk, dat de onderstelling $a = 0$ ons tot de vergelijking (aw) terug voert; stelt men echter $a = 1$, zoo wordt de formule (be) :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x dx\, l\Delta^2.[(b-\tfrac{1}{2})(1-p^2)\Delta^{2b-3} - \\ -\tfrac{1}{2}(2b+1)(2-p^2)\Delta^{2b-1}+(b+\tfrac{3}{2})\Delta^{2b+1}] =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x dx\left[-(1-p^2)\Delta^{2b-5}+(2-p^2)\Delta^{2b-3}-\Delta^{2b-1}\right]. \quad (bf)$$

Ten einde voor $b = 0$ deze vergelijking te kunnen gebruiken, heeft men de beide integralen noodig, die Δ zelve in den noemer en in den teller hebben. Deze vindt men aldus, daar $d\Delta = \frac{1}{2}(-2p^2) Sin.x.Cos.x \dfrac{dx}{\Delta} = \dfrac{-p^2 Sin.x.Cos.x dx}{\Delta}$ is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta} = -\frac{1}{p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta^2 d\Delta = -\frac{2}{p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta d\Delta = \frac{-2}{p^2}\cdot$$

$$\cdot\Delta(l\Delta-1)\Big\}_1^{\sqrt{(1-p^2)}} = \frac{-2}{p^2}\left[\sqrt{(1-p^2)}\{l.\sqrt{(1-p^2)}-1\}+1\right] =$$

$$= \frac{1}{p^2}\left[\{2-l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)}-2\right], \quad \ldots \quad (190)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.x.Cos.x.l\Delta^2\, dx\, \Delta = -\frac{1}{p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta^2 . \Delta^2\, d\Delta =$$

$$= \frac{-2}{9p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\Delta^3 d.\Delta^3 = \frac{-2}{9p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)^3}} ly\, dy = \frac{-2}{9p^2}\cdot y(ly-1)\Big\}_1^{\sqrt{(1-p^2)^3}} =$$

$$= \frac{-2}{9p^2}\left[\sqrt{(1-p^2)^3}\,\{l\sqrt{(1-p^2)^3}-1\}+1\right] =$$

$$= \frac{1}{9p^2}\left[\{2-3l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)^3}-2\right] . \quad (191)$$

Thans zoude men met behulp van de herleidingsformule (*bf*) verder kunnen gaan; maar dezelfde wijze van behandeling geeft dadelijk regtstreeks:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.\,x.\,Cos.\,x.l\,\Delta^2\,\frac{dx}{\Delta^{2b+1}} = -\frac{1}{p^2}\int_0^{\sqrt{(1-p^2)}} l\,\Delta^2\,\frac{d\Delta}{\Delta^{2b}} =$$

$$= \frac{-2}{(2b-1)^2p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}} l\,\frac{1}{\Delta^{2b-1}}d.\frac{1}{\Delta^{2b-1}} = \frac{-2}{(2b-1)^2p^2}\int_1^{\sqrt{(1-p^2)}^{1-2b}} ly\,dy =$$

$$= \frac{-2}{(2b-1)^2p^2}\left[\sqrt{(1-p^2)}^{1-2b}\{l.\sqrt{(1-p^2)}^{1-2b}-1\}+1\right] =$$

$$= \frac{1}{(2b-1)^2p^2}\left[\{2+(2b-1)l(1-p^2)\}\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}^{2b-1}}-2\right] \quad (192)$$

Daar deze de eenige integraal is, die wij hier in het vervolg zullen noodig hebben, willen wij niet voortgaan met het aannemen van andere waarden voor de standvastige a in de vergelijking (*be*).

7. Nog blijft er over, eene dergelijke vergelijking te zoeken als de vorige (*az*), waarbij echter de magten van de factoren $Sin.\,x$ en $Cos.\,x$ onderling zouden verschillen. Daartoe stellen wij met behulp der substitutien (*o*) in het begin van N°. 5, het volgende theorema:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(Sin.\,x, Cos.\,x, 1-p^2\,Sin.^2x)\,\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2\,Sin.^2x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{Cos.\,x}{\sqrt{(1-p^2Sin.^2x)}}, \frac{Sin.x.\sqrt{(1-p^2)}}{\sqrt{(1-p^2Sin.^2x)}}, \frac{1-p^2}{1-p^2Sin.^2x}\right)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2Sin.^2x)}}; \quad (\varrho)$$

en hierin zullen wij dan aannemen $f(w,y,z) = w^c y^a z^b lz$. Alsdan wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.Cos.^c x.(1-p^2 Sin.^2 x)^b l(1-p^2 Sin.^2 x)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}} =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^a x}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^a}} \cdot \frac{Sin.^c x.\sqrt{(1-p^2)^c}}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^c}} \left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.x^2}\right)^b$$

$$l\left(\frac{1-p^2}{1-p^2 Sin.^2 x}\right)\frac{dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)}}, \text{ of}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2 Sin.^2 x)\,dx$$

$$\frac{Sin.^a x.Cos.^c x.(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}(a+c)+2b} + Sin.^c x.Cos.^a x.(1-p^2)^{b+\frac{1}{2}c}}{(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}(a+c+1)+b}} =$$

$$= (1-p^2)^{b+\frac{1}{2}c} l(1-p^2).\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^c x.\,Cos.^a x\,dx}{(1-p^2 Sin.^2 x)^{\frac{1}{2}(a+c+1)+b}} \quad . \quad . \quad (bg)$$

In het geval van $a = 0 = c$ geeft deze formule ons de vergelijking (an) terug; en in het geval van $a = c$ evenzoo de vergelijking (az). Wanneer a en c of beide even, of beide oneven zijn, is het niet moeijelijk deze vergelijking (bg) terug te voeren tot de laatstgenoemde (az). Anders is het geval, wanneer van a en c slechts eene van beide even, de andere oneven is; maar alsdan vervalt ook de gewone vorm bij eene der beide integralen van het eerste lid. Deze laten zich toch aldus afzonderen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2 Sin.^2 x).\,Sin.^a x.\,Cos.^c x\,dx\,\Delta^{2b-1} +$$

$$+ (1-p^2)^{b+\frac{1}{2}c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2 Sin.^2 x).Sin.^c x.\,Cos.^a x\,\frac{dx}{\Delta^{a+c+1+2b}}.$$

Is b een geheel getal, zoo behoudt de eerste integraal den

gewonen vorm, even als vroeger, daar Δ alsdan tot eene oneven magt moet verheven worden; maar in de tweede integraal is het anders. Bij onze onderstelling toch is $a+c$ altijd oneven en dus $a+c+2b+1$ altijd even: Δ moet dus hier tot eene evene magt worden verheven en het wortelteeken valt weg. Zulke integralen nu, waarbij alleen geheele magten van de functie $(1-p^2\,Sin.^2\,x)$ voorkomen, zijn van geheel andere, meer eenvoudige natuur dan de hier behandelde, en zijn in dit opstel niet beschouwd.

Stelt men voor b in de plaats $b-\frac{1}{2}$, dan valt wel is waar de tweede integraal onder de hier behandelde terug, maar dan ontstaat hetzelfde bezwaar bij de eerste.

Uit het gezegde valt af te leiden, dat de vergelijking (by) ons hier niets nieuws kan leeren, en wij ons bij de vroegere (an) en (az) moeten bepalen.

Overigens kan men in de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^a x.Cos.^c x dx}{\Delta^{\pm 2b+1}}$

ook $x=\frac{\pi}{2}-y$ substitueren, waardoor die integraal den overeenkomstigen vorm verkrijgt $\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^c x.Cos.^a x dx}{\nabla^{\pm 2b+1}}$,

en deze is uit de uitkomsten, hierboven verkregen, gemakkelijk af te leiden, daar telkens a en c achtereenvolgens dezelfde waarden verkrijgen.

VI. *Over de integraal* $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.Cos.^c x dx}{\sqrt{(1-p^2 Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}}$, *enz.*

1. Uit de beide voorgaande stelsels van bepaalde integralen laten zich nog twee andere stelsels afleiden door de

methode van partieel integreren. Wij zullen met de integralen uit N°. IV aanvangen.

Opmerkelijk voorzeker mag het heeten, dat deze methode alleen algemeen toepasselijk is op die integralen, welke door elliptische functien waren uitgedrukt; ten deele slechts zoowel op die, waarbij de functie $l\frac{1+p}{1-p}$ voorkomt, als ook op die, welke de functie $Arcsin.p$ bevatten; en in het geheel niet op die, welker waarde uit louter algebraische grootheden bestaat.

Vooreerst heeft men door partieel integreren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\Delta^{b-2}} = \frac{xSin.^{a-1}x}{\Delta^{b-2}}\Big\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,dx\left[\frac{(a-1)Sin.^{a-2}x.Cos.x}{\Delta^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2}\,Sin.^{a-1}x\,\frac{-p^2.2Sin.x.Cos.x}{\Delta^b}\right] = \ldots\ldots (\sigma)$$

$$= \frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.^{a-2}x.Cos.x\,dx\left[\frac{a-1}{\Delta^{b-2}} + (b-2)\frac{1-\Delta^2}{\Delta^b}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x\,Cos.x\,dx\left[\frac{a-b+1}{\Delta^{b-2}} + \frac{b-2}{\Delta^b}\right].$$

De geintregeerde term vervalt hier wel voor de onderste grens 0 van x, maar niet meer voor de bovenste grens $\frac{1}{2}\pi$, waarvoor zij de waarde verkrijgt, die nu in het tweede lid blijft staan. Lost men deze vergelijking op, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx}{\Delta^b} = \frac{1}{b-2}\left[\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - (a-b+1)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx}{\Delta^{b-2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\Delta^{b-2}}\right]; \quad \ldots\ldots (bh)$$

en hieruit, wanneer men b in $2-b$ verandert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,x\,dx\,\triangle^b = \frac{1}{a+b-1}\left[\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{1}{2}b} + \right.$$

$$\left. + b\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,x\,dx\,\triangle^{b-2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x\,dx\,\triangle^b\right]. \quad (bi)$$

De laatst voorkomende integraal dezer beide vergelijkingen is uit § IV bekend; derhalve moet hier worden bepaald, bijv. de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,x\,dx}{\triangle^{b-2}}$. Om deze te herleiden, kan men de vergelijking (σ) aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\triangle^{b-2}} = \left.\frac{x\,Sin.^{a-1}x}{\triangle^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,x\,dx$$

$$\left[\frac{(a-1)(1-p^2Sin.^2x)}{\triangle^b} + (b-2)\frac{p^2Sin.^2x}{\triangle^b}\right] = \frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Cos.\,x\frac{dx}{\triangle^b}\left[(a-1)\,Sin.^{a-2}x - (a-b+1)p^2\,Sin.^a x\right];$$

en hieruit volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a x.\,Cos.\,x\,dx}{\triangle^b} = \frac{1}{(a-b+1)p^2}\left[-\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} + \right.$$

$$\left. + (a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-2}x.\,Cos.\,x\,dx}{\triangle^b} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\triangle^{b-2}}\right]; \quad (bk)$$

of voor b negatief:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^a x.Cos.x\,dx\,\triangle^b = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{1}{2}b+1} +$$

$$+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx\,\triangle^b + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}x\,dx\,\triangle^{b-2}\Big]; \quad (bl)$$

en deze moet tot ons doel voeren. Want de reductie-vergelijking (*bh*) (of (*bi*)) brengt de magten b van $\triangle$ telkens tot lageren graad: en nu vermindert de vorige (*bk*) (of ook (*bl*)) de magten van den factor *Sin. x*. Nu is verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{b-2}} = \frac{x}{\triangle^{b-2}}\Big\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\left(-\frac{b-2}{2}\right)\frac{-p^2.2Sin.x.Cos.x\,dx}{\triangle^b} =$$

$$= \frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - (b-2)p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.x\,dx}{\triangle^b},$$

waaruit volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.x\,dx}{\triangle^b} = \frac{1}{(b-2)p^2}\Big[\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\triangle^{b-2}}\Big]; \quad (bm)$$

zoo als ook uit de vergelijking (*bk*) af te leiden is, wanneer men daarin $a = 1$ stelt; en waarbij nu de laatste integraal ook uit § IV bekend is.

Indien men evenwel in dezelfde vergelijking $a = 2$ stelde, zoo zoude men verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,Sin.^2 x.Cos.x\,dx}{\triangle^b} = \frac{1}{(3-b)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} +$$

$$+\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.x\,dx}{\triangle^b} + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin.x\,dx}{\triangle^{b-2}}\Big].$$

Deze vergelijking bevat echter twee integralen van den hier behandelden vorm, die derhalve niet afzonderlijk schijnen bepaald te kunnen worden. Eene uitzondering maakt hierop het geval dat $b = 3$ is; want, indien men dan eerst met $(3-b)p^2$ heeft vermenigvuldigd, verdwijnt het eerste lid, en moet dus ook het tweede lid nul worden, dat is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,x\,dx}{\Delta^3} = \frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x\,dx}{\Delta} =$$

$$= \frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \frac{1}{2p} l \frac{1+p}{1-p}\ ^{7}), \quad \ldots \quad (193)$$

door substitutie van de integraal (3).

Stel nu ook in de formule (bh) $a = 2$, dan is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,x dx}{\Delta^b} = \frac{1}{b-2}\left[\frac{\pi}{2(1-p^2)^{\frac{1}{2}b-1}} - (3-b)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,x dx}{\Delta^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.\,x\,dx}{\Delta^{b-2}}\right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (bn)$$

waaruit voor $b = 3$ weder de integraal (193) te voorschijn komt, zoo als behoort. Zij kan nu ook achtervolgens voor $b = 5$, 7, enz. dienen; maar voor $b = 1$ geeft zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,x dx}{\Delta} = -\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)} + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Cos.\,x dx \Delta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.\,x dx \Delta, \ldots (bo)$$

die weder niet dienen kan om of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.\,x dx}{\Delta}$ of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Cos.\,x dx\,\Delta$,

---

7) Deze integraal werd door mij afgeleid l. c. T. 243, N°. 12.

ieder op zich zelve, te bepalen: en het schijnt dan ook, dat de integraal in het eerste lid eene nieuwe transcendente daarstelt.

2. Daarentegen is er nog eene andere integraalformule, die van belang te achten is, en aldus kan verkregen worden door het toepassen der methode van partieel integreren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x\,dx}{\triangle^{b-2}} = \frac{x\,Cos.^{a-1}x}{\triangle^{b-2}}\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,dx\left[\frac{(a-1)\,Cos.^{a-2}x.(-Sin.x)}{\triangle^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2}\,Cos.^{a-1}x\,\frac{-p^2.2\,Sin.x.Cos.x}{\triangle^b}\right] \ldots\ldots (\tau)$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^{a-2}x\,dx\left[-\frac{a-1}{\triangle^{b-2}} + (b-2)\frac{p^2-1+\triangle^2}{\triangle^b}\right] =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^{a-2}x\,dx\left[\frac{-a+b-1}{\triangle^{b-2}} - (b-2)\frac{1-p^2}{\triangle^b}\right], \text{ voor } a > 1.$$

Hier moest de reeds geintegreerde term verdwijnen voor de grens $x = 0$, wegens den factor x, en voor de grens $x = \frac{1}{2}\pi$, wegens den factor $Cos.^{a-1}x$, die alsdan nul wordt, zoo lang slechts a grooter dan 1 blijft; want voor $a = 1$, zoude die factor wegvallen, en dus den term zelven ook niet meer kunnen doen verdwijnen door hare waarde voor $x = \frac{1}{2}\pi$. Men vindt daaruit:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\frac{Sin.x.Cos.^{a-2}x\,dx}{\triangle^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)}\left[-(a-b+1)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\frac{Sin.x.Cos.^{a-2}x\,dx}{\triangle^{b-2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x\,dx}{\triangle^{b-2}}\right], \quad . \quad (bp)$$

waardoor men reeds leert, om de magt van $\triangle$ langzamer-

hand te verlagen. Ten einde nu evenzeer a te kunnen doen verminderen, moet men weder tot de vergelijking (π) zijne toevlugt nemen en deze aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\triangle^{b-2}} = 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.\, x.\, Cos.^{a-2} x \frac{dx}{\triangle^b} [-(a-1)$$

$$(1 - p^2 + p^2\, Cos.^2 x) + (b-2) p^2\, Cos.^2 x],$$

en hieruit vervolgens afleiden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.\, Cos.^a x\, dx}{\triangle^b} = \frac{1}{(a-b+1)p^2} \left[-(a-1)(1-p^2) \right.$$

$$\left. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.^{a-2} x\, dx}{\triangle^b} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x\, dx}{\triangle^{b-2}} \right] . \ . \ . \ . \ (bq)$$

Deze vergelijking komt eenigermate overeen met de vorige (bk); maar men vergete niet, dat het hier niet geoorloofd is $a = 1$ te stellen, zonder eerst weder den geintegreerden term der vergelijking (π) weder in te voeren, die nu den factor $Cos.^{a-1} x$ verliest, en daardoor niet meer nul wordt; doet men dit, dan komt men weder tot de formule (bm) terug. Stelt men echter $a = 2$, vermenigvuldigt men vervolgens met $(a-b+1)p^2 = (3-b)p^2$, en stelt men dan eindelijk $b = 3$, zoo verdwijnt weder het eerste lid der vergelijking, en verkrijgt men: $0 = -(1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x\, dx}{\triangle^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.\, x \frac{dx}{\triangle}$,

waaruit naar de integraal (81) volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x\, dx}{\triangle^3} = \frac{1}{1-p^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.x\, dx}{\triangle} = \frac{1}{p(1-p^2)} Arcsin.p. . (194)$$

Stel ook nu in de vergelijking (bp) $a = 2$, zoo is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.xdx}{\Delta^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)}\left[(b-3)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.xdx}{\Delta^{b-2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos\,xdx}{\Delta^{b-2}}\right]; \quad (br)$$

en deze geeft voor $b = 3$ weder de integraal (194); verder kan zij nu voor $b = 5$, 7, enz., dienen, maar niet voor kleinere b, daar alsdan voor $b = 1$ de vergelijking

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.xdx}{\Delta} = \frac{1}{1-p^2}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.x\,dx\,\Delta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.x\,dx\,\Delta\right]. \quad (bs)$$

te voorschijn komt, die weder, even als de vergelijking (*bo*), twee integralen bevat, die niet ieder afzonderlijk kunnen bepaald worden, maar tot eene nieuwe transcendente schijnen te behooren.

Uit de vergelijking van de formulen (*bk*) en (*bl*) met (*bm*) blijkt nu, dat zij alle integralen doen kennen, waarbij onevene magten a van $Sin.x$ in den teller als factor voorkomen, en waarbij dus evene magten $a-1$ bij de hulpintegraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\Delta^b}$ genomen zijn: het volgt dus, naar § IV. N°. 3—6, dat zij allen van elliptische functien zullen afhangen.

Verder blijkt uit de vergelijking (*bn*) en de integraal (193), dat de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.x\,dx}{\Delta^b}$ voor $b \geqq 3$ te vinden is; onder dezelfde beperking geldt dan ook de formule (*bk*) voor evene magten a van $Sin.x$; terwijl de vergelijking (*bl*) hier derhalve niet kan worden gebruikt. Maar (*bk*) geeft slechts eene uitkomst, zoo lang a kleiner dan $b-1$ blijft; want daar a even en b oneven is, wordt eenmaal $a = b-1$. Alsdan zal het tweede lid der vergelijking (*bl*) den vorm $\frac{0}{0}$ verkrijgen, en mitsdien niets meer leeren omtrent de in-

tegraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{b-1} x.\, Cos.\, x\, dx}{\Delta^b}$, zoo als wij in het geval van $b = 1$ reeds vroeger zagen.

Dezelfde opmerkingen gelden evenzeer omtrent de vergelijking (*br*), die slechts voor $b \geqq 3$ geldige uitkomsten oplevert; terwijl onder diezelfde voorwaarde de formule (*bq*) voor evene magten a van $Cos.\, x$ te gebruiken is, maar geenszins de overeenkomstige vergelijking voor negatieve b, die dan ook om die reden niet is aangegeven. Verder zal (*bk*) slechts tot eene uitkomst voeren, zoo lang a kleiner dan $b-1$ blijft.

3. Vergelijkt men de verschillende vormen van de integralen uit § IV, die hier door de methode van partieel integreren gediend hebben tot het opsporen der verschillende reductie-vergelijkingen in de beide voorgaande Nrs., dan blijkt het, dat er nog eene soort is overgebleven, die wij nu aan dezelfde behandeling willen onderwerpen. Daartoe heeft men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{2a-1} x.\, Cos.^{2c-1} x\, dx}{\Delta^{b-2}} = \left\{ \frac{x\, Sin.^{2a-1} x.\, Cos.^{2c-1} x}{\Delta^{b-2}} \right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{(2a-1) Sin.^{2a-2} x.\, Cos.^{2c} x - (2c-1) Sin.^{2a} x.\, Cos.^{2c-2} x}{\Delta^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2} Sin.^{2a-1} x.\, Cos.^{2c-1} x \frac{-p^2 . 2 Sin.\, x.\, Cos.\, x}{\Delta^b} \right] = 0 -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.^{2a-2} x.\, Cos.^{2c-2} x dx \left[\frac{(2a-1) Cos.^2 x - (2c-1) Sin.^2 x}{\Delta^{b-2}} + \right.$$

$$\left. + (b-2) p^2 . \frac{Sin.^2 x.\, Cos.^2 x}{\Delta^b} \right] = \frac{1}{p^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{2a-2} x\; Cos.^{2c-2} x\, dx$$

$$\left[\frac{(b-2)(1-p^2)}{\Delta^b} + \frac{2(a-b+c+1) - (2a-b+1) p^2}{\Delta^{b-2}} - \frac{2a-b+2c}{\Delta^{b-4}} \right], \quad (bt)$$

of

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{2a-2}x.\,Cos.^{2c-2}x\,\frac{dx}{\triangle^b}\,[(2a-1)-\{2(a+c-1)+$$

$$+(2a-b+1)p^2\}Sin.^2x+(2a+2c-b)p^2\,Sin.^4x]\ .\ (bu)$$

Beide uitkomsten worden verkregen, naarmate men de veelledige grootheid tusschen de vierkante haakjes naar de magten van $\triangle^2$ of van $Sin.^2x$ rangschikt.

Stel nu in de laatste $a=1=c$, dan wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.\,Cos.x\,dx}{\triangle^{b-2}} =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,dx}{\triangle^b}\,[1-\{2+(3-b)p^2\}Sin.^2x+(4-b)p^2\,Sin.^4x].$$

Vervolgens geeft zij eerst voor $a=1$, en $c=2$, dan voor $a=2$, en $c=1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x.\,Cos.^3x\,dx}{\triangle^{b-2}} =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,dx}{\triangle^b}\,Cos.^2x.[1-\{4+(3-b)p^2\}Sin.^2x+(6-b)Sin.^4x],$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^3x.\,Cos.x\,dx}{\triangle^{b-2}} =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,dx}{\triangle^b}\,Sin.^2x.[3-\{4+(5-b)p^2\}Sin.^2x+(6-b)p^2Sin.^4x].$$

Daar evenwel de som dezer beide laatste vergelijkingen wederom juist de voorafgaande vergelijking terug geeft, zoo doet zich hier hetzelfde verschijnsel op, als in § V. Nr. 2, en geven derhalve deze vergelijkingen, zoo als zij daar liggen

althans, geene aanleiding om de begeerde integraal te vinden.

4. Wij zullen ons nu eerst bezig houden met de vergelijking (*bl*); deze geeft voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^a x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{(a+2)\,p^2}\left[-\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{3}{2}} + \right.$$

$$\left. + (a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2} x.\,Cos.\,x dx\,\Delta + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1} x\,dx\,\Delta^3\right];\ (bv)$$

waaruit voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.\,x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{9p^2}\left[-\tfrac{3}{2}\pi\sqrt{(1-p^2)^3} - \right.$$

$$\left. - (1-p^2)\,F'(p) + 2\,(2-p^2)\,E'(p)\right];\ \ldots\ (195)$$

en nu voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^3 x.\,Cos.x dx\,\Delta = \frac{1}{225p^4}\left[-15(2+3p^2)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)^3} - \right.$$

$$\left. -(1+12p^2)(1-p^2)\,F'(p) + (31+19p^2-24p^4)\,E'(p)\right],\ (196)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^5 x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{11025p^6}\left[-105\,(8+12p^2+\right.$$

$$+15p^4)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)^3} + (62-111p^2-360p^4)(1-p^2)\,F'(p) +$$

$$\left. + 2\,(389+176p^2+204p^4-360p^6)\,E'(p)\right],\ \ldots\ (197)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^7 x.\,Cos.\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{99225p^8}\left[-315\,(16+24p^2+\right.$$

$$+30p^4+35p^6)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)^3} + (652-141p^2-900p^4 -$$

$$-2240p^6)(1-p^2)\,F'(p) + (4388+1727p^2+1503p^4 +$$

$$\left. + 2120p^6 - 4480p^8)\,E'(p)\right]\ \ldots\ (198)$$

Het verschil van de integralen (195) en (196), (196) en (197), (197) en (198) geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.\,x.\,Cos.^3\,x dx\,\Delta = \frac{1}{225p^4}\,[15\,\pi\sqrt{(1-p^2)^5} +$$

$$+(1-13p^2)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)-(31-81p^2+26p^4)\mathrm{E}'(p)],. \quad (199)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.^3x.Cos.^3x dx\Delta = \frac{1}{11025p^6}\,[105(4+3p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^5} -$$

$$-2(31-31p^2+114p^4)(1-p^2)\mathrm{F}'(p) -$$

$$-(778-1167p^2-523p^4+456p^6)\mathrm{E}'(p)],. \quad . \quad (200)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.^5x.Cos.^3x dx\Delta = \frac{1}{99225p^8}[315(8+8p^2+5p^4)\pi\sqrt{(1-p^2)^5} -$$

$$-(652-699p^2+99p^4+1000p^6)(1-p^2)\mathrm{F}'(p) - (4388 -$$

$$-5275p^2-1665p^4-1552p^6+2000p^8)\mathrm{E}'(p)] \quad . \quad . \quad . \quad (201)$$

Evenzoo verkrijgt men door het verschil te nemen der integralen (199) en (200), (200) en (201):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.\,x.\,Cos.^5\,x\,dx\,\Delta = \frac{1}{11025p^6}\,[-420\,\pi\sqrt{(1-p^2)^7} +$$

$$+(62-13p^2-409p^4)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)+2(389-1343p^2+$$

$$+1723p^4-409p^6)\mathrm{E}'(p)], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (202)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xSin.^3x.Cos.^5x dx\Delta = \frac{1}{99225p^8}[-1260(2+p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^7} +$$

$$+(652-1257p^2+657p^4-1052p^6)(1-p^2)\mathrm{F}'(p)+(4388-$$

$$-12277p^2+8838p^4+3155p^6-2104p^8)\mathrm{E}'(p)]; \quad . \quad . \quad (203)$$

en dat der integralen (202) en (203) eindelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.\,x.\,Cos.^7\,x dx\,\Delta = \frac{1}{99225p^8}[2520\,\pi\sqrt{(1-p^2)^9} -$$

$$-(652-1815p^2+774p^4+2629p^6)(1-p^2)F'(p)-(4388-$$

$$-19279p^2+33012p^4-27859p^6+5258p^8)E'(p)]. \quad (204)$$

5. Thans overgaande tot de herleidings-formule (*bk*), verkrijgen wij daaruit voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a\,x.\,Cos.\,x dx}{\Delta} = \frac{1}{ap^2}\left[-\frac{\pi}{2}(1-p^2)^{\frac{1}{2}} +\right.$$

$$\left.+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-2}\,x.\,Cos.\,x dx}{\Delta} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^{a-1}\,x dx\,\Delta\right]; \quad (bw)$$

en hieruit voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin..\,x\,Cos.\,x dx}{\Delta} = \frac{1}{p^2}\left[-\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)} + E'(p)\right]; \quad (205)$$

en vervolgens voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3\,x.\,Cos.\,x dx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}\left[-3(2+p^2)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)} +\right.$$

$$\left.+(1-p^2)F'(p)+(5+2p^2)E'(p)\right], \quad (206)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5\,x.Cos.x dx}{\Delta} = \frac{1}{225p^6}\left[-15(8+4p^2+3p^4)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)}+\right.$$

$$\left.+2(13+6p^2)(1-p^2)F'(p)+(94+31p^2+24p^4)E'(p)\right], \quad (207)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^7\,x.\,Cos.\,x dx}{\Delta} = \frac{1}{3675p^8}\left[-105(16+8p^2+6p^4+\right.$$

$$+5p^6)\frac{\pi}{2}\sqrt{(1-p^2)}+(404+233p^2+120p^4)(1-p^2)F'(p)+$$

$$\left.+(1276+389p^2+256p^4+240p^6)E'(p)\right]. \quad (208)$$

Hier geeft het verschil der integralen (205) en (206), (206) en (207), (207) en (208):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 xdx}{\Delta} = \frac{1}{9p^4}[3\pi\sqrt{(1-p^2)^3} - -(1-p^2)F'(p) - (5-7p^2)E'(p)], \ldots (209)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 xdx}{\Delta} = \frac{1}{225p^6}[15(4+p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^3} - -13(2-p^2)(1-p^2)F'(p) - 2(47-47p^2-13p^4)E'(p)], . (210)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 xdx}{\Delta} = \frac{1}{11025p^8}[105(24+8p^2+3p^4)\pi\sqrt{(1-p^2)^3} - -(1212-575p^2-228p^4)(1-p^2)F'(p) - (3828-3439p^2 - -751p^4-456p^6)E'(p)]; \ldots\ldots\ldots\ldots (211)$$

dat der integralen (209) en (210), (210) en (211):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^5 xdx}{\Delta} = \frac{1}{225p^6}[-60\pi\sqrt{(1-p^2)^5} + +2(13-19p^2)(1-p^2)F'(p) + (94-219p^2+149p^4)E'(p)], . (212)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 xdx}{\Delta} = \frac{1}{11025p^8}[-420(6+p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^5} + +(1212-1849p^2+409p^4)(1-p^2)F'(p) + (3828- -8045p^2+3855p^4+818p^6)E'(p)]; \ldots\ldots (213)$$

eindelijk dat der beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^7 xdx}{\Delta} = \frac{1}{3675p^8}[840\pi\sqrt{(1-p^2)^7} - -(404-1041p^2+757p^4)(1-p^2)F'(p) - (1276-4217p^2 + +4862p^4-2161p^6)E'(p)] \ldots\ldots\ldots\ldots (214)$$

Indien men nu in de vergelijking (*bk*) $b = 3$ stelt, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.\,Cos.\,x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{(a-2)p^2}\left[-\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + (a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-1} x.\,Cos.\,x dx}{\Delta^3} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta}\right] . \quad (bx)$$

Deze geeft voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^2}\left[\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \mathrm{F}'(p)\right]; \ldots (215)$$

en nu ook voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}\left[(2-p^2)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \mathrm{F}'(p) - \mathrm{E}'(p)\right], \ldots (216)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.\,Cos.\,x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}\left[3(8-4p^2-p^4)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - (10-p^2)\mathrm{F}'(p) - 2(7+p^2)\mathrm{E}'(p)\right], \quad \ldots (217)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.Cos.x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{75p^8}\left[15(16-8p^2-2p^4-p^6)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - (92-13p^2-4p^4)\mathrm{F}'(p) - (148+27p^2+8p^4)\mathrm{E}'(p)\right] \ldots (218)$$

Neemt men het verschil der integralen (215) en (216), (216) en (217), (217) en (218), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{p^4}[-\pi\sqrt{(1-p^2)} + (1-p^2)\mathrm{F}'(p) + \mathrm{E}'(p)], \ldots (219)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}[-3(4-p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)} + \\ + 10(1-p^2)F'(p) + 7(2-p^2)E'(p)], \ldots (220)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{225p^8}[-15(24-8p^2-p^4)\pi\sqrt{(1-p^2)} + \\ + (276-13p^2)(1-p^2)F'(p) + (444-269p^2-26p^4)E'(p)]; (221)$$

nog het verschil tusschen de integralen (219) en (220), (220) en (221):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\,x.Cos.^5 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{9p^6}[12\pi\sqrt{(1-p^2)^3} - \\ - (10-9p^2)(1-p^2)F'(p) - 2(7-8p^2)E'(p)], \ldots (222)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{225p^8}[60(6-p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)^3} - \\ - (276-263p^2)(1-p^2)F'(p) - (444-619p^2+149p^4)E'(p)]; (223)$$

en eindelijk dat tusschen de integralen (222) en (223):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\,x.Cos.^7 x dx}{\Delta^3} = \frac{1}{75p^8}[-120\pi\sqrt{(1-p^2)^5} + \\ + (92-171p^2+75p^4)(1-p^2)F'(p) + (148-323p^2+183p^4)E'(p)]. (224)$$

Stelt men vervolgens $d = 5$ in de herleidingsformule (bk), zoo verkrijgt men hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.Cos.\,x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{(a-4)p^2}\left[-\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)^3}} + (a-1)\right. \\ \left. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-2} x.Cos.\,x dx}{\Delta^5} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\Delta^3}\right]; \ldots (by)$$

en deze wordt voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^2(1-p^2)}\left[\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - E'(p)\right]; \quad (225)$$

terwijl zij voor $a = 3, 5, 7$ verder levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4(1-p^2)}\left[-(2-3p^2)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + 3(1-p^2)F'(p) - E'(p)\right], \ldots\ldots (226)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6(1-p^2)}\left[-(8-12p^2+3p^4)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + 6(1-p^2)F'(p) + (2-3p^2)E'(p)\right], \ldots (227)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7x.Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8(1-p^2)}\left[-3(16-24p^2 + \right.$$

$$+ 6p^4 + p^6)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + (28-p^2)(1-p^2)F'(p) +$$

$$\left. + (20-21p^2-2p^4)E'(p)\right]. \ldots\ldots\ldots (228)$$

Het verschil tusschen de integralen (225) en (226), (226) en (227), (227) en (228) geeft hier:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^4}\left[\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - 3F'(p) + E'(p)\right], \quad (229)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3x.Cos.^3xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}\left[(4-3p^2)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - 3(2-p^2)F'(p) - 2E'(p)\right], \ldots (230)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}\Big[3(8-8p^2+p^4)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} -$$

$$-(28-19p^2)F'(p)-(20-7p^2)E'(p)\Big] \quad \ldots \quad (231)$$

Evenzoo geeft het verschil tusschen de formulen (229) en (230), (230) en (231):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p^6}[-4\pi\sqrt{(1-p^2)} +$$

$$+6(1-p^2)F'(p)+(2+p^2)E'(p)], \quad \ldots \quad (232)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}[-12(2-p^2)\pi\sqrt{(1-p^2)} +$$

$$+(28-9p^2)(1-p^2)F'(p)+(20-13p^2)E'(p)]; \quad (233)$$

en nog dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^8}[24\pi\sqrt{(1-p^2)^3} -$$

$$-(28-27p^2)(1-p^2)F'(p)-(20-19p^2-3p^4)E'(p)]. \quad (234)$$

Eindelijk wordt de meermalen gebruikte vergelijking (*bk*) voor $b = 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.Cos.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{(a-6)p^2}\Big[-\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)^5}} +$$

$$+(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x dx}{\Delta^7} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x dx}{\Delta^5}\Big]; \quad (bz)$$

waaruit voor $a = 1$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^2(1-p^2)^2}\Big[3\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} +$$

$$+(1-p^2)F'(p)-2(2-p^2)E'(p)\Big]; \quad \ldots \quad (235)$$

terwijl de onderstelling $a = 3, 5, 7$, levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4(1-p^2)^2}\left[-(2-5p^2)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + (1-p^2)F'(p) + (1-3p^2)E'(p)\right], \ldots\ldots\ldots (236)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6(1-p^2)^2}\left[(8-20p^2+15p^4)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - (14-15p^2)(1-p^2)F'(p) + 2(3-4p^2)E'(p)\right], \ldots (237)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.Cos.x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^8(1-p^2)^2}\left[3(16-40p^2 + \right.$$

$$+ 30p^4 - 5p^6)\frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - (44-45p^2)(1-p^2)F'(p) -$$

$$\left. - (4-17p^2+15p^4)E'(p)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (238)$$

Wanneer men nu ook het verschil zoekt tusschen de integralen (235) en (236), (236) en (237), (237) en (238), zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^4(1-p^2)}\left[\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - (1-p^2)F'(p) - \right.$$

$$\left. - (1+2p^2)E'(p)\right], \ldots\ldots\ldots\ldots (239)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6(1-p^2)}\left[-(4-5p^2)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + 14(1-p^2)F'(p) - 3(2-p^2)E'(p)\right], \ldots (240)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^5x.Cos.^3x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^8(1-p^2)}\left[-(24-40p^2+15p^4)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\right.$$

$$\left.+(44-15p^2)(1-p^2)F'(p)+(4-7p^2)E'(p)\right]; \quad . \quad (241)$$

en nog voor het verschil tusschen de integralen (239) en (240), (240) en (241):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^5x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^6}\left[\frac{4\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-(14+p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+2(3+p^2)E'(p)\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (242)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^3x.Cos.^5x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^8}\left[(6-5p^2)\frac{4\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\right.$$

$$\left.-(44-29p^2)F'(p)-(4+3p^2)E'(p)\right]; \quad . \quad . \quad (243)$$

eindelijk nog voor het verschil tusschen deze beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^7x dx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^8}\left[-24\pi\sqrt{(1-p^2)}+\right.$$

$$\left.+(44+p^2)(1-p^2)F'(p)+(4+9p^2+2p^4)E'(p)\right]^{8}) \quad . \quad (244)$$

6. Overgaande tot die integralen, waarbij evene magten van den factor $Sin.x$ in den teller voorkomen, en die slechts, zoo als uit de vroegere redenering in N°. 3 bleek, in bijzondere gevallen kunnen worden bepaald, heeft men vroeger in N°. 1 reeds gevonden de integraal:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Cos.x dx}{\Delta^3} = \frac{\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}}-\frac{1}{2p}l\frac{1+p}{1-p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (193)$$

---

[8]) De integralen (205), (206), (215), (224), (226) werden door mij afgeleid l. c. T. 243. N°. 1, 3, 13, 14, 16.

Nu geeft de herleidings-formule (*bn*) voor $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{3p(1-p^2)}\left[(3-2p^2)\frac{p\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. -p-(1-p^2)\,l\frac{1+p}{1-p}\right]; \ldots\ldots\ldots (245)$$

en dan is naar de vergelijking (*bk*) voor $a = 2$ en $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2 x.\,Cos.\,xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{6p^3(1-p^2)}\left[\frac{p^3\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. -2p+(1-p^2)\,l\frac{1+p}{1-p}\right]; \ldots\ldots (246)$$

waaruit, door het aftrekken dezer integraal van de vorige, nog wordt afgeleid:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^3 xdx}{\Delta^5} = \frac{1}{6p^3}\left[\frac{2p^3\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+2p-(1+2p^2)l\frac{1+p}{1-p}\right]. (247)$$

Nog geeft dezelfde vergelijking (*bn*) voor $b = 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p(1-p^2)^2}\left[(15-20p^2+8p^4)\frac{p\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. -(7-5p^2)p-4(1-p^2)^2\,l\frac{1+p}{1-p}\right]; \ldots (248)$$

waardoor verder uit de formule (*bk*) voor $a = 2$, of $= 4$, en $b = 7$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2 x.Cos.xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^3(1-p^2)^2}\left[(5-2p^2)\frac{p^3\pi}{2\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. -2p+(1-p^2)^2\,l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots\ldots\ldots (249)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^4 x.Cos.xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{30p^5(1-p^2)^2}\left[\frac{3p^5\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + 2(3-5p^2)p - 3(1-p^2)^2 l\frac{1+p}{1-p}\right] \ldots (250)$$

Het verschil tusschen de integralen (248) en (249), (249) en (250) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^3 xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{15p^3(1-p^2)}\left[(5-4p^2)\frac{p^3\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + \right.$$

$$\left. + (2-5p^2)p - (1+4p^2)(1-p^2) l\frac{1+p}{1-p}\right], (251)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2 x.Cos.^3 xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{30p^5(1-p^2)}\left[\frac{2p^5\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} - \right.$$

$$\left. - 6p + (3+2p^2)(1-p^2) l\frac{1+p}{1-p}\right], \ldots (252)$$

en eindelijk dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^5 xdx}{\Delta^7} = \frac{1}{30p^5}\left[\frac{8p^5\pi}{\sqrt{(1-p^2)}} + 2(3+5p^2)p - \right.$$

$$\left. - (3+4p^2+8p^4) l\frac{1+p}{1-p}\right] \ldots\ldots (253)$$

Wat daarentegen de bijzondere integralen betreft, waar evene magten van den factor *Cos.x* in den teller voorkomen, werd reeds in N°. 2 de eenvoudigste dier integralen gevonden:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.xdx}{\Delta^3} = \frac{1}{p(1-p^2)} Arcsin.p. \ldots\ldots (194)$$

Vervolgens geeft de vergelijking (*br*) voor het geval dat $b = 5$ is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.xdx}{\triangle^5} = \frac{1}{3p(1-p^2)^2}[p\sqrt{(1-p^2)} + 2\,Arcsin.p]; \quad (254)$$

en nu wordt de reductieformule (*bq*) voor $a = 2$ en $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^2xdx}{\triangle^5} = \frac{1}{3p^3(1-p^2)}[-p\sqrt{(1-p^2)} + Arcsin.p]; \quad (255)$$

terwijl het verschil der beide laatste integralen nog de formule levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin^3xdx}{\triangle^5} = \frac{1}{3p^3(1-p^2)^2}[p\sqrt{(1-p^2)} - (1-3p^2)Arcsin.p]. \quad (256)$$

Evenzoo geeft dezelfde herleidingsformule (*br*) voor het geval van $b = 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.xdx}{\triangle^7} = \frac{1}{15p^3(1-p^2)^3}[(4+3p^2-2p^4)p\sqrt{(1-p^2)} - \\ - 4(1-3p^2)\,Arcsin.p]; \quad (257)$$

terwijl nu de vergelijking (*bq*) voor $a = 2$ of $= 4$, en $b = 7$ geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^2xdx}{\triangle^7} = \frac{1}{15p^5(1-p^2)^2}[(1-2p^2)p\sqrt{(1-p^2)^3} - \\ - (1-3p^2)\,Arcsin.p], \quad (258)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^4xdx}{\triangle^7} = \frac{1}{30p^7(1-p^2)}[(3-9p^2-4p^4)p\sqrt{(1-p^2)} - \\ - 3(1-3p^2)\,Arcsin.p]. \quad (259)$$

Wanneer men het verschil neemt tusschen de integralen (257) en (258), (258) en (259), zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x dx}{\triangle^7} = \frac{1}{15p^5(1-p^2)^3}\left[-(1-8p^2+2p^4)p\sqrt{(1-p^2)}+\right.$$

$$\left.+(1-5p^2)(1-3p^2)\,Arcsin.\,p\right], \ldots . \quad (260)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^2 x dx}{\triangle^7} = \frac{1}{30p^7(1-p^2)^2}\left[-(3-11p^2)p\sqrt{(1-p^2)^3}+\right.$$

$$\left.+(3-5p^2)(1-3p^2)\,Arcsin.\,p\right] . \ldots . \quad (261)$$

Trekt men eindelijk beide laatste integralen van elkander af, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x dx}{\triangle^7} = \frac{1}{30p^7(1-p^2)^3}\left[(3-19p^2+41p^4-15p^6)p\sqrt{(1-p^2)}+\right.$$

$$\left.+(3-10p^2+15p^4)(1-3p^2)\,Arcsin.\,p\right]\ ^{9}) \ . \quad (262)$$

7. In N°. 1 zijn wij begonnen met de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}}$ partieel te integreren, die in § IV gevonden was; maar aldaar is opgemerkt in N°. 13, dat de integralen dier § allen te veranderen waren in zulke, die de functie $\nabla = \sqrt{(1-p^2\,Cos.^2 x)}$ in plaats van $\triangle$ bevatten, en zulks door de substitutie van $x = \frac{\pi}{2} - y$. Nu is in diezelfde § de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}}$ bepaald, en deze wordt door voormelde substitutie veranderd in de volgende $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\nabla^{b-2}}$, waarop wij nu dezelfde methode van

---

9) De integraal (247) werd door mij afgeleid l. c. T. 243. N°. 15.

partieel integreren kunnen toepassen. Alzoo verkrijgen wij

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x\,dx}{\Delta^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1}x\,dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{x\,Sin.^{a-1}x}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \left[\frac{(a-1)Sin.^{a-2}x.Cos.x}{\nabla^{b-2}} - \frac{b-2}{2} Sin.^{a-1}x \frac{(-p^2)(-2\,Sin.x.Cos.x)}{\nabla^b}\right] \ldots (v)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx \left[\frac{a-1}{\nabla^{b-2}} - (b-2)\frac{p^2-1+\nabla^2}{\nabla^b}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx \left[\frac{a-b+1}{\nabla^{b-2}} + \frac{(b-2)(1-p^2)}{\nabla^b}\right],$$

waarbij de term buiten het integraalteeken weder wel verdwijnt voor de grens 0 van x. maar daarentegen voor de grens $\frac{\pi}{2}$ de waarde $\frac{\pi}{2}$ verkrijgt. Deze vergelijking geeft nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2}x\ Cos.x\,dx}{\nabla^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)} \left[\frac{\pi}{2} - (a-b+1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx}{\nabla^{b-2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1}x\,dx}{\Delta^{b-2}}\right]; \ldots (ca)$$

of ook, door verandering van b in $2 - b$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.Cos.x\,dx\,\nabla^b = \frac{1}{a+b-1} \left[\frac{\pi}{2} + b(1-p^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^{a-2}x.Cos\ x\,dx\,\nabla^{b-2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x\,dx\,\Delta^b\right] \ldots (cb)$$

Deze vergelijkingen dienen om de magten van de functie

∇ te verlagen, daar de telkens laatst voorkomende integralen uit § IV bekend zijn: om evenzeer formulen te verkrijgen tot het verminderen van de exponent in den factor *Sin. x*, moet men de vergelijking (*v*) aldus schrijven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}} = \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x dx$$

$$\left[\frac{(a-1)(1-p^2+p^2 Sin.^2 x)}{\nabla^b} - (b-2)\frac{p^2 Sin.^2 x}{\nabla^b}\right] = \frac{\pi}{2} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\, Cos.\, x dx}{\nabla^b}\left[(a-1)(1-p^2) Sin.^{a-2} x + (a-b+1)p^2 Sin.^a x\right],$$

waaruit wij verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.\, Cos.\, x dx}{\nabla^b} = \frac{1}{(a-b+1)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x dx}{\nabla^b} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}}\right], \quad (cc)$$

die voor negatieve b den vorm aanneemt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^a x.\, Cos.\, x dx\, \nabla^b = \frac{1}{(a+b+1)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin.^{a-2} x.\, Cos.\, x dx\, \nabla^b - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx\, \triangle^{b+2}\right] . \quad (cd)$$

De vergelijking (*cc*) verkrijgt voor de waarde van $a = 1$, die eene der integralen daaruit doet verdwijnen, den eenvoudiger vorm:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\nabla^b} = \frac{1}{(2-b)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\triangle^{b-2}}\right]. \ldots . \quad (ce)$$

Wanneer men in de vergelijking (*ca*) $a = 2$ invoert, wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.xdx}{\nabla^b} = \frac{1}{(b-2)(1-p^2)} \left[\frac{\pi}{2} - (3-b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.xdx}{\nabla^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.xdx}{\triangle^{b-2}}\right], \ldots\ldots\ldots (cf)$$

die in het geval van $b = 3$, ons met behulp der formule (81) de integraal levert:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.xdx}{\nabla^3} = \frac{1}{1-p^2} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{p} Arcsin.p\right]. \ldots (263)$$

Even als in het begin van deze §, in N°. 2, geschied is, dient men ook hier op te merken, dat de beschouwing der vergelijkingen (*cc*), (*cd*) en (*ce*) ons leert, dat zij dienen kunnen tot de afleiding van al die integralen, welke eene onevene magt van *Sin.x* tot factor hebben. Daarentegen blijkt uit de vergelijking (*cf*) en de integraal (263), dat de integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.xdx}{\nabla^b}$ voor $b = 3$, en verder ook voor $b = 5, 7$, enz., afgeleid kan worden, maar niet voor lagere b. Ook moet hier in dit geval bij gebruik van de vergelijking (*cc*) a steeds kleiner dan $b-1$ blijven, omdat $a-b+1$ anders nul zoude worden, daar a even en b oneven is; zoodat in dat geval de waarde der integraal $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{b-1} Cos.xdx}{\nabla^b}$ onbepaald zoude worden.

8. Maar even als boven in Nr. 2, kan men ook hier nog eene andere, met de vorigen overeenstemmende verge-

lijking afleiden. Door eerst $x = \frac{\pi}{2} - y$ te substitueren en daarna de methode van partieel integreren aan te wenden geraakt men toch tot de volgende uitkomst:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\nabla^{b-2}} = \frac{x\, Cos.^{a-1} x}{\nabla^{b-2}} \Bigg\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[- \frac{(a-1)\, Cos.^{a-2} x . Sin. x}{\nabla^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2} Cos.^{a-1} x \frac{(-p^2)(-2\, Sin. x. Cos. x)}{\nabla^b} \right] . \quad (\varphi)$$

$$= 0 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin. x. Cos.^{a-2} x dx \left[\frac{a-1}{\nabla^{b-2}} + (b-2) \frac{1-\nabla^2}{\nabla^b} \right] =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin\ x. Cos.^{a-2} x dx \left[\frac{a-b+1}{\nabla^{b-2}} + \frac{b-2}{\nabla^b} \right],$$

waaruit door oplossing volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^{a-2} x dx}{\nabla^b} = \frac{1}{b-2} \Bigg] - (a-b+1)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^{a-2} x dx}{\nabla^{b-2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}} \Bigg] . \ . \ . \ . \ (cg)$$

Indien men evenwel de vergelijking (φ) dus schrijft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, Sin. x. Cos.^{a-2} x dx \left[- \frac{(a-1)(1-p^2 Cos.^2 x)}{\nabla^b} - \right.$$

$$\left. - (b-2) \frac{p^2 Cos.^2 x}{\nabla^b} \right] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin. x. Cos.^{a-2} x \frac{dx}{\nabla^b} \left[(a-1) - (a-b+1) p^2 Cos.^2 x \right],$$

zoo leidt men daaruit af:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^a x dx}{\nabla^b} = \frac{1}{(a-b+1)p^2}\left[(a-1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^{a-2}x dx}{\nabla^b} - \right.$$

$$\left. - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^{a-1} x dx}{\triangle^{b-2}}\right] \ldots\ldots\ldots (ch)$$

Stelt men nu in deze $a = 2$, vermenigvuldigt men met $(a-b+1)p^2 = (3-b)p^2$, en stelt men vervolgens $b = 3$, dan zal natuurlijk het eerste lid verdwijnen; en uit het overblijvende zal men verkrijgen, naar de integraal (3):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{2p} l \frac{1+p}{1-p} \ldots\ldots\ldots (264)$$

Nu moet men ook in de vergelijking (by) $a = 2$ stellen, dat is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x dx}{\nabla^b} = \frac{1}{b-2}\left[(b-3)\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x dx}{\nabla^{b-2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.x dx}{\triangle^{b-2}}\right], . (ci)$$

en thans is men alzoo weder in staat, om de integraal in het eerste lid voor $b = 5$, 7, enz. te vinden. Dat deze ook hier niet voor lagere b kan dienen, blijkt op dezelfde wijze en om dezelfde reden als vroeger: evenzeer, dat bij het gebruik der herleidingsformule (ch) hier ook a altijd kleiner dan $b - 1$ moet blijven.

9. Nu kan men tot de toepassingen overgaan, en vooreerst in de vergelijking (cd) $b = 1$ nemen, dan wordt zij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.^a x. Cos. x dx \nabla = \frac{1}{(a+2)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x Sin.^{a-2} x. Cos. x dx \nabla - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1} x dx \triangle^3\right]; . (ck)$$

waaruit voor $a = 1$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos\,x\,dx\,\nabla = \frac{1}{9p^2}\left[\frac{3\pi}{2} + (1-p^2)F'(p) - 2(2-p^2)E'(p)\right]; \quad (265)$$

en verder voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^3\,x.Cos.\,x\,dx\,\nabla = \frac{1}{225p^4}\left[-15\,(2-5p^2)\,\frac{\pi}{2} - \right.$$

$$\left. -(1-13p^2)(1-p^2)F'(p) + (31-81p^2+26p^4)E'(p),\right] . \quad (266)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^5\,x.Cos.\,x\,dx\,\nabla = \frac{1}{11025p^6}\left[105\,(8-28p^2+35p^4)\,\frac{\pi}{2} - \right.$$

$$\left. -(62-13p^2-409p^4)(1-p^2)F'(p) - 2(389-1343p^2 + \right.$$

$$\left. +1723p^4 - 409p^6)E'(p)\right], \ldots\ldots\ldots \quad (267)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^7\,x.Cos.\,x\,dx\,\nabla = \frac{1}{99225p^8}\left[-315\,(16-72p^2+126p^4 - \right.$$

$$\left. -105p^6)\,\frac{\pi}{2} + (652-1815p^2+774p^4+2629p^6)(1-p^2)F'(p) + \right.$$

$$\left. +(4388-19279p^2+33012p^4-27859p^6+5258p^8)E'(p)\right] . \quad (268)$$

Het verschil tusschen de integralen (265) en (266), (266) en (267), (267) en (268) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^3\,x\,dx\,\nabla = \frac{1}{225p^4}\left[15\pi + (1+12p^2)(1-p^2)F'(p) - \right.$$

$$\left. -(31+19p^2-24p^4)E'(p)\right], \ldots \quad (269)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^3\,x.Cos.^3\,x\,dx\,\nabla = \frac{1}{11025p^6}\left[-105\,(4-7p^2)\,\pi + \right.$$

$$\left. +2(31-31p^2+114p^4)(1-p^2)F'(p) + \right.$$

$$\left. +(778-1167p^2-523p^4+456p^6)E'(p)\right], \quad (270)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^5 x.Cos.^3 x dx \nabla = \frac{1}{99225p^8}[315(8-24p^2+21p^4)\pi -$$

$$-(652-1257p^2+657p^4-1052p^6)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-(4388-12277p^2+8838p^4+3155p^6-2104p^8)E'(p)]; .(271)$$

dat tusschen de integralen (269) en (270), (270) en (271):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^5 x dx \nabla =$$

$$= \frac{1}{11025p^6}[420\pi-(62-111p^2-360p^4)(1-p^2)F'(p)-$$

$$-2(389+176p^2+204p^4-360p^6)E'(p)], \ldots\ldots (272)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.^3 x.Cos.^5 x dx \nabla = \frac{1}{99225p^8}[-1260(2-3p^2)\pi +$$

$$+(652-699p^2+99p^4+1000p^6)(1-p^2)F'(p)+$$

$$+(4388-5275p^2-1665p^4+1552p^6+2000p^8)E'(p)]; (273)$$

en eindelijk dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,Sin.x.Cos.^7 x dx \nabla = \frac{1}{11025p^8}[280\pi-(652-141p^2-$$

$$-900p^4-2240p^6)(1-p^2)F'(p)-(4388+1727p^2+$$

$$+1503p^4+2120p^6-4480p^8)E'(p)] \ldots\ldots (274)$$

10. Vervolgens wordt de formule (*cc*) voor $b = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^a x.Cos.x dx}{\nabla} = \frac{1}{ap^2}\left[\frac{\pi}{2}-(a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a-2}x.Cos.x dx}{\nabla} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^{a-1}x dx\,\Delta\right]; \ldots (cl)$$

deze geeft voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, xdx}{\nabla} = \frac{1}{p^2}\left[\frac{\pi}{2} - E'(p)\right]; \quad \ldots \quad (275)$$

en vervolgens voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3\, x.\, Cos.\, xdx}{\nabla} = \frac{1}{9p^4}\left[-3(2-3p^2)\frac{\pi}{2} + \right.$$

$$\left. + (1-p^2)F'(p) + (5-7p^2)E'(p)\right], \quad \ldots \quad (276)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5\, x.\, Cos.\, xdx}{\nabla} = \frac{1}{225p^6}\left[15(8-20p^2+15p^4)\frac{\pi}{2} - \right.$$

$$\left. -2(13-19p^2)(1-p^2)F'(p) - (94-219p^2+149p^4)E'(p)\right], \quad (277)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.Cos.xdx}{\nabla} = \frac{1}{3675p^8}\left[-105(16-56p^2+70p^4-35p^6)\frac{\pi}{2} + \right.$$

$$+ (404-1041p^2+757p^4)(1-p^2)F'(p) + (1276-4217p^2+$$

$$\left. +4862p^4-2161p^6)E'(p)\right] \ldots \ldots \ldots \quad (278)$$

Neemt men het verschil tusschen de integralen (275) en (276), (276) en (277), (277) en (278), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 xdx}{\nabla} = \frac{1}{9p^4}[3\pi - (1-p^2)F'(p) - (5+2p^2)E'(p)], \quad (279)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3\, x.\, Cos.^3\, xdx}{\nabla} = \frac{1}{225p^6}\left[-15(4-5p^2)\pi + \right.$$

$$\left. +13(2-p^2)(1-p^2)F'(p) + 2(47-47p^2-13p^4)E'(p)\right], \quad (280)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5\, x.\, Cos.^3\, xdx}{\nabla} = \frac{1}{11025p^8}\left[105(24-56p^2+35p^4)\pi - \right.$$

$$- (1212-1849p^2+409p^4)(1-p^2)F'(p) -$$

$$\left. -(3828-8045p^2+3855p^4+818p^6)E'(p)\right]; \quad \ldots \quad (281)$$

en evenzoo het verschil tusschen de formulen (279) en (280), (280) en (281), zoo is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin\,x.Cos.^5 x dx}{\nabla} = \frac{1}{225p^6}\left[60\pi - 2(13+6p^2)(1-p^2)F'(p) - \right.$$

$$\left. -(94+31p^2+24p^4)E'(p)\right], \ldots\ldots (282)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3.Cos.^5 x dx}{\nabla} = \frac{1}{11025p^6}\left[-420(6-7p^2)\pi + \right.$$

$$+(1212-575p^2-238p^4)(1-p^2)F'(p) +$$

$$\left. +(3828-3439p^2-751p^4-456p^6)E'(p)\right]; \ldots (283)$$

eindelijk trekke men de integraal (283) van (282) af, dan verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\nabla} =$$

$$= \frac{1}{3675p^8}\left[840\pi - (414+233p^2+120p^4)(1-p^2)F'(p) - \right.$$

$$\left. -(1276+389p^2+256p^4+240p^6)E'(p)\right]. \ldots\ldots (284)$$

Onderstelt men in de vergelijking (*cc*) $b = 3$, zoo heeft men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.Cos.\,x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{(a-2)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x.Cos.\,x dx}{\nabla^3} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\triangle}\right]. \ldots (cm)$$

Hieruit volgt vooreerst voor $a = 1$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.\,x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^2}\left[-\frac{\pi}{2} + F'(p)\right]; \ldots (285)$$

en daarna achtervolgens voor $a = 3,\ 5,\ 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^4}[(2-p^2)\frac{\pi}{2} - (1-p^2)F'(p) - E'(p)], \quad (286)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{9p^6}[-3(8-12p^2+3p^4)\frac{\pi}{2} +$$

$$+(10-9p^2)(1-p^2)F'(p) + 2(7-8p^2)E'(p)], \quad (287)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.Cos.x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{75p^8}[15(16-40p^2+30p^4-5p^6)\frac{\pi}{2} -$$

$$-(92-171p^2+75p^4)(1-p^2)F'(p) -$$

$$-(148-323p^2+183p^4)E'(p)] \quad (288)$$

Het verschil tusschen de integralen (285) en (286), (286) en (287), (287) en (288) geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^4}[-\pi + F'(p) + E'(p)], \quad (289)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{9p^6}[3(4-3p^2)\pi - 10(1-p^2)F'(p) -$$

$$-7(2-p^2)E'(p)], \quad (290)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{225p^8}[-15(24-40p^2+15p^4)\pi +$$

$$+(276-263p^2)(1-p^2)F'(p) + (444-619p^2+149p^4)E'(p)]; \quad (291)$$

nog dat tusschen de integralen (289) en (290), (290) en (291):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{9p^6}[-12\pi - (10-p^2)F'(p) +$$

$$+2(7+p^2)E'(p)], \quad (292)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{225 p^8} \left[60 (6-5p^2) \pi - (276-\right.$$

$$\left.-13p^2)(1-p^2)F'(p)+(444-269p^2-26p^4)E'(p)\right]; \quad . \quad (293)$$

en eindelijk dat tusschen beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\nabla^3} = \frac{1}{75p^8} \left[-120\pi+(92-13p^2-4p^4)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(148+27p^2+8p^4)E'(p)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (294)$$

Vervolgens verkrijgt men voor $b=5$ naar de formule (cc):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.Cos.x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{(a-4)p^2} \left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x.Cos.x dx}{\nabla^5} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^3}\right]; \quad . \quad . \quad (cn)$$

die voor $a=1$ geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^2(1-p^2)} \left[-(1-p^2)\frac{\pi}{2} + E'(p)\right] \quad . \quad . \quad (295)$$

Met behulp van deze integraal leidt men daaruit verder af voor $a=3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^4} \left[-(2+p^2)\frac{\pi}{2} + 3F'(p) - E'(p)\right], \quad . \quad (296)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^6} \left[(8-4p^2-p^4)\frac{\pi}{2} - 6(1-p^2)F'(p) -\right.$$

$$\left.-(2+p^2)E'(p)\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (297)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.\,Cos.\,x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8}\left[-3(16-24p^2+6p^4+p^6)\frac{\pi}{2}+\right.$$

$$\left.+(28-27p^2)(1-p^2)F'(p)+(20-19p^2-3p^4)E'(p)\right] . \quad (298)$$

Het verschil tusschen de integralen (295) en (296), (296) en (297), (297) en (298) levert nu:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.\,Cos.^3 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^4(1-p^2)}\left[(1-p^2)\pi-\right.$$

$$\left.-3(1-p^2)F'(p)+E'(p)\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (299)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^6}\left[-(4-p^2)\pi+3(2-p^2)F'(p)+2E'(p)\right], \quad (300)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.\,Cos.^3\,x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8}\left[3(8-8p^2+p^4)\pi-\right.$$

$$\left.-(28-9p^2)(1-p^2)F'(p)-(20-13p^2)E'(p)\right]; \quad . \quad (301)$$

even zoo dat tusschen de integralen (299) en (300), (300) en (301):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.\,Cos.^5 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^6(1-p^2)}\left[4(1-p^2)\pi-6(1-p^2)F'(p)-\right.$$

$$\left.-(2-3p^2)E'(p)\right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (302)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8}\left[-12(2-p^2)\pi+(28-19p^2)F'(p)+\right.$$

$$\left.+(20-7p^2)E'(p)\right]; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (303)$$

en eindelijk het verschil tusschen de beide laatsten:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.\,Cos.^7 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^8(1-p^2)}\left[24(1-p^2)\pi-\right.$$

$$\left.-(28-p^2)(1-p^2)F'(p)-(20-21p^2-2p^4)E'(p)\right] . \quad (304)$$

Ten laatste neme men $b = 7$ in de herleidings-vergelijking (*cc*), zoo wordt deze in dat geval:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.\, Cos.x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{(a-b)p^2}\left[\frac{\pi}{2} - (a-1)(1-p^2)\right.$$

$$\left.\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-2} x.\, Cos.x dx}{\nabla^7} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos.^{a-1} x dx}{\Delta^5}\right]; \ldots (co)$$

waaruit vooreerst voor $a = 1$ volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.\, Cos.x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^2(1-p^2)^2}\left[(1-p^2)^2 \frac{3\pi}{2} - \right.$$

$$\left. -(1-p^2)F'(p) + 2(2-p^2)E'(p)\right]; \ldots . (305)$$

en daarna achtervolgens voor $a = 3, 5, 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.\, Cos.x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^4(1-p^2)}\left[-(2+3p^2)(1-p^2)\frac{\pi}{2} + \right.$$

$$\left. +(1-p^2)F'(p) + (1+2p^2)E'(p)\right], \ldots . (306)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.\, Cos.x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^6}\left[-(8+4p^2+3p^4)\frac{\pi}{2} + \right.$$

$$\left. +(14+p^2)F'(p) - 2(3+p^2)E'(p)\right], \ldots . (307)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^7 x.\, Cos.x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^8}\left[(16-8p^2-2p^4-p^6)\frac{3\pi}{2} - \right.$$

$$\left. -(44+p^2)(1-p^2)F'(p) - (4+9p^2+2p^4)E'(p)\right]. (308)$$

Neemt men nu weder de verschillen tusschen de integralen (305) en (306), (306) en (307), (307) en (308), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^3 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^4(1-p^2)^2}\left[(1-p^2)^2\pi - (1-p^2)\,F'(p) - \right.$$

$$\left. - (1-3p^2)\,E'(p)\right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (309)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15\,p^6(1-p^2)}\left[(4+p^2)(1-p^2)\pi - \right.$$

$$\left. - 14(1-p^2)\,F'(p) + 3(2-p^2)\,E'(p)\right], \quad . \quad (310)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x.Cos.^3 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15\,p^8}\left[-(24-8p^2-p^4)\,\pi + \right.$$

$$\left. + (44-29p^2)F'(p) + (4-3p^2)E'(p)\right] . \quad . \quad (311)$$

Nog verkrijgt men als verschil tusschen de integralen (309) en (310), (310) en (311):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^5 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^6(1-p^2)^2}\left[-4(1-p^2)^2\,\pi + \right.$$

$$\left. + (14-15p^2)(1-p^2)F'(p) - 2(3-4p^2)E'(p)\right], \quad . \quad (312)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x.Cos.^5 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^8(1-p^2)}\left[4(6-p^2)(1-p^2)\,\pi - \right.$$

$$\left. - (44-15p^2)(1-p^2)F'(p) - (4-3p^2)E'(p)\right]; \quad . \quad (313)$$

en eindelijk als dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^7 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^8(1-p^2)^2}\left[-24\,(1-p^2)^2\,\pi + \right.$$

$$\left. + (44-45p^2)(1-p^2)F'(p) + (4-17p^2+15p^4)E'(p)\right]^{10}). \quad (314)$$

11. Ten einde eene verificatie-formule voor de integralen dezer § te erlangen, stelle men in de tweede integraal van

---

[10]) De integraal (275) werd door mij afgeleid l. c. T. 243, N°. 2 — de integralen (285) en (295) werden gevonden Exposé, blz. 588.

het eerste lid der volgende vergelijking $x = \frac{\pi}{x} - y$; alsdan verkrijgt men achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.Cos.^c x dx}{\triangle^{\pm 2b+1}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^c x.Cos.^a x dx}{\nabla^{\pm 2b+1}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.Cos.^c x dx}{\triangle^{\pm 2b+1}} +$$

$$+ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \frac{Sin.^a x.Cos.^c x dx}{\triangle^{\pm 2b+1}} = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.Cos.^c x dx}{\triangle^{\pm 2b+1}} ; \quad . \quad (\chi)$$

en deze voldoet aan het verlangde, daar voor ieder stel integralen met eene bepaalde magt van $\triangle$ in Nr. 4 en 5, zoowel als voor die met eene bepaalde magt van ∇, in Nr. 9 en 10, de magten van de factoren *Sin. x* en *Cos. x* dezelfde getallenwaarden doorloopen; zoodat over eene integraal met den factor $Sin.^a x. Cos.^c x$ telkens eene andere met den factor $Sin.^c x. Cos.^a x$ staat. De integralen in het laatste lid der vergelijking (χ) zijn verder allen in § IV, Nr. 3—6 gevonden, zoodat de proef op de, in dit opstel noodzakelijk achterwege blijvende, herleidingen gemakkelijk te nemen is.

12. Wij hebben nu nog de bijzondere gevallen na te gaan, waarbij evene magten van den factor *Sin. x* of *Cos. x* voorkomen; want even als vroeger, zullen hier de gevallen dat beide factoren even zijn, buiten beschouwing blijven. Wat nu de vergelijking (*cf*) betreft, vonden wij reeds, bij de onderstelling $b = 3$, de integraal (263); voor die van $b = 5$ komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p(1-p^2)^2}\left[(3-p^2)p\frac{\pi}{2} - p\sqrt{(1-p^2)} - 2Arcsin.p\right]; (315)$$

en hierdoor geeft de vergelijking (*cc*) voor $a = 3$ en $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2x.Cos.xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^3(1-p^2)}\left[\frac{1}{2}p^3\pi + p\sqrt{(1-p^2)} - Arcsin.p\right]; \quad (316)$$

terwijl nog het verschil tusschen de integralen (315) en (316) is:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^3 xdx}{\nabla^5} = \frac{1}{3p^3(1-p^2)^2}\left[p^3\pi - p\sqrt{(1-p^2)} + \right.$$
$$\left. + (1-3p^2)\,Arcsin.p\right] \ldots\ldots\ldots (317)$$

Verder geeft de vergelijking (*cf*) in het geval, dat $b = 7$ wordt ondersteld:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^3(1-p^2)^3}\left[(7-6p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2} - \right.$$
$$\left. - (4+3p^2-2p^4)p\sqrt{(1-p^2)} + 4(1-3p^2)Arcsin.p\right]; \quad (318)$$

en vervolgens de herleidingsformule (*cc*) voor $a = 2$ of $= 4$, en $b = 7$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2x.Cos.xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^5(1-p^2)^2}\left[-(2-6p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2} - \right.$$
$$\left. - (1-2p^2)p\sqrt{(1-p^2)^3} + (1-3p^2)\,Arcsin.p\right], \quad (319)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^4x.Cos.xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^7(1-p^2)}\left[-3(7-11p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2} - \right.$$
$$\left. - (3-9p^2-4p^4)p\sqrt{(1-p^2)} + 3(1-3p^2)Arcsin.p\right]. \quad (320)$$

Het verschil tusschen de beide integralen (318) en (319), (319) en (320) levert vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^3 xdx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^5(1-p^2)^3}\left[(2-p^2+3p^4)p^3\frac{\pi}{2} + \right.$$
$$\left. + (1-8p^2+2p^4)p\sqrt{(1-p^2)} - (1-5p^2)(1-3p^2)Arcsin.p\right], \quad (321)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^2 x.\, Cos.^3 x dx}{\nabla^7} =$$

$$= \frac{1}{30p^7(1-p^2)^2}\left[(21-58p^2+54p^4-15p^6)p^3\frac{\pi}{2}+\right.$$

$$\left.+(3-11p^2)p\sqrt{(1-p^2)^3}-(3-5p^2)(1-3p^2)Arcsin.p\right]; \quad (322)$$

en eindelijk dat tusschen de beide integralen (321) en (322):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Cos.^5 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^7(1-p^2)^3}\left[-(21-83p^2+114p^4-\right.$$

$$\left.-83p^6-15p^8)p^3\frac{\pi}{2}-(3-19p^2+41p^4-15p^6)p\sqrt{(1-p^2)}+\right.$$

$$\left.+(3-10p^2+15p^4)(1-3p^2)\,Arcsin.p\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (323)$$

Tot verificatie kan ook hier de vergelijking (χ) dienen in verband met de uitkomsten hierboven in Nr. 6 en verder in § IV. Nr. 8 en 9 verkregen.

Gaan wij nu over tot de vergelijkingen in Nr. 8, waarbij slechts evene magten van den factor $Cos.x$ in den teller kunnen voorkomen, zoo hebben wij, daar in de vergelijking (*ci*) reeds $b = 3$ gesteld is, om de integraal (264) te verkrijgen, uit dezelfde vergelijking bij de onderstelling $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{1-p^2}+\frac{1}{p}l\frac{1+p}{1-p}\right]; \quad . \quad (324)$$

en vervolgens geeft de vergelijking (*ch*) voor $a = 2$, $b = 5$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.\, Cos.^2 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{6p^2}\left[\frac{2}{1-p^2}-\frac{1}{p}l\frac{1+p}{1-p}\right]; \quad . \quad (325)$$

waaruit voor het verschil tusschen beide integralen nog verkregen wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x dx}{\nabla^5} = \frac{1}{6p^2}\left[-2 + \frac{1+2p^2}{p} l\frac{1+p}{1-p}\right]. \quad (326)$$

Indien men echter in de eerste vergelijking (*ci*) $b = 7$ stelt, komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15}\left[\frac{7-5p^2}{(1-p^2)^2} + \frac{4}{p} l\frac{1+p}{1-p}\right]; \quad (327)$$

waardoor de andere formule (*ch*) voor $a = 2$ of $= 4$, en $b = 7$ kan leveren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x. Cos.^2 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^2}\left[\frac{2}{(1-p^2)^2} - \frac{1}{p} l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (328)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin. x\ Cos.^4 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^4}\left[-2\frac{3-5p^2}{(1-p^2)^2} + \frac{3}{p} l\frac{1+p}{1-p}\right]. \quad (329)$$

Wanneer men nu het verschil neemt tusschen de integralen (327) en (328), (328) en (329), zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{15p^2}\left[-\frac{2-5p^2}{1-p^2} + \frac{1+4p^2}{p} l\frac{1+p}{1-p}\right], \quad (330)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^3 x. Cos.^2 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^4}\left[\frac{6}{1-p^2} - \frac{3+2p^2}{p} l\frac{1+p}{1-p}\right]; \quad (331)$$

en wanneer men beide laatste integralen van elkander aftrekt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^5 x dx}{\nabla^7} = \frac{1}{30p^4}\left[-2(3+5p^2) + \frac{3+4p^2+8p^4}{p} l\frac{1+p}{1-p}\right]. \quad (332)$$

Even als boven kunnen wij ook hier de vergelijking (χ) gebruiken tot verificatie der uitkomsten hier verkregen, in

verband met de integralen van Nr. 6 en met behulp der integralen, die in § IV, Nr. 3—6 voorkomen.

VII. *Over de integraal*

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, l(1-p^2\, Sin.^2 x)\, \frac{Sin.^a x.\, Cos.^c x dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}},\ enz.$$

1. Zoo als reeds bij den aanvang der vorige § werd opgemerkt, kan dezelfde methode van partieel integreren ook op de integralen van § V worden toegepast; en hier met hetzelfde regt, daar er geen geval van discontinuiteit kan voorkomen, die of tot verbeterings-formulen aanleiding zoude kunnen geven, of tot onbepaalde of ook wel oneindige uitkomsten zouden moeten voeren. Wij zullen ons hier evenwel slechts bepalen tot die integralen, waarbij de factoren *Sin. x* en *Cos. x*, in den teller, beide tot onevene magten zijn verheven.

Vooreerst heeft men alzoo de volgende vergelijking:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{b-2}} = \frac{x\, l\triangle^2}{\triangle^{b-2}}\Big\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{-2p^2\, Sin.\, x.\, Cos.\, x}{(1-p^2\, Sin.^2 x)\triangle^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2} l\triangle^2 \frac{-2p^2\, Sin.\, x.\, Cos.\, x}{\triangle^b}\right] = \frac{\pi}{2} \frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} -$$

$$- p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\triangle^b} \left[-2 + (b-2) l\triangle^2\right],$$

waaruit dadelijk volgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l\triangle^2 \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\triangle^b} = \frac{1}{b-2}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\, x.\, Cos.\, x dx}{\triangle^b} + \right.$$

$$\left. + \frac{\pi}{2p^2} \frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} - \frac{1}{p^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{b-2}}\right] \ldots . (cp)$$

De term buiten het integraalteeken in de eerste vergelijking verdween hier wel voor de onderste grens 0 van x, omdat daarin de factor x voorkomt; maar voor de bovenste grens $\frac{\pi}{2}$ van x verdween zij niet meer, doch verkreeg de waarde $\frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}}$. Wat de uitkomst ($cp$) betreft, ziet men, dat de gezochte integraal daardoor bepaald wordt in zulke andere, die reeds in § V en VI zijn gevonden.

Maar door middel van dezelfde herleiding heeft men ook:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\Delta^2 \frac{Sin.^a x dx}{\Delta^{b-2}} = \frac{x Sin.^a x . l\Delta^2}{\Delta^{b-2}}\Big\}_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \Big[\frac{-2p^2 Sin.x.Cos.x}{1-p^2 Sin.^2 x}\frac{Sin.^a x}{\Delta^{b-2}} +$$

$$+ al\Delta^2 \frac{Sin.^{a-1} x.Cos.x}{\Delta^{b-2}} - \frac{b-2}{2} l\Delta^2 . Sin.^a x \frac{-2p^2 Sin.x.Cos.x}{\Delta^b}\Big]$$

$$= \frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\Delta^b}\Big[-2p^2 Sin.^2 x +$$

$$+ a(1-p^2 Sin.^2 x) l\Delta^2 + (b-2)p^2 Sin.^2 x . l\Delta^2\Big],$$

waarbij de term buiten het integraalteeken wederom slechts voor de grens $x = 0$ verdween. Scheidt men de integralen af, die den factor $l\Delta^2$ bezitten, zoo wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x l\Delta^2 \frac{Sin.^{a-1} x. Cos. x dx}{\Delta^b}\Big[a-(a-b+2)p^2 Sin.^2 x\Big] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x . l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a+1}x.Cos\, x dx}{\Delta^b};$$

waaruit men eindelijk tot de herleidingsformule

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, l\triangle^2 \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.xdx}{\triangle^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2 \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.xdx}{\triangle^b} - \frac{\pi}{2}\frac{l(1-p^2)}{\sqrt{(1-p^2)^{b-2}}} + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{b-2}} - 2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a+1}x.Cos.xdx}{\triangle^b}\right] \ldots (cq)$$

besluiten kan, waardoor de magt van den factor *Sin. x* telkens lager kan worden gebragt. Zij bedient zich mede van de integralen, die in § V en VI behandeld zijn geworden.

Op dezelfde wijze vindt men ook nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{Cos.^a xdx}{\triangle^{b-2}} = \frac{xCos.^a x.l\triangle^2}{\triangle^{b-2}}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xdx\left[\frac{-2p^2Sin.x.Cos.x}{1-p^2Sin.^2x}\frac{Cos.^a x}{\triangle^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - al\triangle^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a-1}x}{\triangle^{b-2}} - \frac{b-2}{2} l\triangle^2.Cos.^a x \frac{-2p^2Sin.x.Cos.x}{\triangle^b}\right]$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos^{a-1}xdx}{\triangle^b}\left[-2p^2Cos.^2x - a(1-p^2Sin.^2x)\, l\triangle^2 + \right.$$

$$\left. + (b-2)\, p^2Cos.^2 x.l\triangle^2\right],$$

bij welke integraal weder de term buiten het integraalteeken geheel verdwijnt: voor de onderste grens o van x wegens den factor x, voor de bovenste grens $\frac{\pi}{2}$ van x daarentegen wegens den factor $Cos.^a x$. Brengt men ook hier de integralen met den factor $l\triangle^2$ in het eerste lid over, zoo verkrijgt men:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a-1}xdx}{\triangle^b}\left[a(1-p^2)+(a-b+2)p^2Cos.^2x\right]=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\triangle^2\frac{dx}{\triangle^{b-2}}-2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\triangle^b};$$

en hieruit besluit men eindelijk weder tot de vergelijking:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2\frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\triangle^b}=$$

$$=\frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2\frac{Sin.x.Cos.^{a-1}xdx}{\triangle^b}+\right.$$

$$\left.+\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\triangle^2\frac{dx}{\triangle^{b-2}}-2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\triangle^b}\right]. \quad (cr)$$

Deze kan dienen, om den factor $Cos.x$ telkens tot lagere magt terug te brengen; zij behelst evenzeer integralen, die reeds in § V en VI zijn afgeleid.

2. Tot de toepassing dezer herleidings-formulen overgaande, zullen wij vooreerst in de vergelijking (cp) voor b achtereenvolgens -1, 1, 3, 5 en 7 stellen; alsdan verkrijgen wij:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2.Sin.x.Cos.xdx\triangle=\frac{1}{27p^2}\left[3\left\{1-\frac{3}{2}l(1-p^2)\right\}\pi\sqrt{(1-p^2)^3}+\right.$$

$$+\left\{2(11-11p^2+3p^4)-\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)-$$

$$\left.-(2-p^2)\left\{14-3l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \ldots\ldots (333)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\triangle}=\frac{1}{p^2}\left[\left\{1-\frac{1}{2}l(1-p^2)\right\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+\right.$$

$$\left.+(2-p^2)F'(p)-\left\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\right\}E'(p)\right], \ldots (334)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^2}\left[\left\{1+\frac{1}{2}l(1-p^2)\right\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\right.$$

$$\left.-\left\{2+\frac{1}{2}l(1-p^2)\right\}F'(p)\right],\ldots\ldots(335)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^2(1-p^2)}\left[\left\{1+\frac{3}{2}l(1-p^2)\right\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\right.$$

$$\left.+3(2-p^2)F'(p)-\left\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\right\}E'(p)\right],\ldots(336)$$

$$\int_0^{\pi} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^2(1-p^2)^2}\left[\left\{1+\frac{5}{2}l(1-p^2)\right\}\frac{9\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\right.$$

$$+\left\{2(53-53p^2+15p^4)+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)-$$

$$\left.-(2-p^2)\left\{62+15l(1-p^2)\right\}E'(p)\right].\ldots\ldots(337)$$

Wanneer men nu in de vier eerste integralen één nieuwen factor Δ^2 telkens in den teller brengt, waardoor de noemer Δ^{2b-1} in Δ^{2b+1} overgaat, en daarna $1-p^2\,Sin.^2x$ voor dien factor in de plaats schrijft, kan men elke dus veranderde integraal van de eerstvolgende, die dan niet veranderd worde, aftrekken; deelt men daarna de rest door p^2, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta}=\frac{1}{27p^4}\left[3\left\{(8+p^2)-\right.\right.$$

$$-\frac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\left.\right\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+\left\{(32-5p^2-6p^4)+\right.$$

$$+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\left.\right\}F'(p)+\left\{-2(40+7p^2)+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{3}{2}(5+2p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)\right],\ldots\ldots(338)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^4}[\{p^2+\frac{1}{2}(2-p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{(4-p^2)+\frac{1}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (339)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^4(1-p^2)}[-\{(8-9p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(2-3p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+3\{(8-7p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (340)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)^2}[-\{(16-25p^2)+$$

$$+\frac{15}{2}(2-5p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\{-(44-119p^2+45p^4)+$$

$$+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(38-69p^2)+$$

$$+\frac{15}{2}(1-3p^2)l(1-p^2)\}E'(p)]. \quad \ldots\ldots \quad (341)$$

Past men nu dezelfde herleiding wederom op dit viertal integralen toe, zoo zal men verkrijgen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{27p^6}[3\{(8-16p^2-p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(8-4p^2-p^4)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2(70-16p^2-3p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(10-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(94+7p^2)-$$

$$-3(7+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (342)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\,\Delta^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^6(1-p^2)}\Big[-\Big\{(8-9p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(8-12p^2+3p^4)\,l(1-p^2)\Big\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+3\{20-22p^2+3p^4)+$$

$$+3(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)+\{-4(11-9p^2)+$$

$$+\frac{3}{2}(2-3p^2)\,l(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)]\ ,\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (343)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^6(1-p^2)^2}[\{(184-400p^2+225p^4)+$$

$$+\frac{15}{2}(8-20p^2+15p^4)\,l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2(322-$$

$$-622p^2+285p^4)+\frac{15}{2}(14-15p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+\{2(138-169p^2)+15(3-4p^2)\,l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)]\ .\ (344)$$

Nog eens komt er door middel van dezelfde kunstgreep:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^7x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{27p^8(1-p^2)}\Big[-3\{p^2(24-24p^2-p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(16-24p^2+6p^4+p^6)\,l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\{(320-$$

$$-370p^2+53p^4+6p^6)+\frac{3}{2}(28-p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+\{-2(160-141p^2-7p^4)+\frac{3}{2}(20-21p^2-$$

$$-2p^4)\,l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)],\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (345)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^7x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^8(1-p^2)^2}[3\{(128-200p^2+$$

$$+75p^6)+\frac{15}{2}(16-40p^2-30p^4-5p^6)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{(2144-4394p^2+2445p^4-225p^6)+\frac{15}{2}(44-$$

$$-45p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(688-1169p^2+450p^4)-$$

$$-\frac{15}{2}(4-17p^2+15p^4)l(1-p^2)\}E'(p)]; \ldots\ldots\ldots (346)$$

terwijl deze beide laatste integralen door dezelfde herleiding nog geven:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^9x.Cos.x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}(1-p^2)^2}[3\{(384-1200p^4+$$

$$+800p^6+25p^8)+\frac{15}{2}(128-320p^2+240p^4-40p^6-$$

$$-5p^8)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2(7216-15216p^2+8955p^4-$$

$$-925p^6-75p^8)+\frac{15}{2}(272-280p^2+5p^4)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(6064-11032p^2-4700p^4+175p^6)-15(56-128p^2+$$

$$+70p^4+5p^6)l(1-p^2)\}E'(p)] \ldots\ldots\ldots\ldots (347)$$

Wel is waar had men de integralen (338) tot (347) door middel van de herleidings-vergelijking (cq) kunnen vinden, maar, nu eenmaal de integralen (333) tot (337) bekend waren, was de gevolgde weg hier zeker de gemakkelijkste: de genoemde vergelijking kan nu tot verificatie der uitkomsten strekken.

Nemen wij nu telkens het verschil tusschen de integralen (334) en (338); (335) en (339), (339) en (342);

(336) en (340), (340) en (343), (343) en (345); (337) en (341), (341) en (344), (344) en (346), (346) en (347), zoo wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin\,x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta}=\frac{1}{27p^4}[3\{-8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)^3}-$$

$$-\{(32-59p^2+21p^4)+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(40-47p^2)-\frac{3}{2}(5-7p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],\ .\ (348)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{p^4}[-\pi l(1-p^2).\sqrt{(1-p^2)}+\{(4-3p^2)+$$

$$+\frac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)],(349)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^3}=\frac{1}{27p^6}[3\{8(1-p^2)-$$

$$-3(4-p^2)l(1-p^2)\}\sqrt{(1-p^2)}+\{7(20-20p^2+3p^4)+$$

$$+15(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+(2-p^2)\{-94+$$

$$+\frac{21}{2}l(1-p^2)\}E'(p)],\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (350)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^4}[\{8+3l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-3\{(8-p^2)+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)],(351)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{9p^6}[\{8+3(4-3p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-3(2-p^2)\{10+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}F'(p)+\{44-3l(1-p^2)\}E'(p)],(352)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^5}=\frac{1}{27p^6}\left[3\left\{8p^2(2-p^2)+\right.\right.$$

$$+3(8-8p^2+p^4)l(1-p^2)\Big\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\left\{(320-230p^2+21p^4)+\right.$$

$$+\frac{3}{2}(28-19p^2)\,l(1-p^2)\Big\}\,F'(p)+\left\{2(160-47p^2)-\right.$$

$$-\frac{3}{2}(20-7p^2)\,l(1-p^2)\Big\}\,E'(p)\Big],\ldots\ldots\ldots\ldots(353)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)}\left[\left\{16+15l(1-p^2)\right\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\right.$$

$$+\left\{44+31p^2-30p^4\right)-\frac{15}{2}(1-p^2)\,l(1-p^2)\Big\}\,F'(p)-$$

$$-\left\{2(38+31p^2)+\frac{15}{2}(1+2p^2)\,l(1-p^2)\right\}E'(p)\Big],\ (354)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^6(1-p^2)}\left[-\left\{8(23-25p^2)+\right.\right.$$

$$+15(4-5p^2)l(1-p^2)\Big\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\left\{(644-644p^2+45p^4)+\right.$$

$$+105\,(1-p^2)\,l(1-p^2)\Big\}\,F'(p)-3(2-p^2)\left\{46+\right.$$

$$+\frac{15}{2}\,l(1-p^2)\Big\}\,E'(p)\Big]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(355)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^5x.Cos^3x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^2(1-p^2)}\left[-\left\{16(24-25p^2)+\right.\right.$$

$$+15(24-40p^2+15p^4)\,l(1-p^2)\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}+\left\{(2144-\right.$$

$$-2894p^2+795p^4)+\frac{15}{2}(44-15p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\Big\}\,F'(p)+$$

$$+\left\{-2(688-619p^2)+\frac{15}{2}(4-7p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)\Big],(356)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\,\Delta^2.Sin.^7x.Cos.^3x\frac{dx}{\Delta^7} = \frac{1}{675p^{10}(1-p^2)}[-3\{8(48-75p^4+$$

$$+25p^6)+15(64-120p^2+60p^4-5p^6)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{(1-p^2)}+$$

$$+\{(14432-22432p^2+8660p^4-525p^6)+30(68-$$

$$-35p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{-2(6064-7032p^2+$$

$$+1175p^4)+\frac{15}{2}(112-156p^2+35p^4)l(1-p^2)\}E'(p)]. \quad (357)$$

Indien men verder de volgende integralen van elkander aftrekt: (350) van (349); (352) van (351), (353) van (352); (355) van (354), (356) van (355), (357) van (356); zoo verkrijgt men nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^5x\frac{dx}{\Delta^3} = \frac{1}{27p^6}[12\{-2+3l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)^3}-$$

$$-\{2(70-124p^2+51p^4)+\frac{3}{2}(10-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(94-101p^2)-3(7-8p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots \quad (358)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^5x\frac{dx}{\Delta^5} = \frac{1}{9p^6}[-4\{2+3l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+3\{(20-18p^2+p^4)+3(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-4(11-2p^2)+\frac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots \quad (359)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\,\Delta^2.Sin.^3x.Cos.^5x\frac{dx}{\Delta^5} =$$

$$= \frac{1}{27p^8}[-12\{2p^2+3(2-p^2)l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+\{(320-410p^2+111p^4)+\frac{3}{2}(28-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(160-113p^2)+\frac{3}{2}(20-13p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \quad (360)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^5x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^6}[4\{46+15l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{2(322-22p^2-15p^4)+\frac{15}{2}(14+p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(138+31p^2)+15(3+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)] \quad , \quad . \quad (361)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\,\Delta^2.\,Sin.^3x.\,Cos.^5\,x\,\frac{dx}{\Delta^7}=$$

$$=\frac{1}{225p^8}[4\{2(48-25p^2)+15(6-5p^2)l(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-$$

$$-\{2144-1394p^2+45p^4)+\frac{15}{2}(44-29p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(688-69p^2)-\frac{15}{2}(4+3p^2)\,l(1-p^2\}E'(p)] \quad , \quad . \quad . \quad . \quad (362)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\,\Delta^2.\,Sin.^5x.\,Cos.^5\,x\,\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}}[12\,\{2\,(48-25p^4)+$$

$$+15\,(16-20p^2+5p^4)\,l\,(1-p^2)\}\frac{\pi}{\sqrt{(1-p^2)}}-\{2\,(7216-$$

$$-7216p^2+1455p^4)+\frac{15}{2}(272-272p^2+45p^4)\,l\,(1-p^2)\}$$

$$F'(p)+4(2-p^2)\{1516-105\,l\,(1-p^2)\}\,E'(p)]. \quad . \quad . \quad . \quad (363)$$

Neem vervolgens het verschil tusschen de integralen (359) en (360); (361) en (362), (362) en (363); zoo wordt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\,\Delta^2.\,Sin.x.\,Cos.^7\,x\,\frac{dx}{\Delta^5}=$$

$$=\frac{1}{27p^8}[72\pi l(1-p^2).\sqrt{(1-p^2)^3}-\{(320-590p^2+273p^4-$$

$$-9p^6)+\frac{3}{2}(28-27p^2)(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,F'(p)+\{2(160-$$

$$-179p^2+12p^4)-\frac{3}{2}(20-19p^2-3p^4)l(1-p^2)\}\,E'(p)],\ (364)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^7x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{225p^8}-[24\{16+15l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)}+$$

$$+\{2(44-2038p^2+89p^4+30p^6)+\frac{15}{2}(44+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(688-207p^2+31p^4)+\frac{15}{2}(4+9p^2+2p^4)l(1-p^2)\}E'(p)].(365)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.^3x.Cos.x^7\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}}[-72\{16+5(8-5p^2)l(1-p^2)\}$$

$$\pi\sqrt{(1-p^2)}+\{(14432-20864p^2+7092p^4-135p^6)+$$

$$+30(68-33p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{2(6064-5096p^2+$$

$$+207p^4)+\frac{15}{2}(112-44p^2+9p^4)l(1-p^2)\}E'(p)].(366)$$

en eindelijk dat tusschen de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\Delta^2.Sin.x.Cos.^9x\frac{dx}{\Delta^7}=\frac{1}{675p^{10}}[576\{2+5l(1-p^2)\}\pi\sqrt{(1-p^2)^3}-$$

$$-\{2(7216-13648p^2+6603p^4-201p^6-45p^8)+\frac{15}{2}(272-$$

$$-264p^2-3p^4)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(6064-7160p^2+$$

$$+828p^4-93p^6)+30(56-18p^2-18p^4-3p^6)l(1-p^2)\}E'(p)].(367)$$

Onder de hier gevondene integralen zijn er enkele, en wel (348), (349), (351), (355), (358), (359), (361), (364), (365), (367), die men regtstreeks uit de vergelijking (*cr*) had kunnen afleiden; terwijl alsdan de overige uitkomsten door verschillende combinatien tusschen dit tiental en de vorige integralen (338) tot (347) zouden kunnen gevonden worden. Hier kan nu de vergelijking (*cr*) dienen tot verificatie der berekende integralen.

3. Even als in § VI, N°. 7, kunnen wij ook hier een tweede stelsel overeenkomstige integralen afleiden; hiertoe bedenke men, dat de substitutie $x = \frac{\pi}{2} - y$, zoo als reeds § V, N°. 7 werd aangemerkt, tot de volgende vergelijking aanleiding geeft:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} l\nabla^2 \frac{dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{xl\nabla^2}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} xdx \left[\frac{2p^2\,Sin.\,x.\,Cos.\,x}{(1-p^2\,Cos.^2 x)\nabla^{b-2}} - \frac{b-2}{2} l\nabla^2 \frac{2p^2 Sin.x.Cos.x}{\nabla^b}\right] =$$

$$= 0 - p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} \left[2 - (b-2) l\nabla^2\right],$$

waarin de term buiten het integraalteeken nu geheel verdwijnt: voor de onderste grens 0 van x, wegens den factor x, en voor de bovenste grens $\frac{\pi}{2}$ van x, omdat de factor $l\nabla^2 = l(1 - p^2\,Cos.^2 x)$ alsdan $l\,1 = 0$ wordt. Door oplossing wordt nu hieruit de herleidingsformule

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} = \frac{1}{b-2}\left[2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.\,x.\,Cos.\,xdx}{\nabla^b} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{p^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{b-2}}\right]. \ldots\ldots (cs)$$

verkregen, waarin de beide laatste integralen tusschen de haakjes in § V en VI reeds werden afgeleid.

Op dergelijke wijze vindt men nu verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\nabla^2 \frac{dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{x Cos.^a x.l\nabla^2}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{2p^2 Sin.x.Cos.x}{1-p^2 Cos.^2 x} \frac{Cos.^a x}{\nabla^{b-2}} - al\nabla^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a-1}x}{\nabla^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2} l\nabla^2 . Cos.^a x \frac{2p^2 Sin.x.Cos.x}{\nabla^b}\right]$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.x.Cos.^{a-1}x dx}{\nabla^b} \left[2p^2 Cos.^2 x - \right.$$

$$\left. - a(1-p^2 Cos.^2 x) l\nabla^2 - (b-2) p^2 Cos.^2 x.l\nabla^2\right],$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\triangle^2 \frac{dx}{\triangle^{b-2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\nabla^2 \frac{dx}{\nabla^{b-2}} = \left.\frac{x Sin.^a x.l\nabla^2}{\nabla^{b-2}}\right\}_0^{\frac{\pi}{2}} -$$

$$- \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx \left[\frac{2p^2 Sin.x.Cos.x}{1-p^2 Cos.^2 x} \frac{Sin.^a x}{\nabla^{b-2}} + al\nabla^2 \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x}{\nabla^{b-2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{b-2}{2} l\nabla^2 . Sin.^a x \frac{2p^2 Sin.x.Cos.x}{\nabla^b}\right]$$

$$= 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.x dx}{\nabla^b} \left[2p^2 Sin.^2 x + \right.$$

$$\left. + a(1-p^2 Cos.^2 x) l\nabla^2 - (b-2) p^2 Sin.^2 x.l\nabla^2\right].$$

In beide vergelijkingen verdwijnt de term buiten het integraalteeken om juist dezelfde reden, als bij de voorgaande formule. Door afzondering der integralen, die den factor $l\nabla^2$ bezitten, leveren zij verder:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a-1}xdx}{\nabla^b}\left[a-(a-b+2)p^2\,Cos.^2x\right] =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^{a+1}x\,dx}{\nabla^b},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.xdx}{\nabla^b}\left[a(1-p^2)+(a-b+2)p^2\,Sin.^2x\right] =$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a+1}x.Cos.x\,dx}{\nabla^b};$$

waaruit nu de herleidings-vergelijkingen te voorschijn komen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\nabla^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[a\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.x.Cos^{a-1}xdx}{\nabla^b} -\right.$$

$$\left. -\int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin.^a x.l\nabla^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} - 2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.x.Cos.^{a+1}xdx}{\nabla^b}\right], \quad (ct)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.^{a+1}x.Cos.xdx}{\nabla^b} =$$

$$= \frac{1}{(a-b+2)p^2}\left[-a(1-p^2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2 \frac{Sin.^{a-1}x.Cos.xdx}{\nabla^b} -\right.$$

$$\left. -\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos.^a x.l\Delta^2 \frac{dx}{\Delta^{b-2}} + 2p^2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\frac{Sin.^{a+1}x.Cos.xdx}{\nabla^b}\right]; \quad (cu)$$

die wederom steunen op de integralen in § V en VI afgeleid.

4. Bij de achtervolgende onderstellingen $b = -1, 1,$ 3, 5 en 7 geeft thans de vergelijking (*cs*):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x dx\nabla = \frac{1}{27p^2}[-3\pi + \{-2(11-11p^2+3p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+(2-p^2)\{14-3l(1-p^2)\}E'(p)]. \quad (368)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla} = \frac{1}{p^2}[-\pi-(2-p^2)F'(p)+$$

$$+\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots\ldots (369)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^2}[-\pi+\{2+\frac{1}{2}l(1-p^2)\}F'(p)], \ldots (370)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^5} = \frac{1}{9p^2(1-p^2)}[-(1-p^2)\pi-$$

$$-3(2-p^2)F'(p)+\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots (371)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7} = \frac{1}{225p^2(1-p^2)^2}[-9(1-p^2)^2\pi-$$

$$-\{2(53-53p^2+15p^4)+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+(2-p^2)\{62+15l(1-p^2)\}E'(p)]. \ldots\ldots\ldots (372)$$

In plaats van nu verder regtstreeks de herleidingsformule (*ct*) te gaan gebruiken, om telkens hooger magten van den factor *Cos.* te verkrijgen, kan men ook hier, nu dit vijftal integralen bekend is, door de kunstgreep van N°. 2 hetzelfde doel bereiken; de genoemde vergelijking dient dan

tot verificatie. Het verschil van elke twee opeenvolgende integralen, gedeeld door p^2, zal toch, vermits $\frac{1}{p^2}(1-\nabla^2)=Cos^2 x$, de volgende integralen opleveren:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla}=\frac{1}{27p^4}[-24\pi-\{(32-5p^2-6p^4)+$$
$$+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)+\{2(40+7p^2)-$$
$$-\frac{3}{2}(5+2p^2)l(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)],\ldots\ldots\ldots(373)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{p^4}[\{(4-p^2)+\frac{1}{2}l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)-$$
$$-\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)],\ldots\ldots\ldots(374)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^4(1-p^2)}[8(1-p^2)\pi-$$
$$-3\{(8-7p^2)+\frac{3}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)+$$
$$+\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)],\ldots\ldots\ldots(375)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)^2}[16(1-p^2)^2\pi+$$
$$+\{(44-119p^2+45p^4)-\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)-$$
$$-\{2(38-69p^2)+\frac{15}{2}(1-3p^2)l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)]\ .\ (376)$$

Wanneer men verder dezelfde methode toepast op deze vier laatste integralen, zoo komt er:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{27p^6}[24\pi+\{2(70-16p^2-3p^4)+$$

$$+\frac{3}{2}(10-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-\{2(94+7p^2)-$$

$$-3(7+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],\ldots\ldots\ldots(377)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^6(1-p^2)}[8(1-p^2)\pi-$$

$$-3\{(20-22p^2+3p^4)+3(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{4(11-9p^2)-\frac{3}{2}(2-3p^2)l(1-p^2)\}E'(p)],(378)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^6(1-p^2)^2}[-184(1-p^2)^2\pi+$$

$$+\{2(322-622p^2+285p^4)+\frac{15}{2}(14-15p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-\{2(138-169p^2)+15(3-4p^2)l(1-p^2)\}E'(p)]\ldots(379)$$

Dit laatste drietal integralen geeft nog door middel van dezelfde kunstgreep:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^7x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8(1-p^2)}[-\{320-370p^2+$$

$$+53p^4+6p^6)+\frac{3}{2}(28-p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{2(160-$$

$$-141p^2-7p^4)-\frac{3}{2}(20-21p^2-2p^4)l(1-p^2)\}E'(p)],.(380)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.x\,\frac{dx}{\nabla^7} = \frac{1}{225\,p^8(1-p^2)^2}\big[16\,(1-p^2)^2\,\pi + \\ + \{(2144-4394\,p^2+2445\,p^4-225\,p^6)+\frac{15}{2}(44- \\ -45p^2)(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)+\{-2(688-1169p^2+ \\ +450p^4)+\frac{15}{2}(4-17p^2+15p^4)\,l\,(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)\big]. \quad (381)$$

En even zoo eindelijk de beide laatste integralen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7} = \frac{1}{675p^{10}(1-p^2)^2}\,[16\,(1-p^2)^2\,\pi + \\ + \{2\,(7216-15216\,p^2+8955\,p^4-925\,p^6-75\,p^8)+ \\ +\frac{15}{2}(272-280\,p^2+5\,p^4)(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)+ \\ +\{-2\,(6064-11032\,p^2+4700\,p^4+175\,p^6)+15\,(56- \\ -128\,p^2+70\,p^4+5\,p^6)\,l\,(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)] \quad \ldots \quad (382)$$

Zoeken wij thans het verschil tusschen de integralen (369) en (373); (370) en (374), (374) en (377); (371) en (375), (375) en (378), (378) en (380); (372) en (376), (376) en (379), (379) en (381), (381) en (382), zoo verkrijgen wij achtervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla} = \frac{1}{27p^4}\,[3(8-9p^2)\,\pi+\{(32-59\,p^2+ \\ +21p^4)+\frac{3}{2}(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)-\{2\,(40-47\,p^2)- \\ -\frac{3}{2}(5-7p^2)\,l\,(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)], \quad \ldots \quad (383)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^3} = \frac{1}{p^4}\,[-p^2\,\pi-\{(4-3\,p^2)+ \\ +\frac{1}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)+\{4-\frac{1}{2}l(1-p^2)\}\,\mathrm{E}'(p)], \quad (384)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{27p^6}\left[-24\pi-\left\{7(20-20p^2+3p^4)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+15(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+(2-p^2)\left\{94-\frac{21}{2}l(1-p^2)\right\}E'(p)\right],(385)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^4}\left[-(8+p^2)\pi+3\left\{(8-p^2)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{3}{2}l(1-p^2)\right\}F'(p)-\left\{8+\frac{3}{2}l(1-p^2)\right\}E'(p)\right],\ldots(386)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^6}\left[-8(1-p^2)\pi+3(2-p^2)\left\{10+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{3}{2}l(1-p^2)\right\}F'(p)+\left\{-44+3l(1-p^2)\right\}E'(p)\right],.(387)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8}\left[24p^2\pi+\left\{(320-230p^2+21p^4)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{3}{2}(28-19p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+\left\{-2(160-47p^2)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{3}{2}(20-7p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)\right],\ldots\ldots\ldots(388)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^4(1-p^2)}\left[-(16+9p^2)(1-p^2)\pi+\right.$$

$$+\left\{-(44+31p^2-30p^4)+\frac{15}{2}(1-p^2)l(1-p^2)\right\}F'(p)+$$

$$\left.+\left\{2(38+31p^2)+\frac{15}{2}(1+2p^2)l(1-p^2)\right\}E'(p)\right],\quad.(389)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^6(1-p^2)}[8(23+2p^2)(1-p^2)\pi-$$

$$-\{(644-644p^2+45p^4)+105(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+3\,(2-p^2)\{46+\frac{15}{2}\,l\,(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)], \quad \ldots\ldots\ldots (390)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^8(1-p^2)}[-8(23+2p^2)(1-p^2)\pi-$$

$$-\{(2144-2894p^2+795p^4)+\frac{15}{2}(44-15p^2)(1-p^2)\,l\,(1-$$

$$p^2)\}\mathrm{F}'(p)+\{2(688-619p^2)-\frac{15}{2}(4-7p^2)l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)],(391)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^3x.Cos.^7x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}(1-p^2)}[-16(1-3p^2)(1-p^2)\pi-$$

$$-\{14432-22432\,p^2+8660\,p^4-525\,p^6)+30\,(68-$$

$$-35p^2)(1-p^2)\,l(1-p^2)\}\,\mathrm{F}'(p)+\{2\,(6064-7032\,p^2+$$

$$+1175p^4)-\frac{15}{2}(112-156p^2+35p^4)l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)]. (392)$$

Het verschil tusschen de integralen (384) en (385); (386) en (387), (387) en (388); (389) en (390), (390) en (391), (391) en (392) geeft vervolgens:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^3}=\frac{1}{27p^6}[3\,(8-9p^4)\,\pi+\{2\,(70-$$

$$-124p^2+51\,p^4)+\frac{3}{2}(10-9\,p^2)(1-p^2)\,l\,(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+\{-2(94-101p^2)+\frac{3}{2}(7-8p^2)\,l\,(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)], \quad (393)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{9p^6}[(8-16p^2-p^4)\pi-3\{(20-$$

$$-18p^2+p^4)+3(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+\{4(11-2p^2)-$$

$$-\frac{3}{2}(2+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], \ldots\ldots\ldots\ldots (394)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8}[-24p^2(4-3p^2)\pi-\{(320-$$

$$-410p^2+111p^4)+\frac{3}{2}(28-9p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{2(160-113p^2)-\frac{3}{2}(20-13p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], .(395)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^6}[-(184+32p^2+9p^4)\pi+$$

$$+\{2(322-22p^2-15p^4)+\frac{15}{2}(14+p^2)l(1-p^2)\}F'(p)-$$

$$-\{2(138+31p^2)+15(3+p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], . . (396)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{225p^8}[8(1+p^2)(23-12p^2)\pi+$$

$$+\{(2144-1394p^2+45p^4)+\frac{15}{2}(44-29p^2)l(1-p^2)\}F'(p)+$$

$$+\{-2(688-69p^2)+\frac{15}{2}(4+3p^2)l(1-p^2)\}E'(p)], .(397)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^5x.Cos.^5x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}}[8(2-75p^2+6p^4)\pi+$$

$$+\{2(7216-7216p^2+1455p^4)+\frac{15}{2}(272-272p^2+45p^4)l(1-$$

$$-p^2)\}F'(p)-4(2-p^2)\{1516+105l(1-p^2)\}E'(p)] . . (398)$$

Nog geeft het verschil tusschen de integralen (394) en (395); (396) en (397), (397) en (398):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.\,Sin.^7x.\,Cos.x\frac{dx}{\nabla^5}=\frac{1}{27p^8}[3p^2(40-40p^2-p^4)\pi+\{(320-$$

$$-590\,p^2+273\,p^4-9\,p^6)+\frac{3}{2}(28-27p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+$$

$$+\{-2(160-179p^2+12p^4)+\frac{3}{2}(20-19p^2-3p^4)l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)],\quad(399)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.\,Sin^7.x.\,Cos.x\frac{dx}{\nabla^7}=$$

$$=\frac{1}{225p^8}[-(184+272p^2-64p^4+9p^6)\pi-\{2144-2038p^2+$$

$$+89p^4+30p^6)+\frac{15}{2}(44+p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+\{2(688-$$

$$-207p^2+31p^4)-\frac{15}{2}(4+9p^2+2p^4)l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)],\quad(400)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.\,Sin.^7x.\,Cos.^3x\frac{dx}{\nabla^7}=\frac{1}{675p^{10}}[-8(69+31p^2+$$

$$+39p^4-6p^6)\pi-\{(14432-20864p^2+7092p^4-135p^6)+$$

$$+30(68-33p^2)(1-p^2)l(1-p^2)\}\mathrm{F}'(p)+\{2(6064-5096p^2+$$

$$+207p^4)+\frac{15}{2}(112-44p^2+9p^4)l(1-p^2)\}\mathrm{E}'(p)];\quad(401)$$

en ten laatste het verschil tusschen de beide integralen (400) en (401) nog:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2.Sin.^9x.Cos.x\frac{dx}{\nabla^7} = \frac{1}{675p^{10}}\big[(552-304p^2-584p^4+$$

$$+144p^6-27p^8)\pi+\{2(7216-13648p^2+6603p^4-201p^6-$$

$$-45p^8)+\frac{15}{2}(272-264p^2-3p^4)(1-p^2)l(1-p^2)\}\,F'(p)-$$

$$-\{2(6064-7160p^2+828p^4-93p^6)+30(56-18p^2-$$

$$-18p^4-3p^6)l(1-p^2)\}E'(p)\big] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (402)$$

Men had echter de integralen (383), (384), (386), (389) (393), (394), (396), (399), (400) en (402) ook regtstreeks kunnen bepalen door middel van de herleidings-formule (*cu*); alsdan had men de overige uit verschillende combinatien tusschen deze en het tiental (373) tot (382) kunnen afleiden; waarbij men de integralen uit § V en VI noodig gehad zoude hebben. Genoemde vergelijking kan dus hier ter verificatie dienen. Maar is er daartoe ook nog een ander middel voorhanden; want door middel van de substitutie $x=\frac{\pi}{2}-y$ in de tweede integraal van het eerste lid der volgende vergelijking vindt men dadelijk:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2\frac{Sin.^ax.Cos.^cxdx}{\triangle^{\pm 2b+1}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\nabla^2\frac{Sin.^cx.Cos.^axdx}{\nabla^{\pm 2b+1}}=$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl\triangle^2\frac{Sin.^ax.Cos.^cxdx}{\triangle^{\pm 2b+1}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)l\triangle^2\frac{Sin.^ax.Cos.^cxdx}{\triangle^{\pm 2b+1}}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} l\triangle^2\frac{Sin.^ax.Cos.^cxdx}{\triangle^{\pm 2b+1}}; \ldots\ldots\ldots (cx)$$

en deze kan dienen, om met behulp der integralen van § V, de overeenstemming der uitkomsten van Nr. 2 en 4 na te gaan.

TE VERBETEREN:

				voor:	*lees:*
Blz.	39	form.	(38)	$2(1-p^2)$	$4(1-p^2)$
"	52	"	(104)	$(1+p^2)\sqrt{(1-p^2)}$	$\frac{1}{\sqrt{(1-p^2)}}$
"	54	reg. 5	vooraan	—	=
"	57	form.	(112)	$\sqrt{(1-p^2)^5}$	$\sqrt{(1-p^2)^7}$
"	82	"	(188)	p^6	p^4
"	94	"	(*bl*)	$b-2$	$b+2$
"	99	reg. 2 v. o.		$= \frac{1}{p^2}$	$= \frac{-1}{p^2}$
"	105	form.	(*bx*)	$Sin.^{a-1} x. Cos. x$	$Sin.^{a-2} x. Cos. x$
"	127	"	(*co*)	$a-b$	$a-6$
"	139	reg. 1		$-9p^2$	$-9p^4$
"	142	"	1	p^6	p^8
		"	12	$225p^2$	$225p^8$

INHOUD.

IV. Over de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin.^a x.\, Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}}, \text{ enz. . . . . } 29$$

V. Over de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} l(1-p^2\, Sin.^2 x) \frac{Sin.^a x.\, Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}}, \text{ enz. . . . . } 65$$

VI. Over de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \frac{Sin.^a x.\, Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}}, \text{ enz. . . . . } 91$$

VII. Over de integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xl(1-p^2\, Sin.^2 x) \frac{Sin.^a x.\, Cos.^c x\, dx}{\sqrt{(1-p^2\, Sin.^2 x)^{\pm 2b+1}}}, \text{ enz. . . . } 133$$

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 27sten JUNIJ 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. HARTING, N. W. P. RAUWENHOFF, A. H. VAN DER BOON MESCH, F. J. STAMKART, P. J. VAN KERCKHOFF, P. ELIAS, J. P. DELPRAT, J. G. S. VAN BREDA, F. C. DONDERS, C. J. MATTHES, P. BLEEKER, E. H. VON BAUMHAUER, G. H. VAN KERKWIJK, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, C. A. J. A. OUDEMANS, D. BIERENS DE HAAN, H. G. SEELIG, R. VAN REES.

De Heer MATTHES vervangt den Secretaris, door ongesteldheid afwezig.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige zitting, wordt kennis genomen van de schriftelijke verontschuldigingen wegens het niet bijwonen dezer vergadering, ingezonden door de H.H. J. W. L. VAN OORDT, J. BOSSCHA JR., VAN DER KUN, J. VAN GOGH, BUYS BALLOT en VAN HASSELT. — Aangenomen voor berigt.

Komen ter tafel de navolgende missives ten geleide van boekgeschenken van de Heeren: 1°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 9 Junij 1863, Topographisch Bureau N°. 30 T); 2°. Hoofddirecteur van het Koninkl. Nederl. Meteorologisch Instituut (Utrecht, 18 Junij 1863); 3°. CANDÈZE, Secrétaire de la Société royale des Sciences te Luik (Luik, 15 Mei 1863); 4°. A. NAMUR, Secrétaire de la Société pour la recherche et la conservation des monumens historiques du Grand-Duché de Luxembourg (Luxemburg, 1 Mei 1863); 5°. W. HAIDINGER, Director der K.K. Geologischen Reichsanstalt (Weenen, 26 Maart 1863); 6°. WEIL, Schriftführer des natur-historischen Landesmuseums von Kärnten (Klagenfurt, 20 Maart 1863); 7°. R. HENZI, Secretär der Bernerischen Naturforschenden Gesellschaft (Bern, 27 Maart 1863); 8°. V. FLAUTI te Napels.

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en plaatsing der boekgeschenken in de boekerij.

Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de volgende Heeren: 1°. Burgemeester en Wethouders der stad Amsterdam (Amst., 22 Junij 1863); 2°. W. C. BACKER, in naam van Curatoren van het Athenaeum Illustre (Amst., 1 Junij 1863); 3°. GUNNING, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utr., Junij 1863); 4°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap gevestigd te Utrecht (Utr., 30 Mei 1863); 5°. A. VAN NAAMEN VAN EEMNES, Secretaris der

Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van provinciale welvaart (Zwolle, 1 Junij 1863); 6o. CANDÈZE, Secrétaire de la Société roy. des Sciences te Luik (Luik, 15 Mei 1863); 7°. F. FOETTERLÉ, Secretär der K.K. Geographischen Gesellschaft (Weenen, 29 Maart 1863).

Al deze brieven worden aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een schrijven van den Heer P. VAN DER STERR, Amsterdam 10 dezer, waarbij gevoegd waren twee tabellen van waargenomen waterhoogten loopende over de maand Mei j.l., de eene gerangschikt naar de zons-, de andere naar de maansuurhoeken. Verzending naar de Commissie over de daling van den bodem in Nederland.

De Secretaris berigt, dat, op voordragt van de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen*, in de jongste buitengewone Vergadering der Afdeeling het besluit is gevallen: de Verhandeling van den Heer Dr. J. G. OTTEMA te Leeuwarden, *over de beweging van de Zon en het Planetenstelsel in de ruimte zonder gravitatie verklaard*, aan den Schrijver terug te zenden, met bijvoeging, dat der Afdeeling *zijne bedenkingen tegen de gravitatietheorie ongegrond en zijne eigen theorie onaannemelijk zijn* voorgekomen.

Voorts dat genoemde Commissie van Redactie geen bezwaar heeft tegen de opname in de *Verslagen en Mededeelingen* van de Verhandelingen van de H.H.

BUYS BALLOT, *over de betrekking tusschen de zijden en diagonalen van een n-hoek;* W. C. STARING, *over de diluviale gronden op Java;* C. A. J. A. OUDEMANS, *over Encephalartos Altensteinii, over de beteekenis der verhevenheden aan de oppervlakten der zaden van Strychnos nux vomica* en *over de groefjes aan de oppervlakte der bladeren van Pleurothallis, Bulbophyllum en Stelis,* welke alzoo tot den druk zullen worden bevorderd.

De Heer P. J. VAN KERCKHOFF houdt vervolgens eene voordragt *over de rangschikking en onderlinge betrekking der organische radikalen,* met aanbieding van een opstel daarover voor de *Verslagen en Mededeelingen,* hetwelk in handen zal worden gesteld van de Commissie van Redactie.

De Heer P. BLEEKER spreekt over eenige punten betrekkelijk de ichthyologische Fauna van Siam, naar aanleiding van geschenken der Koningen van dat Rijk aan het museum van den *Jardin des Plantes* te Parijs, en biedt eene *Notice* daarover aan voor de *Verslagen en Mededeelingen,* welke zal worden verzonden naar de Commissie van Redactie.

De Heer E. H. VON BAUMHAUER levert:

1°. een kort Verslag van een door hem ingesteld onderzoek op het acidum Roccellicum, en geeft en bespreekt, 2°. onder aanbieding aan de Akademie

van een Hollandsch en een Hoogduitsch exemplaar zijner *Tafels van de procenten zuiveren alkohol en gedestilleerd*, eenige practische regels voor het vervaardigen en keuren van areometers.

De Heer STAMKART behandelt, in verband met het laatst voorgedragene, den invloed, dien de luchtdrukking op het uit het vocht uitstekende gedeelte van den steel des areometers uitoefent, daarvoor eene correctie-formule opgevende, waarvan hij het betoog later voor de *Verslagen en Mededeelingen* bestemt.

De Heer V. S. M. VAN DER WILLIGEN vermeldt en vertoont aan de Vergadering secundaire interferentiestrepen, die zich aan hem opdeden onder de omstandigheden, waarbij men de Newtonsche ringen waarneemt. de nadere beschrijving en verklaring van dit verschijnsel voor de *Verslagen en Mededeelingen* toezeggende.

De Heer D. BIERENS DE HAAN deelt mede een verzoek te hebben ontvangen om magtiging tot het uitgeven eener Hoogduitsche vertaling van zijne Methode des Intégrales définies, en verlangt daarover het welmeenen der Afdeeling te verstaan.

De Vergadering ziet hierin hoegenaamd geen bezwaar en verleent daartoe volgaarne hare toestemming.

Na resumtie van de notulen dezer Vergadering wordt ze door den Voorzitter gesloten.

INHOUD

VAN

DEEL XVI. — STUK 1.

---

bladz.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 30 Mei 1863 ..... 1.

Berigt omtrent de photographische onderzoekingen aan de Sterrewacht te Leiden. Door F. KAISER ..... 13.

Bijdragen tot de Theorie der bepaalde Integralen, N°. IV—VII. Door D BIERENS DE HAAN ..... 28.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 27 Junij 1863 ..... 160.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

Zestiende Deel. — Tweede Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1863.

NORMAAL EN ABNORMAAL HERMAPHRODITISMUS BIJ DE VISSCHEN.

DOOR

H. J. HALBERTSMA.

Men vindt in de *Annales des Sciences Naturelles* van het jaar 1856 een merkwaardig opstel van DUFOSSÉ, getiteld: *De l'hermaphrodisme chez certains vertébrés*, waarin hij aantoont, dat er bij de zoogenaamde zeebaarzen der Middellandsche zee, den Serranus scriba, S. cabrilla en S. hepatus een normaal echt hermaphroditismus voorkomt.

Uit de geschiedenis toont DUFOSSÉ aan, dat reeds ARISTOTELES meende, dat de χάννη (naam, waarmede de ouden den Serranus cabrilla en misschien ook scriba bestempelden) zich zelve kon bevruchten en dat het twijfelachtig was of er onder de individu's van deze vischsoort wel mannetjes en wijfjes voorkomen. Ook OVIDIUS maakt in zijne *Halieutica* melding van deze zelfbevruchting. PLINIUS, die ten onregte laatstgenoemden schrijver voor den ontdekker van dit zoo belangrijke feit houdt, en later RONDELET (1654) hebben het eveneens in hunne werken aangehaald, doch, zoo 't schijnt, niet nader onderzocht, zoodat zij eigenlijk de zaak niet verder bragten. Eerst FILIPPO CAVALINI bestudeerde op nieuw de geslachtsdeelen van Serranus scriba en communis (cabrilla?), doch hoewel zijne *Memoria sulla generatione dei pesci* (*Napoli* 1787) een voor zijn tijd

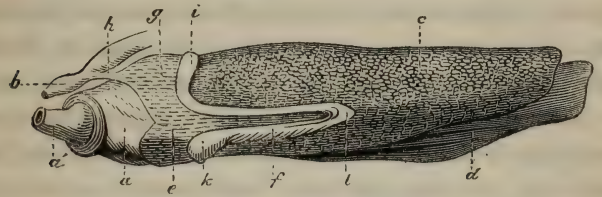
welgeschreven werk mogt heeten en ook hij en hom en kuit in dezelfde individu's waarnam, ontbrak toch aan zijn onderzoek de bevestiging door het mikroskoop, namelijk: dat hetgeen hij voor testis hield wezenlijk testis was. Na CAVALINI had VALENCIENNES gelegenheid eenige Serrani te onderzoeken, doch zijne exemplaren waren reeds sedert eenige dagen dood en zijne nasporing kon dus niet zoo naauwkeurig zijn, als hij zelf gewenscht had; hij hield zich echter overtuigd, ook na dit gebrekkig onderzoek, dat hij met hermaphrodieten te doen had gehad; „wanneer ik het „orgaan", zegt VALENCIENNES, „'twelk voor de hom moest „gelden en op het ovarium bevestigd was, alleen had ge„vonden, dus zonder ovarium, zoude ik geene zwarigheid „gemaakt hebben, het voor eene wezenlijke hom te hou„den." CUVIER, die eerst VALENCIENNES' meening omhelsde, schijnt later, in de tweede uitgave van zijn *Règne animal*, de waarheid van CAVALINI's waarneming weder in twijfel te trekken en DUVERNOY, die zelf wederom een S. scriba en cabrilla onderzocht en de laatste schrijver is, dien DUFOSSÉ aanhaalt, verklaart ronduit het volgende: „Il n'y avait, dans l'un ni dans l'autre exemplaire deux „sortes d'organes qui aient pu me faire soupçonner, le moins „du monde, l'existence simultanée, dans le même indivi„du, des organes de la génération mâles et femelles et „conséquemment l'hermaphroditisme."

Het was bij dezen twijfelachtigen stand van zaken, dat DUFOSSÉ, *Professeur suppléant à l'Ecole de Médecine* te Marseille, van de gunstige gelegenheid, die hem de nabijheid der Middellandsche zee aanbood, gebruik maakte en het onderzoek van het beweerde hermaphroditismus der Serrani op nieuw begon. Hij opende en onderzocht niet minder dan 368 voorwerpen van de drie soorten van Serranus, welke bij Marseille voorkomen, namelijk van S. scriba, cabrilla en hepatus, waarbij hij tot het boven reeds mede-

gedeelde resultaat kwam, dat alle drie normaal hermaphrodiet zijn.

Daar het ons doel is eene vergelijking in te stellen tusschen het hermaphroditisme, gelijk het normaal bij de zeebaarzen voorkomt, en het hermaphroditisme, zoo als het zich abnormaal, sporadisch, bij andere visschen vertoont, zal het noodig wezen, de ontleedkundige bijzonderheden betrekkelijk hom en kuit van de Serrani volgens de onderzoekingen van DUFOSSÉ iets nader uiteen te zetten.

Bij de zeebaarzen komen orificium anale, oviductus en urethra in eene soort van kloak uit; van deze is de anus naar voren geplaatst en van de twee andere mondingen gescheiden door eene slijmvliesplooi; op den anus volgt de oviductus (Zie houtsnede *a*), die in den toestand van uitrek-



VERKLARING DER HOUTSNEDE.

Schematische voorstelling der geslachtsdeelen van Serranus (vergroot) gezien van de regterzijde.

a. oviductus, *a'*. tepel met het orificium van den oviductus, *b*. urethra, *c*. regter, *d*. linker ovarium, *e*. canalis communis, *f*. testis, *g*. stelsel van vacuolen, *h*. ductus ejaculatorius, *i*. bovenste, *k*. onderste testiculaire boog, *l*. testiculaire hoek.

king een konischen vorm aanneemt en met een' tepel (*a'*) buiten de cloak uitsteekt; het meest naar achteren ligt de urethra-monding, welke veelal aan den top van eene kleine papil (*b*) eindigt.

Opent men de buikholte, dan herkent men dadelijk de inwendige geslachtsdeelen, welke, even als bij andere been-

achtige visschen, tusschen rectum en de pisbereidende organen gelegen zijn. Op den eersten blik ziet men de eijerstokken (*c, d,*) in de gedaante van twee langwerpige zakken, die naar achteren in een smelten (canalis communis (*e*) van DUFOSSÉ) en in den oviductus (*a*) uitkomen. Schijnbaar *op* deze eijerstokken liggen de zaadbereidende organen. Om namelijk de verhouding tusschen beide goed te begrijpen is het noodig te weten, dat de wand van den eijerstok uit drie rokken bestaat, van buiten naar binnen gaande uit het buikvlies, een spierrok en eene slijmvlieslaag. Tusschen de twee binnenste rokken, dus eigenlijk niet *op* den eijerstok, maar tusschen spierrok en slijmvlies ligt nu het spermatische apparaat, bestaande uit de testis (*f*), een stelsel van *vacuoles* (*g*), en een ductus ejaculatorius (*h*). De testis (*f*) doet zich voor onder de gedaante van een band, die in zich zelven terugkeert, den eijerstok omgeeft op de plaats waar hij in den canalis communis overgaat en in zijn verloop twee bogen en twee hoeken vormt. De testiculaire bogen worden onderscheiden in een' bovensten (*i*) en in een dikkeren ondersten (*k*), die van regts naar links over den canalis communis verloopen. De hoeken (*l*) in de testis ontstaan, doordien de bogen niet eenvoudig circulair in elkander overgaan, maar zich naar voren ombuigen en zich eerst vrij ver van de plaatsen van ombuiging ontmoeten. Men moet dus een' regter en linker testiculairen hoek onderscheiden.

De zelfstandigheid van de testis bestaat uit een groot aantal blindzakjes, coeca, die meestal vertakt zijn; in de maanden November en December zijn zij verstopt, maar in de daaropvolgende maanden en vooral bij het naderen van den rijdtijd zetten zij uit en vormen in dien toestand buisjes, welke met hunne einden aan de oppervlakte van het orgaan oneffenheden teweeg brengen, die eenige gelijkenis hebben met hersenwindingen. Van uit deze coeca

ontstaan nu de zaadgangen, die uitkomen in het vacuolenstelsel (*g*) (eenigzins vergelijkbaar met het rete HALLERI in de testis van den mensch), bestaande uit een tal van fijne anastomoserende buisjes, die tusschen spierrok en slijmvlies van den canalis communis naar boven en achteren verloopen en ten slotte overgaan in den ductus ejaculatorius (*h*). Dit vacuolenstelsel vormt dus eene soort van onregelmatigen gordel om den canalis communis, naar voren begrensd door de testis, naar achteren door den oviductus.

Met betrekking tot den ductus ejaculatorius (*h*), die aan de bovenvlakte van den oviductus verloopt, dient nog te worden opgemerkt, dat hij zeer kort en naauw is en voorzien van zulke teedere wanden, dat hij slechts met eene loupe is waar te nemen. Hij heeft de gedaante van een kegel, waarvan de basis naar voren ziet en de open top in het kanaal der urethra, gewoonlijk ter hoogte van den bodem der kloak, aan de basis van de papilla urethralis (*b*) uitmondt.

Alle holten van den beschreven apparatus spermaticus bevatten met het naderen van den rijdtijd en gedurende die periode zelve, de kenschetsende elementen van het zaad, namelijk de spermatozoïden, die, zoo als zich liet vermoeden, veel overeenkomst hebben met die van den baars, terwijl de eijeren bij onderzoek overeen bleken te komen met die van andere acanthopterygii.

DUFOSSÉ heeft zich bij zijne nasporingen niet bepaald tot het anatomische feit, dat er werkelijk twee ongelijksoortige organen in hetzelfde individu voorkomen, hij heeft ook onmiddellijk de zelfbevruchting der Serrani waargenomen. Hij plaatste de bedoelde visschen namelijk in een groot aquarium, dat met versch zeewater gevuld was en waarvan de bodem ingenomen werd door verschen fucus en onder begunstiging der fortuin en zonder zelf door den

visch bemerkt te worden, zag hij hoe de eerst gelegde eijeren later door het zaad van hetzelfde dier besproeid werden. Liet hij zich door den geëjaculeerden straal, waaraan DUFOSSÉ den karakteristieken naam van *nuage spermatique* geeft, den weg wijzen, dan was hij zeker, de bevruchte eijeren op den bodem van het glas terug te vinden.

Men mag dus uit de waarnemingen van DUFOSSÉ met zekerheid opmaken, dat de Serrani der Middellandsche zee in den *normaalstaat hermaphrodiet* zijn, en wel in dien zin, dat de vereeniging van eijeren en zaad niet in, maar buiten het ligchaam plaats grijpt en dat elke Serranus zijne eigene eijeren kan bevruchten, zonder hierbij de hulp te behoeven van een ander individu zijner soort.

Naast dit normaal hermaphroditismus komt er in de classe der visschen een abnormaal, sporadisch hermaphroditismus voor. De opgeteekende gevallen zijn wel is waar weinige in getal en niet alle volkomen bewijskrachtig in zoo verre slechts zelden spermatozoïden werden aangetoond in die kiemklieren, die men voor testis of hom heeft aangezien. Wanneer men echter weet, hoe gemakkelijk het is, ook zonder mikroskoop hom van kuit te onderscheiden, dan bezitten ook die gevallen, waar het mikroskoop niet over de zaak beslist heeft eene betrekkelijk groote waarde.

Wij vermelden in de eerste plaats de twee gevallen, die door ECKER bij den karper werden waargenomen, als de meest afdoende *). Het eerste geval ontmoette hij in Januarij 1857. Door een' visscher werden hem de ingewanden gebragt van een' karper, die de aandacht getrokken had door het gelijktijdig voorkomen van kuit en hom. De

---

*) A. ECKER, *Untersuchungen zur Ichthyologie.* Freyburg i. B. 1857. S. 28.

visch had volgens opgaaf van den brenger uitwendig niets bijzonders vertoond. Links lag naast den eijerstok een welgevormde testis, regts bevond zich alleen de eijerstok. Testis en eijerstok waren innig met elkander vereenigd door bindweefsel en bloedvaten. De testis bevatte zeer bewegelijke spermatozoïden, de eijerstokken volkomen gevormde eijeren.

Het tweede geval nam ECKER waar in Februarij van hetzelfde jaar. Ook deze keer ontving hij slechts de uitgenomen ingewanden ter onderzoeking, dewijl de visscher ook eerst weder bij het openen van het dier de anomalie had bespeurd. Het hermaphroditisme was ook in dit geval weder eenzijdig. De hom was groot, 2″ lang 1″ 5‴ breed; onder haar lagen nog meer testes accessoriae, die veel kleiner (3—5‴ in diameter) waren dan het hoofdorgaan, doch denzelfden bouw en inhoud bezaten. Deze bijkomende hommen waren zoo vast in het weefsel van het ovarium genesteld, dat het geheel het voorkomen had, alsof beide uit een en hetzelfde stroma waren voortgesproten. De spermatozoïden bewogen zich ook ditmaal nog levendig; de eijeren waren volkomen ontwikkeld en het omhulsel met de schoonste *Porenkanälchen* voorzien *).

Een andere visch, waarbij de tweeslagtigheid werd waargenomen, is de kabeljaauw. LEEUWENHOEK †) zag het verschijnsel tweemaal bij deze vischsoort en telkens was de kuit klein en de hom groot. Alleen de tweede maal onderzocht hij met het mikroskoop. De kuitgreinen, die kleiner waren dan gewoonlijk, vertoonden overigens niets der vermelding waardig. „ Wanneer ik", zegt LEEUWENHOEK, „ tot

*) Behalve ECKER hebben ook KLESEL (*Breslauer Sammlung*, 1720. p. 645), SCHWALBE (*Commercium litt. Norimb.*, 1734. Hebd. 39, p. 305) en MORAUD (*Mem. de l'Acad. d. Sc.* 1737. p. 51) eenzijdig hermaphrodiete karpers waargenomen, die echter niet naauwkeuriger beschreven worden.

†) A. VAN LEEUWENHOEK, *Tweede vervolg der Brieven*. Leyden, 1688. blz. 257.

„het observeren van de Hom quam, vond ik die meerder „volwassen, als de kuit; maar ik konde echter geen leven „aan die deelen, die ik oordeelde dat Dierkens waren, „bekennen, noch ook datse een staart hadden. De reden „hiervan beelde ik mij in, dat was, omdat soolang de „Dierkens niet volkomen haar met voort te swemmen kon„nen verplaatsen, soo lang ook haar staart in geschikte „ordre om haar lijf leyt, ende dat om die oorzaak, yder „Dierke een volkome rond ligchaamtje verbeeld *)".

„En alhoewel dese Vis met een volkome kuyt en hom „versien was, zoo soude echter voor dat jaar, die Kabbel„jaauw, alleen tot de voortelinge onbequaam sijn geweest, „omme redenen dat de hom ende kuyt, niet op een ende „deselve tijd bequaam soude geweest hebben tot de voor„telinge. Daar nochtans die Vis eerst voor manneke soude „hebben konnen verstrekken, omdat de hom eerst tot de „voortelinge bequaam soude geworden hebben; ende daarna „voor het wijfken soude konnen gespeelt hebben."

Baster †) nam eveneens het hermaphroditismus waar bij den kabeljaauw. Wij vermelden hem bijzonder omdat hij eene hom en kuit uit dat dier afbeeldt, waar de kuit hare volmaakte grootte had, doch de hom klein was, het omgekeerde van 'tgeen leeuwenhoek zag. Hij schijnt overigens meer kabeljaauwen met de anomalie onderzocht te hebben, althans hij zegt, dat in andere gevallen dan eens de hom, dan eens de kuit het grootste was.

Volgens eene mondelinge mededeeling van Dr. J. A. Herklots moeten ook op 's Rijks Museum van Natuurlijke Historie te Leiden de inwendige geslachtsdeelen voorhanden zijn van een eenzijdig hermaphrodieten kabeljaauw.

---

*) Het is waarschijnlijk, dat leeuwenhoek hier of ontwikkelingsvormen, of doode spermatozoïden gezien heeft.

†) J. baster, *Natuurkundige Uitspanningen*, Ie. deel. Haarlem. 1762. blz. 157.

Ik vermeld dit te liever, daar HERKLOTS in de gelegenheid is geweest de hom mikroskopisch te onderzoeken en duidelijke spermatozoïden heeft gevonden *).

Een derde visch, die het sporadische hermaphroditismus vertoont, is onze gewone baars. Op het Anatomisch Kabinet te Leiden wordt daarvan een vrij goed geconserveerd exemplaar bewaard, vermeld in den catalogus der *collectio Brugmansiana* onder N°. 395 op de volgende wijze: *Perca fluviatilis hermaphroditus; a latere dextro, abdominis capacitas est aperta, atque praeter viscera conspiciuntur organa masculina et ovarium, ovulis distentum* †).

Deze visch werd voor meer dan eene halve eeuw gevonden door J. D. ESSING, vischverkooper te Leiden, die bij het schoonmaken dadelijk bemerkte, dat het dier hommer en kuiter te gelijk was. Hij was verstandig genoeg de ingewanden niet uit te nemen, maar de visch eenvoudig geopend naar Prof. BRUGMANS te brengen. ESSING de zoon, die op 't oogenblik nog in leven is en hetzelfde bedrijf als zijn vader uitoefent, verklaarde, den visch in der tijd gezien, doch het geval later nooit meer ontmoet te hebben, eene uitspraak die de hooge zeldzaamheid der anomalie bewijst, daar de man sedert 1807 per jaar gemiddeld 25,000 baarzen geopend en toebereid heeft.

Gelijk in den catalogus beschreven staat, is de baars aan de regterzijde geopend, zoodat de buikorganen een goed overzigt leveren. De hom (zie de bijgevoegde plaat *a*) zoowel als de kuit (*b*) zijn enkelvoudig, en stellen twee onregelmatige

*) Zie ook *Ephem. Nat. Curios.* Dec. I, Ann. I, Obs. 125, waar gemeld wordt, dat: „Doctor WILHELMUS WORM ex Norvegia nuper ac„cepit Asellum hermaphroditicum, cui et ova et lactes insunt." Verder worden opgegeven PIPPING, *Vetensk. Akad. nye Handl.* (1800) Bnd XXI. S. 33. tab. 1, fig. 1, en DUHAMEL, *Traité des Poissons.* Part. II, p. 130, welke werken ik echter niet heb kunnen raadplegen.

†) Zie SANDIFORT, *Museum Anatomicum Lugduno-Batavum.* Tom. III. p. 31.

eivormige ligchamen voor, die met het stompere, min of meer afgeplatte einde tegen elkander aangedrukt zijn. De hom met eene grootste lengte van 2.8 Cm. en eene grootste breedte of dikte van 1.5 Cm. ligt voor en een weinig naar links, de kuit met eene grootste lengte van 4 Cm. en eene grootste breedte of dikte van 2.3 Cm. ligt achter en een weinig naar regts. Gezamenlijk vullen zij het grootste gedeelte der buikholte op en laten naar voren en beneden eene geringere ruimte over voor het darmkanaal (*c*) en de zeer goed herkenbare lever. Boven hom en kuit liggen de nieren, die als gewoonlijk tegen de wervelkolom zijn aangedrukt. Beneden worden de geslachtsdeelen begrensd door den regten darm (*d*).

De eijeren in het ovarium zijn zeer goed kenbaar, zelfs met het bloote oog, van spermatozoïden daarentegen vinden wij in 't orgaan, 'tgeen als testis beschreven werd, niets, zoodat er gegronde twijfel kon geopperd worden of wij hier werkelijk met een testis te doen hebben. Men moet echter bedenken, dat het praeparaat meer dan 50 jaar op spiritus heeft gestaan en er dus al zeer weinig kans bestond, het karakteristieke element van het zaad terug te vinden. Doch bovendien is het uitwendige voorkomen zoo geheel en al dat van gewone hom, dat eene vergissing niet wel mogelijk is. Het eenige orgaan, waarmede die vergissing zou hebben kunnen plaats vinden is de lever, doch de kleur dezer laatste klier is ligt bruin, terwijl de hom een roomwit voorkomen heeft, eigenschappen, die aan ons preparaat nog duidelijk waren op te merken.

Aan de buikzijde van het dier worden drie openingen aangetroffen, een voor den regter darm, die vóór ligt, daarop de monding van den oviductus en het meest naar achteren de opening der urethra. Hoe het zaad zich naar buiten heeft moeten ontlasten, liet zich aan ons praeparaat tot ons leedwezen niet meer aantoonen, daar de dieper ge-

legen organen der buikholte in verweekten toestand verkeerden en dus van het vermoedelijke vas deferens niets meer viel te ontdekken. Het is echter waarschijnlijk, dat dit aanwezig is geweest en dat het zich in de pisbuis ontlast heeft.

Wij eindigen hiermede de korte beschrijving van onzen baars, die uit den aard der zaak onvolledig moest uitvallen. Doch ofschoon het onwraakbare bewijs ontbreekt, houden wij en met ons allen die het preparaat onbevooroordeeld onderzochten, den visch voor een echten hermaphrodiet.

Een vierde voorbeeld van tweeslachtigheid in de classe der visschen wordt ons medegedeeld door J. H. STARCK *), die ons verhaalt hoe te Koningsberg bij gelegenheid van een maaltijd, die door den Rector HOYNOW gegeven werd, een Melanurus †) op tafel kwam, die aan de eene zijde hommer, aan de andere zijde kuiter was.

Eindelijk vermelden wij nog dat het eenzijdige hermaphroditismus volgens de uitspraak van PALLAS §) werd gezien bij den Steur (met name Acipenser huso), van RÉAUMUR **) bij den snoek (Esox lucius) en van MARCHANT ††) bij de Wijting (Gadus merlangus) §§).

---

*) *Observatio* CIX. *De Pisce hermaphrodita* in *Ephem. Acad. Caes. Leopold.* Dec. III. Ann. VII et VIII. p. 190. Uitgegeven in 1702.

†) Welke visch hier bedoeld wordt is mij niet duidelijk. Wel bestaat er een geslacht Melanura AGASS. van de Familie der Erythrinoïden, doch dat behoort te huis in de zoete wateren van Noord-Amerika en kan natuurlijk niet het hier bedoelde zijn. Waarschijnlijk zullen de vischkenners te Koningsberg ons op den weg kunnen helpen, welken naam die Melanurus (zwartstaart) thans in de wetenschap draagt.

§) *Voyages par plusieurs provinces de l'Empire de Russie.* Paris. An 11. Tom. III. p. 448.

**) *Mémoires de l'Acad. d. Sc.* 1737. p. 51.

††) Ibidem.

§§) De opgave van SIMPSON, te vinden in TODD's *Cyclopaedia*, Art.

Bij onze twijfelachtige kennis over het voorkomen van werkelijke hermaphrodieten (d. i. van wezens, waarin en testis en ovarium voorhanden zijn) bij de hoogere dieren, zijn wij stellig door het onderzoek van DUFOSSÉ een belangrijke schrede voorwaarts gegaan. Bij de zoogdieren, de vogels, de reptilien moge het ware hermaphroditismus nog steeds eene onbewezene zaak zijn, onder de visschen stellen tegenwoordig de Serrani der Middellandsche Zee normale hermaphrodieten voor, terwijl aan den anderen kant de Gadus morrhua en merlangus, Cyprinus carpio, Perca fluviatilis, Melanurus, Acipenser huso en Esox lucius een bij uitzondering voorkomende tweeslachtigheid vertoonen. Waarschijnlijk is het, dat in de literatuur meer gevallen van abnormaal hermaphroditismus beschreven zijn, dan wij hier boven opgaven, waarschijnlijk zullen latere onderzoekingen, nu het feit eenmaal geconstateerd is, andere visschen aan het licht brengen, waarbij het insgelijks voorkomt en te wenschen is het dan, dat het onderzoek volledíger kan geschieden, dan tot dusverre mogelijk was.

Nu echter reeds mogen wij op een bepaald verschil tusschen het normaal en abnormaal hermaphroditismus in de classe der visschen wijzen. Het is namelijk uit de onderzoekingen van DUFOSSÉ gebleken, dat de eijerstok bij de Serrani geregeld een dubbel orgaan voorstelt en dat aan weerszijden op regelmatige wijze eene testis voorkomt. Met andere woorden en om onze bedoeling beter uit te drukken, men kan de voortplantingsorganen door een sagittaalvlak in eene regter en eene linker helft deelen en wij zullen bemerken, dat er volkomene symmetrie der geslachtsdeelen heerscht. De testis bij de Serrani is bovendien, gelijk

---

Hermaphroditismus, als zoude ook Salmo tweeslachtig voorkomen, is onjuist.

hierboven vermeld werd, een orgaan 'twelk tusschen de rokken van den eijerstok ligt opgesloten, en in de derde plaats mogen wij vermoeden, dat hier de primitieve kiemklier, die gewoonlijk of testis of ovarium wordt, zich aan beide zijden centraal omzet in ovarium, oppervlakkig in testis, dus tot beide ontwikkelt.

Geheel anders verhoudt zich de zaak bij het abnormaal hermaphroditismus. De symmetrie is hier verbroken. Ovarium en testis zijn zoodanig geplaatst, dat een sagittaalvlak door het dier gelegd de regterzijde der voortplantingsorganen geheel anders doet uitvallen dan de linker. Of het hermaphroditisme is eenzijdig, gelijk bij den karper, of men vindt aan de eene zijde de eijerstok, aan de andere de hom (kabeljaauw, Melanurus), of wanneer de voortplantingsorganen gelijk bij onzen baars vòòr elkander geplaatst zijn, dan geschiedt zulks toch zoo, dat het eene orgaan meer regts, het andere meer links ligt. De verhouding tusschen hom en kuit is bij het abnormaal hermaphroditisme ook eene geheel andere dan bij de Serrani; terwijl toch bij deze laatste de testis zich ontwikkelt tusschen de rokken van het ovarium, zien wij in de abnormale formatie elk orgaan voor zich ontwikkeld. Alleen bij den karper zag ECKER in één geval behalve eene groote hom eenige kleine hommetjes in het stroma van het ovarium, waarbij dus de mogelijkheid bestaat, dat een gering gedeelte, even als bij de Serrani, tusschen de rokken van den eijerstok genesteld was. In de derde plaats schijnt de ontwikkeling van het abnormale hermaphroditisme anders te geschieden, dan van het normale. Het is toch meer dan waarschijnlijk, dat bij het abnormale de oorspronkelijk dubbele kiemklier zich zoodanig omzet, dat de eene helft hom, de andere helft kuit (hoogstens hom en kuit zoo als bij den karper) wordt, terwijl wij bij de Serrani het vermoeden uitspraken, dat de regter en linker kiemklier

elk voor zich aanleiding gaven tot het ontstaan van het normale hermaphroditismus.

Uit het verhandelde mogen zij, naar het ons voorkomt, het volgende besluit trekken:

1°. Er bestaat naast het normale hermaphroditismus, gelijk dat voorkomt bij de zeebaarzen der Middellandsche Zee, een abnormaal hermaphroditisme, 'tgeen tot dusverre werd aangetroffen bij den karper, kabeljaauw, baars, Melanurus, steur, snoek en wijting.

2°. Deze twee soorten van waar hermaphroditismus verschillen echter in zooverre, als

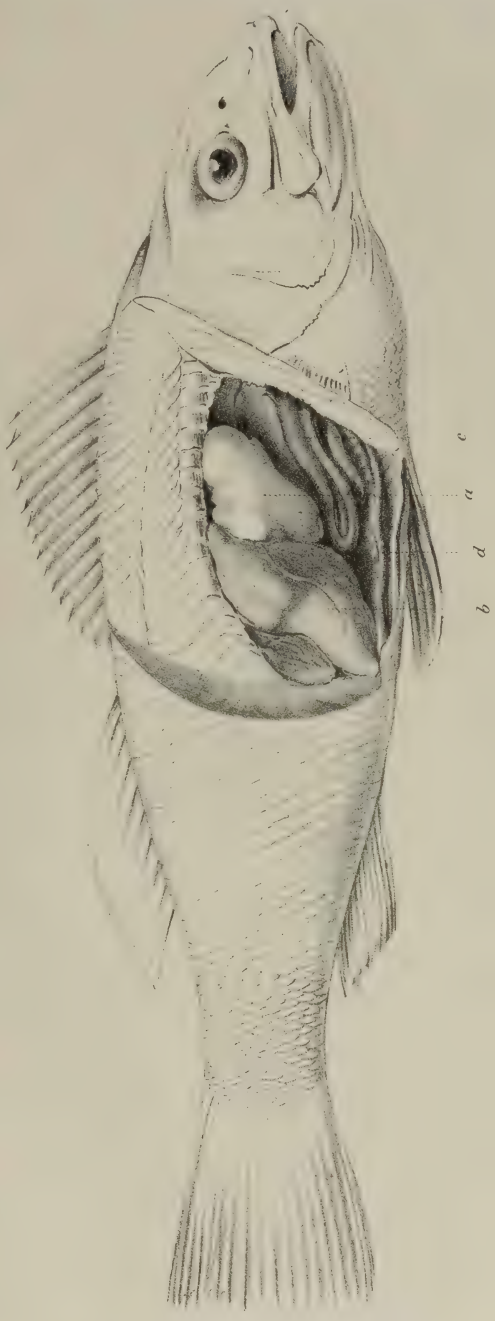
a) het normale symmetrisch en tweezijdig is, bij hetzelve de hom zich ontwikkelt tusschen de rokken van de kuit en elke helft van de primitieve dubbele kiemklier zich omzet tot beide organen,

b) het abnormale asymmetrisch en hoogstens eenzijdig is, bij hetzelve hom en kuit afzonderlijke ligchamen vormen en beide helften der primitieve dubbele kiemklier zich regts en links nimmer ontwikkelen tot hom en kuit tegelijk.

VERKLARING DER PLAAT.

Afbeelding van een hermaphrodieten baars uit de Brugmansche verzameling van het Anatomische kabinet te Leiden. De visch is aan de regterzijde geopend en tot op $\frac{2}{3}$ lineair verkleind voorgesteld.

a. Hom, *b*. kuit, *c*. darmkanaal, *d*. regte darm. De lever ligt verborgen deels achter de ingewanden, deels achter den nog voorhanden buikwand en is dus niet te zien in de teekening.



T. Hoorberg fec

A J Wendel lith

MEDEDEELING

AANGAANDE EEN BLOEIJENDEN

PANDANUS SPURIUS RUMPH. ♀

UIT DEN

KRUIDTUIN TE AMSTERDAM.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Tusschen de jaren 1843 en 1845 ontving de Amsterdamsche Kruidtuin van den Heer TEIJSMAN, Hortulanus aan 's Lands plantentuin te Buitenzorg (Java), een Pandanus onder den naam van *Marquartia globosa* HASSK. Mijn voorganger, Prof. MIQUEL, beschreef deze plant in zijne *Analecta bot. indica* (II. p. 15. Amst., 1851) en later ook in zijne *Flora van Nederl. Indië* (III. p. 157. Amst., 1855) onder den titel van *Pandanus spurius* RUMPH., daar het hem nl. was voorgekomen — en zoo ik meen te regt — dat de redenen, die HASSKARL hadden aangespoord om laatstgenoemde soort van 't geslacht *Pandanus* af te scheiden en tot een eigen geslacht te verheffen, den toets eener grondige kritiek niet konden weêrstaan.

Gedurende een tijdvak van 20 jaar (van 1843—1863) groeide ons exemplaar van *P. spurius* ongehinderd voort,

zonder evenwel ooit te bloeijen. In December 1862 echter scheen er eene verandering in 't leven der plant zich te zullen openbaren, daar er in haar midden (haar hart) meer zwelling te bespeuren was dan anders bij de ontwikkeling van een nieuwen bladerkegel plagt gezien te worden; en inderdaad, eenige weken later was het niet meer twijfelachtig, dat zij eene vrouwelijke bloemkolf had voortgebragt.

Daar de eenige plaat, welke van de vrouwelijke bloemkolf van *P. spurius* bestaat, die is van RUMPHIUS (*Herb. Amboin.* IV. Tab. 75), en deze niet alleen te wenschen overlaat, maar zelfs slecht genoemd kan worden, zoo besloot ik, de gelegenheid, die mij werd aangeboden om van die kolf eene betere afbeelding te doen vervaardigen, niet ongebruikt te laten voorbijgaan, en droeg ik den Heer MIECHIELSEN te Rotterdam op, mij in dit opzigt behulpzaam te zijn. Ik ben dan ook thans in het bezit van 3 platen, waarvan de eerste de naar de natuur gekleurde vrouwelijke bloemkolf van *P. spurius*, de tweede — eveneens gekleurde — een gedeelte van een volwassen blad van dezelfde plant voorstelt, van voren en van achteren gezien, terwijl eindelijk op de derde de folia floralia of spathae, welke den bloemstengel bedekten, in omtrek zijn afgebeeld. Ik hoop deze platen weldra elders het licht te doen zien.

Daar in de beschrijving, welke de Hr. MIQUEL van het exemplaar van *P. spurius* uit den Amsterd. Kruidtuin in zijne *Analecta bot. indica* gaf, alleen van de bladen, en dan nog wel op zeer beknopte wijze, gesproken werd — wat niet te verwonderen was, omdat de S. vooreerst over vruchtdragende gedroogde specimina van Buitenzorg te beschikken had, en het bovenbedoelde exemplaar, als nog te jong, weinig meer te beschrijven aanbood — zoo acht ik het niet ongepast, thans bij die plant iets langer te verwijlen, en al wat zij mij belangrijks aanbood hier te vermelden.

Het exemplaar dan van *P. spurius*, 't welk onlangs in onzen kruidtuin eene vrouwelijke bloemkolf voortbragt, heeft een stam van 62 centim. hoog en 6 à 7 centim. middellijn. Op eene hoogte van 48 centim. boven den grond komt uit dien stam een tak voort van 8 centim. lang en 5 centim. middellijn. Beiden, stam en tak, dragen eene fraaije bladerkroon. De beide bladerkroonen verschillen niet van elkander, noch in vlucht, noch in talrijkheid of wasdom der bladen. Zoo als gewoonlijk, vindt men aan de oppervlakte van stam en tak beiden talrijke, op- en neêrgebogene, likteekenen van afgevallen bladen, knoppen van niet tot ontwikkeling gekomen luchtwortels, en — in den oksel van ieder likteeken — een zeer kleinen onontwikkelden bladknop. Naar onder draagt de stam 3 à 4 kransen van 12—14 centim. lange luchtwortels, die allen tot in den grond nêerhangen en waarvan de buitenste dikker zijn dan de binnenste.

De bladen, in drie regts gewonden spiralen aan den top des stams gezeten, zijn 1.20 m. lang en 6 centim. breed, en komen met de reeds door den Hr. MIQUEL gegeven — naar levende en gedroogde exemplaren ontworpen — beschrijving zoo naauwkeurig overeen, dat ik daaraan niets verder heb toe te voegen.

De éénige bloemkolf, die aan het uiteinde des stams werd voortgebragt, en p.m. twee maanden aan de plant bevestigd geweest was, toen ik haar afsneed (6 Feb.), heeft een stomp driekanten steel van 2 decim., gehuld in een twaalftal folia floralia of bloemscheeden, waarvan de onderste bijna geheel met gewone stengelbladen overeenkomen en alleen korter zijn, de hoogere daarentegen zich door een teerder weefsel, eene bleekere kleur en een ongewonen vorm onderscheiden. De hoogere bloemscheeden zijn veel digter op elkaâr gedrongen dan de lagere, zoo zelfs, dat er tusschen de beide allerhoogste niet meer

ruimte dan van 2 millim. overblijft. De lengte en breedte der hoogste 9 spathae zijn in onderstaande tabel opgeteekend.

N°. 1	(hoogste sp.)	lang	13	centim.	breed	2 centim.
2		"	16	—	"	3 —
3		"	19	—	"	32 millim.
4		"	24	—	"	4 centim.
5		"	25	—	"	$4\frac{1}{2}$ —
6		"	27	—	"	5 —
7		"	32	—	"	$5\frac{1}{2}$ —
8		"	46	—	"	$5\frac{1}{2}$ —
9		"	54	—	"	6 —

Alle spathae loopen naar haar top plotseling in eene zeer smalle, naar boven toegevouwen en daardoor kielvormige punt uit. Van onder naar boven neemt de lengte van dat smalle gedeelte snel en sterk af, zoodat de hoogste spatha daarvan nog slechts een spoor vertoont. Ook dient te worden vermeld, dat de lagere spathae eene langwerpig-lancetvormige, de hoogere meer eene zuiver langwerpige gedaante (de snavelvormige top niet medegerekend) vertoonen. De voorste helft van alle spathae is langs de randen en aan de achterzijde langs de hoofdnerf met fijne roode, naar voren gerigte, stekeltjes bezet.

De dikte van den bleekgelen bloemsteel neemt van onder naar boven toe, en bedraagt aan de beide uiteinden 2 en $3\frac{1}{2}$, en daartusschen $2\frac{1}{2}$ en 3 centim.

De bloemkolf zelve is 6 centim. lang bij 5 centim. in middellijn, en geheel met helder groene, tot zoogenaamde phalanges vereenigde, stampers overdekt. De secundaire spiralen, waarin deze phalanges geplaatst zijn, zijn zeer onduidelijk, en de hoek van divergentie is daardoor niet te bepalen. De phalanges zijn aan den voet der kolf meer

ontwikkeld en donkerder van kleur dan hooger; voor het overige zeer verschillend van vorm en uitgebreidheid, maar, over 't algemeen, tot den pyramidalen vorm terug te brengen. Het aantal onderdeelen van iedere phalanx wisselt af tusschen 2 en 7; en aan den stand der stempels, zie hieronder, is het duidelijk te zien, dat ook hare groepering geenszins overal dezelfde is.

Elke phalanx bestaat uit twee — vooral in jeugdigen toestand zeer duidelijk van elkaâr gescheiden helften, eene onder- en bovenhelft, waarvan gene onverdeeld is en den vorm heeft eener omgekeerde 2—7-zijdige pyramide, deze daarentegen uit 2—7 vrije onderdeelen bestaat, die elk in gedaante met eene regtstaande, meest vierzijdige, pyramide overeenkomen. Er is geen twijfel aan, dat de onderhelft van iedere phalanx als een eijerstok, de pyramidevormige verhevenheden der bovenhelft als stijlen beschouwd moeten worden — stijlen, die ieder in een vleeschkleurigen, fluweelachtigen, op de zuignap eens bloedzuigers gelijkenden stempel eindigen.

De (5 millim. lange) stijlen van iedere phalanx zijn elkander in jeugdigen toestand zeer sterk genaderd; later wijken zij uit elkaâr, en eindelijk nemen zij een opgerigten of zelfs eenigzins divergerenden stand aan. De stijlen worden, naar mate de eijerstok, waarop zij gezeten zijn, in uitgebreidheid toeneemt, korter en korter, en verdwijnen eindelijk bijna geheel, zoodat hunne vroegere aanwezigheid nog slechts door zeer oppervlakkige verhevenheden verraden wordt, wier bruinachtige top ons de verdorde stempels te aanschouwen geeft.

Dwarse doorsneden, op verschillende hoogten aan een paar der grootste ovaria ontleend, vertoonen niets dan eene vleezige massa. Ook met de loupe zijn daarin noch hokjes noch eitjes te zien. Eerst onder het mikroskoop wordt het mogelijk, de eersten te ontdekken; zij zijn echter — hoewel even talrijk als de stempels — zeer sterk zaamgevallen, en, voor zoover ik mij daarvan overtuigen kan, ledig.

Ten einde te doen uitkomen, welke vorderingen de groei der bladen van ons exemplaar van *P. spurius* sedert 1843 maakte, en welke groote overeenstemming dat exemplaar, zoo als het zich thans voordoet, heeft met de gedroogde Javaansche voorwerpen, door den Hr. MIQUEL onderzocht, laat ik hieronder eene vergelijkende tabel volgen van de afmetingen van verschillende organen, zoo als die door laatstgenoemden Schrijver en door mij zelven gevonden werden.

Lengte der bladen van den P. spurius uit den Amsterdamschen kruidtuin. in 1851 .... 0.487 — 0.650 meters (MIQUEL).
in 1863 .... 1.20 " (OUDEMANS)

Organen.	Javaansche gedroogde exempl.	Exempl. uit den Amsterdamschen Hortus.
	meters	meters
Hoogte van den stam . . .	?	0.62
Dikte " " " . . .	?	0.07
Lengte der bladen	0.81—0.98	1.20
Breedte " "	0.04—0.08	0.06
Lengte van den bloemsteel.	0.21—0.27	0.16
Dikte " " "	0.013	0.02—0.035
Lengte der hoogste spathae	0.110—0.160	0.130—0.160
Breedte " " "	?	0.020—0.030
Lengte der bloeikolf . . .	?	0.060
Middellijn " " . . .	0.040—0.080	0.050
Lengte der ovaria	0.011—0.016	?
Lengte der stijlen	?	0.005

Men ziet uit deze getallen, dat het verschil in afmetingen van de voornaamste organen der Javaansche (gedroogde) exemplaren, zoo als die door den Heer MIQUEL, en van het levend exemplaar, zoo als het door mij werd waargenomen, al zeer gering is; eene bijzonderheid, waaruit schijnt te blijken, dat wij beiden volwassen exemplaren onderzochten. *Onze* bladen waren een paar palm langer, zonder twijfel omdat zij tot de allerbuitenste der spiraal behoorden; voor de gemiddelde breedte dier organen vonden wij echter beiden hetzelfde getal. Het verschil in lengte der bloemstelen kan daaruit verklaard worden, dat de eene steel iets dieper werd uitgesneden dan de andere. Dat de gedroogde bloemsteel minder dik was dan de versche, kan ons, met het oog op de vleezigheid van dat orgaan, niet verwonderen.

Zoo als ik reeds vroeger mededeelde, deed ik de bloemkolf afsnijden terwijl zij nog volkomen groen was, d. i. dus vóórdat zij haar vollen wasdom bereikt had. Met het oog hierop, kan het ons niet bevreemden, dat hare grootste middellijn niet meer dan 6 centim. bedroeg. Het is meer dan waarschijnlijk, dat zij, bijaldien hare ontwikkeling niet gestoord ware geworden, tot denzelfden omvang als de rijpe Javaansche exemplaren ware uitgedijd.

Evenmin als er, afgaande op de zeer oppervlakkige gegevens van HASSKARL (*Regensb. Flora*, 1842. *Beibl.* II. 14; *Catal. Horti Bogor.* p. 61), aanleiding kan bestaan om *P. spurius* tot een nieuw geslacht — *Marquartia* — te verheffen, evenmin kan er sprake van wezen om de genoemde soort te rangschikken onder de geslachten *Doornia* of *Rykia*, nog niet lang geleden door DE VRIESE opgesteld (*Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akad. v. Wetensch.*, 1854; *Tuinbouw-Flora*, I. p. 161). *Doornia* toch heeft zamengestelde (vertakte) vrouwelijke bloemkolven, terwijl bij *P. spurius* altijd eene onvertakte kolf aan den top van

den bloemsteel gevonden wordt, en bij *Rykia* vindt men de ovaria allen op zich zelven staande en niet tot phalanges vergroeid, terwijl bij *onze* soort wel degelijk van die phalanges worden aangetroffen.

Meer heb ik aangaande onze plant niet mede te deelen, en ik besluit dus met het geven van hare beschrijving in de Latijnsche taal, overtuigd, dat het voor toekomstige Monographen van de familie der Pandaneeën zijn nut kan hebben, meer dan ééne of een paar waarnemingen aangaande de onderwerpelijke, tot heden in de Europesche kruidtuinen zeer schaars voorkomende, soort te kunnen raadplegen.

Pandanus spurius RUMPH. (Marquartia globosa HASSK. l. c.; Hasskarlia globosa Walp. Ann. bot. Syst. I. 753).

Caudex 62 centim. altus, 6—7 centim. crassis, basi radicibus aëreis teretibus digitum et infra crassus, 12—14 centim. longis, verticilla 3—4 approximata formantibus, verticalibus suffultus, erectus, ad altitudinem 48 centim. ramum emittens longitudine 8 centim. diametro vero 5 centim. adaequantem, e foliorum delapsorum cicatricibus horizontalibus sinuatis angustis dense transverse striatus, verrucis brevibus transverse subseriatis pro radicibus aereis inevolutis habendis tectus, praeterea gemmae abortivae cicatrice parvula, supra quamvis cicatricem folii notatus. *Rami* superficies illi caudicis similis. *Folia* in spiras 3 dextrorsas dense disposita, plus quam semiamplexicaulia, erecto-patula, e latiore basi longe-lanceolato-linearia, paginâ superiore glaucescentia, paginâ inferiore glauca, pulchre striata (striis nempe pallidis cum obscurioribus alternantibus), 1.20 metr. longa, supra basin ad medium 6 centim. lata, in acumen tenue acute-trigonum desinentia, antice, lateribus convergentibus, canaliculata, dorso acute carinata, in marginibus carinâque aculeis rubellis suberectis vel fuscis antrorsum directis, $1\frac{1}{2}$—2 millim. longis, 5 millim. vulgo distantibus, apicem

versus densioribus et minoribus instructa, carinâ inde a basi ad $\frac{1}{4}$—$\frac{3}{4}$ altitudinis inermi, superne aculeatâ.

Inflorescentia feminea terminalis, simplex, *pedunculo* 16 centim. longo, obtuse trigono, basi 2 apice $3\frac{1}{2}$ centim. crasso, pallidissime stramineo, foliis brevioribus suffulto et variis *spathis* apicem pedunculi versus confertioribus imbricatis tecto. *Spathae inferiores* magis foliaceae, neque formâ a foliis caulinis descis centes, 32—54 centim. longae, $5\frac{1}{2}$—6 centim. latae; *mediae* pallidiores imo lutescentes, magis membranaceae, oblongo-lanceolatae, in acumen mediocre attenuatae, 19—27 centim. longae, 32 millim. ad 5 decim. latae; *supremae* decoloratae, tenuissimae, hyalinae, oblongae, brevissime acuminatae, 13—16 centim. longae, 2—3 centim. latae. *Spadix* oblongo-globosus, sub anthesi 6 centim. longus, 5 centim. latus, laete viridis, ovariis numerosissimis, densissimis, spiraliter dispositis, 3^{nis}—7^{nis} in phalanges connatis, obtectus. *Phalangium pars dimidia inferior* obverse-pyramidalis, 3—7-angulata, angulis acutis, faciebus inaequalibus, interne obscure 3—7-locularis, loculis nempe valde compressis, non nisi microscopii ope detegendis, vacuis (?); *pars superior* pro aetate phalangium diversa: in junioribus nempe e rostris (stylis) 3—7 pyramidalibus conniventibus 5 millim. longis, in iis mediae aetatis e processubus erectis vel p. m. divergentibus $2\frac{1}{2}$ millim. longis formata; in adultioribus applanato-pyramidalis, subtruncata, ex areis quasi polyedricis, lateribus suis contiguis, p. m. elevatis composita. *Stigma* in quovis stylo unicum (in phalangium apice 3na ad 7na), terminale, semilunare, medio magis elevatum, versus latera humilius, pallide carneum, deinde fusco colore tinctum.

Floruit specimen in Horto Botanico Amstelaedamensi hyeme a^i 1862—63, postquam par 20 annos sterile in caldario steterit. A Horto Bot. Bogoriensi nempe in nostrum hortum inter a. 1843 et 1845 introductum fuit.

OPMERKINGEN

OVER EENIGE

PLANTAARDIGE GENEESMIDDELEN UIT JAVA,

DOOR

H. C. VAN HALL.

I.

Voor eenigen tijd had ik het genoegen van eenen voormaligen leerling der Hoogeschool te Groningen, Dr. J. EINTHOVEN te Samarang, eene belangrijke verzameling geneesmiddelen uit het plantenrijk, op Java in gebruik, afgezonden 10 Januarij 1862, te ontvangen met onderscheidene aanteekeningen hierover, uit berigten van inlandsche *doekoens* (geneesheeren) hem medegedeeld door den Heer H. R. GOETHART te Samarang. De netheid en duidelijkheid dezer verzameling gaven mij aanleiding tot de hieronder volgende opmerkingen, waarbij ik echter niet *alle* de mij gezondene plantaardige geneesmiddelen tot onderwerp heb gekozen, daar ik meende enkele al te bekende te moeten overslaan, als ook eenige, waaromtrent nog het een en ander over de herkomst of den juisten naam dezer gewassen mij nog duister was en ik dit dus liever tot een nader, naauwkeurig onderzoek wilde besparen.

De welwillende zenders dezer belangrijke verzameling

ontvangen mijnen dank voor de gelegenheid, waarin zij mij tot dit onderzoek gesteld hebben. Nadere opgaven en bijvoegselen zullen mij steeds aangenaam zijn, ook als ik wellig het een en ander mogt hebben opgegeven, dat tot eene teregtwijzing van hunne zijde aanleiding mogt hebben gegegeven, opdat zoo door medewerking van praktische waarnemingen op de plaats zelve en de nadere beschouwing dezer zaken hier, uit een wetenschappelijk oogpunt, de zoo belangrijke en voor de Europeesche geneesmiddelleer meer en meer gewigtige kennis der Javaansche geneesmiddelen, waaronder die uit het plantenrijk verreweg de eerste plaats innemen, meer en meer tot volledigheid kome!

Ik zal, ongeveer naar de orde der natuurlijke planten-familiën volgens DECANDOLLE, thans een gedeelte der mij gezondene planten nagaan, daarbij ook gebruik makende van enkele daaromtrent in het licht gegevene stukken, inzonderheid die van de Heeren C. NORTIER AZN. en H. KLOETE NORTIER, geplaatst in het *Tijdschrift voor wetenschappelijke Pharmacie* 1860, bl. 1—16 en 1861, bl. 1—6.

ANONACEAE. Uit deze familie is mij toegezonden:

N°. 99*). *Minjak Kananga* of *Kananga-olie*, zijnde *Kananga* de Maleische naam van *Cananga odorata* HOOK. en MIQUEL, *Flora van Ned. Ind.*, I. 2. bl. 40; *Unona odorata* DUN. en DC. *prodr.* I, p. 90, dat is *Uvaria odorata* LAMARCK en BLUME, *Fl. Javae. Anonaceae*, p. 29—31, tab. IX en XIV B.

Onder den naam *minjak* wordt steeds eene vette olie of *balsem* verstaan. De kanangaboom wordt, volgens RUMPH., *Amb.*, II. p. 196, en BLUME, op Java en andere Oost-Indische eilanden en in vele streken van het vaste land van Azië veel in de tuinen en bij de huizen aangekweekt wegens de aangename geur der bloemen, die ook bij kleederen ge-

*) De inlandsche namen en daarbij behoorende nommers zijn die, onder welke ik de voorwerpen ontvangen heb.

legd of in het haar der vrouwen gestoken worden, daar deze bloemen, volgens RUMPH, drie dagen lang haar aangename geur behouden.

Deze olie wordt gebruikt tot bereiding eener zalf, waarmede men het ligchaam der koortslijders inwrijft. — *Kallak* of *Kananga aroy* is, volgens HASSKARL, *Aanteekeningen over het nut door de bewoners van Java aan eenige planten van dat eiland toegeschreven*, Amsterdam 1845, bl. 61, de *Artabotrys intermedius* HASSK., waartoe de Heeren NORTIER t. a. pl. 1861, bl. 5—6, ook deze *Minjak kenangan* (of *kanangan*; want de klinkers worden in het Maleisch vaak verwisseld) brengen; hetgeen mij echter minder aannemelijk voorkomt en strijdig met de berigten van RUMPH en BLUME t. a. pl. Onder de *Anonaceae* zijn overigens in de geslachten *Uvaria* en *Artabotrys* nog verscheidene andere boomen met geurige bloemen.

MENISPERMACEAE.

69. *Poetra Walie.* Volgens RUMPH, *Amb.*, V, p. 82, noemen de Javanen het *Putra Waly* en *Bratta Waly*. Het is *Cocculus crispus* DC. Pr. I, p. 97; — *C. verrucosus* WALLICH. *Tinospora crispa*, MIERS, MIQ. t. a. pl. I. 2. bl. 77—78.

Het wrattige op de steng, dat bij RUMPHIUS, Tab. 44, fig. 1, al te regelmatig is afgebeeld, is in onze exemplaren zeer in het oogvallend. Volgens RUMPH t. a. pl. is het sap van de steng uitermate bitter, waarom het door geen dier wordt aangeraakt. In de geneeskunde wordt het op Bali tegen buikpijn, koorts en geelzucht gebezigd. Waarschijnlijk is dit hetzelfde als de *Stipites Menispermi poerdoppo Wali* of *Andiwali* van F. A. C. WAITZ, *Praktische waarnemingen over eenige Javaansche geneesmiddelen*, Amsterdam, 1829 bl. 25—26 en 55, welke WAITZ tot eene hem onbekende soort van *Menispermum* brengt en in kracht met *Trifolium fibrinum* (*Menyanthes trifoliata*) vergelijkt. De Heeren NORTIER (1861, bl. 4) brengen de *poetrawalie*, onder den naam

van *Stipites Anamirtae* tot de *Anamirta Cocculus*, of de steng der gewone kokkelzaden, welke echter niet zulk een wrattige steng en een anderen Maleischen naam heeft.

Volgens onzen berigtgever, die de plant met regt tot *Cocculus crispus* brengt, worden deze *stipites* op Java gebruikt door vrouwen bij dysmennorhaea, en vooral ook bij tusschenpoozende koortsen, als ook bij de vischvangst; waarbij, zoo als men weet, ook de kokkelzaden, uit dezelfde natuurlijke familie afkomstig, ter bedwelming der visschen wel gebruikt worden.

Flacourtiaceae. Trib. Pangieae. (Pangieae blume).

2 en 13. *Poetjing* (de bast, 2) — *Kloewak* (de zaden, 13).

Pangi in het Maleisch, *Poetjoeng* in het Javaansch; *Pangium edule* reinw., miq. t. a. pl. I. 2. bl. 109.

Ic. Rumphia IV, tab. 178; rumph., *Amb.*, II. p. 182, tab. 59.

Volgens blume, *Rumphia*, IV. p. 19, hebben de schors, de bladen, de vruchten en het zaad van alle *Pangieae* zeer scherpe narkotische eigenschappen, waardoor de hersenzenuwen vooral aangedaan worden. Door weeking van schors en bladen worden deze eigenschappen aan het water medegedeeld en de visschen hierdoor bedwelmd. Door deze eigenschappen, welke aan de *Flacourtiaceae* en aanverwante familiën geenzins eigen zijn, en door de aanwezigheid van *squamae hypogynae*, die aan de bloembladen zijn tegenovergesteld, wordt deze geleerde versterkt in zijne opvatting van de *Pangieae* als eene afzonderlijke natuurlijke familie.

Het zaad, in water geweekt en geroosterd, geeft een onschadelijk en overvloedig voedsel. Dit geldt bepaaldelijk van *Pangium edule*, waarvan het zaad raauw zeer schadelijk is en duizeligheid en zenuwachtige aandoeningen te weeg brengt; inzonderheid het rondom de zaden gelegen moes en het vleesch der versche vrucht, die doodelijk zijn kan.

De voor visschen doodelijke werking, welke RUMPHIUS vermeldt, werd ook door den Hoogl. BLUME waargenomen, als ook de werking der fijngestooten bladen tot het dooden van insekten en het genezen van sommige herpetische kwalen. Schors en bladen hebben eene wormdrijvende kracht, waaromtrent men echter bij inwendig gebruik voorzigtig zijn moet. Uit de gedroogde zaden wordt door persing of uitkooking eene vette olie gewonnen, die tot bereiding van spijzen en als lampolie dient, hoewel zij een zeer scherpen rook verspreidt.

Deze berigten en die van HASSKARL, t. a. pl. bl. 101, die de plant met den Sundaschen naam *pitjoeng* noemt, worden bevestigd door die, nu uit Samarang ontvangen, in welke gemeld wordt, dat men deze groote zaden op alle *passars* (markten) te koop vindt aangeboden en dat zij voor den Javaan bijna eene levensbehoefte zijn. Voor zij gegeten kunnen worden, worden ze langen tijd in het water geweekt of onder warme asch gelegd. Hebben ze deze bewerking niet ondergaan, dan worden ze voor zeer vergiftig gehouden en doen vooral de hersenen sterk aan. Onbereid worden zij ook wel, even als de bast, bij de vischvangst gebezigd; de bast (*koelit*) wordt als wormmiddel aangewend, doch niet veel, wegens zijne narkotische eigenschappen. — De uit de zaden geperste roode lampolie kan, volgens HASSK. t. a. pl., niet gegeten worden. Ook op Sumatra wordt deze olie, *minjak samaun* aldaar geheeten, alleen voor de lampen gebruikt, volgens MIQUEL, *Flora N. I. Sumatra* bl. 89.

BUTTNERIACEAE.

22 en 42. *Djatti blanda* of *Djattie hollanda* NORTIER 1860, bl. 12. — *Guazuma tomentosa* HUMB. DC. Pr. I p. 485. MIQ., I. 2. p. 485.

Zoo als de naam *djatti hollanda* ook aanduidt, is zij oorspronkelijk door Nederlanders ingevoerd en wel uit Zuid-Amerika. Het is een op Java algemeen en veelvuldig aan-

geplante boom. Een afkooksel van den bast (*koelit* 22) wordt door de inlanders bij syphilitischen uitslag somtijds gebruikt; alsmede tegen *herpes* en *lepra*. Zoo ook de wortel (*akkar djatti blanda* 42).

AURANTIACEAE.

19. *Madja*. *Aegle marmelos* CORR. DC. pr. I, p. 538; MIQ., I. 2. p. 526.

Afb. RUMPH., *Amb.*, I. p. 127, tab. 81 (*Bilacus*; niet *Bilanus*); ROXB. Corom. II, tab. 143.

De beschrijving van de kleur dezer schors verschilt bij RUMPHIUS een weinig; maar ROXBURGH t. a. pl. noemt ze teregt aschkleurig.

De Javanen gebruiken den bast bij gestoorde spijsvertering; de bladen als wormmiddel voor de paarden. Het veelvuldig gebruik, zegt onze berigtgever, dat men van dezen boom in Engelsch Indië maakt tegen diarrhee, chronische dysenterie enz. is op Java geheel onbekend.

MELIACEAE.

39. *Tjakratjikri* of *Kakerakikera*, NORTIER 1860, bl. 15. *Melia Azedarach* L., MIQ., I. 2. bl. 533.

„ De soorten van het geslacht *Melia* zijn bitter, wormverdrijvend, in grootere giften vergiftig," MIQ., bl. 532.

Een aftreksel der bladen wordt bij tusschenpoozende koortsen gebruikt (Samarang). Ook schrijft men er wormdrijvende kracht aan toe. Volgens NORTIER t. a. pl. zijn het niet alleen de bladen (*dawon* of *daun*), die in gebruik zijn, maar ook de bast (*koelit*), welke laatste om zijne tonische eigenschappen wordt aangeprezen, vooral bij verzwakkenden doorloop, zonder neiging tot ontsteking. Het is deze bast, waarin PIDDINGTON (*Pharmac. Centralblatt* 1844, p. 365) een bitter smakend alkaloïde, *Azadirine*, als plaatsvervanger van kinine, heeft aangetoond. HORSFIELD (*Short Account of the medicinal Plants of Java*, in *Transactions of the Batavian Society*, Vol. VIII, Batavia 1816) noemt de

Melia Azedarach, volgens hem (p. 48) *Mindi* bij de Javanen genoemd en *Melia Azadirachta*, of de *Imbu*, onder de krachtigste *anthelmintica* van Java. De laatste is de *Azadirachta indica* van ADR. DE JUSSIEU en MIQ. t. a. pl. I. 2. p. 533, en volgens dezen *Mimbo* of *Kimbo* op Java geheeten; afgebeeld bij BURMAN, *Thes. Zeyl.* t. 15.

57. *Doekoe* (of *Langsep* MIQ.)

Lansium domesticum JACK; MIQ. I. 2. p. 545. RUMPH., *Amb.*, I. p. 151, tab. 54.

De welsmakende vrucht wordt op Java algemeen gegeten. De bittere zaden worden, 2 à 3 stuks, met water fijngewreven, tegen wormen en koorts aangewend.

6. *Soeren. Cedrela Toona* ROXB. *Corom.* III, tab. 238; MIQ., I. 2. p. 548. *Cedrela febrifuga* BLUME.

De bast met *djaai patsit* (gember?) vermengd in afkooksel bij koortsen, dysenterie en diarrhee. Zie verder RUMPHIUS, *Amb.*, II. p. 126, tab. 59; F. A. C. WAITZ, *Praktische waarnemingen over eenige Javaansche geneesmiddelen.* Amsterdam, 1829, in welk werk bl. 28—32 met hoogen lof van de geneeskrachtige eigenschappen van dezen bast gesproken en op bl. 56—57 de vorm, waarin men het kan voorschrijven, opgegeven wordt; eindelijk ook E. A. FORSTEN, *Diss. de Cedrela febrifuga.* L B., 1836.

Het hout van dezen boom is zacht en ligt en wordt voor kano's gebezigd. Voor bouwhout is het niet geschikt. Zie HASSKARL, t. a. pl. p. 111. Het heeft wel eenige overeenkomst met het West-Indisch zoogenaamd cederhout, afkomstig van *Cedrela odorata* L.

RHAMNACEAE.

21. *Bidara* (*Widoro* bij HORSFIELD). *Zizyphus Jujuba* LAM., MIQ., I. p. 644.

De schors van den wortel, met een weintg *putsiock*, *Pulaesari* en een gebraden ajuin gewreven en gedronken, geneest het pijnlijkste en bloedige pissen, RUMPHIUS, *Amb.*,

II. p. 118 (tab. 86). De vruchten worden gegeten. Zij zijn zoet en daarbij eenigzins wrang. Zie HASSKARL; NORTIER, 1860, bl. 13—14, welke laatste spreekt over het gebruik der bladen bij borstaandoeningen; terwijl de bast als tonisch middel, bij maagzwakte en ziekte der ingewanden zeer wordt aangeprezen. Volgens HORSFIELD, t. a. pl. p. 23, is zij niet krachtig van werking.

Onze berigtgever zond den bast (*koelit*) van den stam, niet van den wortel, en vermeldt zijn gebruik tegen dysenterie en in plaats van *Quassia;* ook dat de bast, tot poeder gebragt en met kokosolie vermengd, uitwendig bij jicht en rheumatisme gebruikt wordt en de bladen in verbinding met *poelassari* (zie later onder de *Apocynaceae*) tegen dysenterie; voorts dat de wortel mede voor geneeskrachtig gehouden en de vrucht gegeten wordt, zijnde aangenaam van smaak.

ANACARDIACEAE.

14. *Rengas* of *Mo-rhingas* of *Mhorungas.*

Gluta Benghas L. (de laatste naam waarschijnlijk door een schrijffout uit *Renghas* ontstaan); MIQ., I. 2. p. 624. *Stagmaria verniciflua* JACK.

Afb. BLUME, *Mus. bot.*, I. p. 182, fig. 39; RUMPH., *Amb.*, II. p. 259, tab. 86.

Groeit, volgens onze berigten, op het Moeriahgebergte in Japara. Het sap van dezen boom bezit in verschen toestand eene groote scherpte en veroorzaakt, op de huid gebragt, hevige ontsteking. De inlander durft dezen boom niet dan met een bedekt gezigt naderen, daar een kort vertoeven bij den boom genoegzaam is om het gelaat pijnlijk te doen opzwellen, welke zwelling ettelijke dagen aanhoudt. Het sap levert het genoeg bekend Chineesch vernis (waarover men ook zie RUMPHIUS t. a. pl.). De inlanders gebruiken den bast (*koelit*) bij onderdrukte menstruatie.

De naam *Runghas* of *Renghas* wordt, volgens BLUME, *Mus. bot.*, I. p. 187, ook gegeven aan *Semecarpus hetero-*

phylla BL., welke in de bosschen groeit op de bergen van Java, Sumatra enz., zoodat de herkomst van deze *Rengas* niet boven allen twijfel verheven is.

43. *Djamboe Monjet.*

Anacardium occidentale L. *β. indicum* DC. pr. II, p. 624; MIQ., I. 2. p. 624—625, uitmuntend afgebeeld bij GAERTNER, *de fruct.* I, tab. 40 fig. 2, minder bij RUMPH., *Amb.*, I. tab. 69. — Zij verschilt geheel van den door sommigen hiermede wel verwarden *Semecarpus Anacardium*, afgebeeld bij GAERTNER, t. a. pl. tab. 40, fig. 1. (*Anacardium officinale* GAERTNER).

Deze boom, welks *Amerikaansche* oorsprong onzeker is, schijnt thans vrij algemeen op Java voor te komen; volgens onzen berigtgever veel aan de hellingen der Moeriah van 2000 tot 3000 voeten hoogte. De vrucht (dat is de vleezige, zeer vergroote bloemsteel) wordt tegen maagpijn en onderbuiksaandoeningen gebruikt. De noot (dat is de eigentlijke vrucht) bevat tusschen hare twee schalen een zwart bijtend sap, waarvan de inlanders als blaartrekkend middel gebruik maken. Zie verder HASSKARL t. a. pl. bl. 33, en A. A. JORRITSMA, *Diss. de Anacardio.* Gron. 1850.

AMYRIDACEAE.

83. *Kanarie.*

Canarium commune L.; RUMPH., *Amb.*, II. tab. 47; BLUME, *Mus.*, I. p. 215; MIQ., I. 2. 643.

De noten worden algemeeen als amandelen gebruikt; de olie om te branden. Volgens WAITZ, t. a. pl bl. 44, onderscheiden zich de kanarienoten, bij het gebruik, van onze zoete amandelen alleen door een eenigzins zoeteren smaak en doordat zij een weinig purgeeren. De overvloedige daarin bevatte olie is aan te bevelen in alle gevallen, waar het inwendig gebruik van verzachtende, ontspannende en omhullende geneesmiddelen vereischt wordt; inzonderheid bij ziekten van de piswerktuigen en het darmkanaal, bij

vergeving door scherpe plantenstoffen, Spaansche vliegen enz. en wel in eene emulsie van 10 drachmen kanariepitten met 8 oncen water (blz. 45).

LEGUMINOSAE.

38 en 84 *Saga.*

Abrus precatorius L.; MIQ., I. p. 159.

Afb. RUMPH., *Amb.,* V. p. 57, tab. 32.

De wortel (38) wordt, even als de bladen, bij verkoudheid en vooral bij spruw aangewend. De bestanddeelen van kruiden tegen de spruw zijn *daun* (bladen) van *kakikoeda, daun Saga, akkar* (wortel) *Saga,* Semboeng en eene Composita (*Bidens?*) vermengd met een weinig fenkelzaad. Dit stemt in de hoofdzaak overeen met een berigt, hetwelk ik reeds vóór verscheidene jaren, door de goedheid van den Heer DOUWES, nopens de op Java hooggeschatte werkzaamheid der *Saga* ontving. Volgens deze opgave neemt men:

Poelassari (dat is de bast van Alyxia *aromatica* REINW.). . . . . dr. i
Sagabladen. . . . . . dr. ii
Sem. Foeniculi. . . . . . dr. ii
Zoethout. . . . . dr. iii

hetwelk te zamen gekookt wordt en als thee gedronken tegen spruw in de ingewanden.

De zaden der saga worden op palmwijn getrokken en bij epilepsie aangewend.

RUMPHIUS t. a. pl. verhaalt ons reeds, dat men de blaadjes op Amboina bijna even als ons zoethout gebruikt, vooral bij heeschheid en andere keelgebreken. Men kaauwt de blaadjes met *siripinang* (Areka-noten) of drinkt ze als thee getrokken. Tegen de spruw kookt men zoethoutwortel met de blaadjes der saga, in water, ter gorgeling. RUMPHIUS. Volgens HASSKARL, bl. 14, worden de bladen der saga met de hand gewreven en bij tand- of kiespijn de tanden of kiezen er mede gewreven. De wortel, zegt MIQUEL t. a. pl.,

wordt in verschillende landen als zoethout gebruikt en heeft, meer nog dan de bladen, eenen zoeten smaak.

85 *Plössoh. Plaso* of *Ploso.*

Butea frondosa ROXB ; MIQ. I. 285.

Afb. ROXB., *Corom.*, I. tab. 21 ; NEES VAN ESENBECK, *Off. Pflanze. Supplement.* Dusseldorf 1833, tab. 79.

Volgens het aangehaalde werk over de officineele planten en de beschrijving van ROXBURGH levert dit gewas op het vaste land van Indië eene soort van *gummi kino.* Dit schijnt ook op Java te geschieden en is mij uit Samarang toegezonden, onder den naam van *Plossoa* (*getah*), welke daar in plaats van *kino* gebezigd wordt.

De Afrikaansche *gummi kino* schijnt afkomstig van een gewas uit deze zelfde afdeeling : *Pterocarpus senegalensis.*

50 en 65 *Toerie.*

Agati grandiflora DESV.; MIQ., I. p. 289.

Afb. RUMPH., *Amb.*, I. tab. 76 en 77.

Volgens de mij gezonden exemplaren worden zoowel de bladen als de bast aangewend. De laatste bij dysenterie en spruw in groote giften als braakmiddel; de bladen uitwendig bij schurft. De inlandsche vrouwen bezigen de gedroogde en fijngestampte schors bij haar blanketsel. De jonge peulen worden gegeten.

RUMPHIUS, t. a. pl. bl. 189—190, verhaalt, dat de groote witte bloemen met kokosmelk gekookt en als een moes gegeten worden, doch van een laffen smaak zijn; dat de jonge peulen met haar boontjes in stukken gesneden en gekookt gegeten worden; dat de bladen eene oplossende kracht hebben en met nut uitwendig op gestooten plekken gelegd worden; dat haar sap bij spruw als gorgeldrank gebezigd wordt enz.

HASSKARL (bl. 121) vermeldt ook, dat de bast, van de schors bevrijd, gestampt en met water aangemengd, uitwendig op eene soort van groote schurft (*njerieh bolongan*) ge-

legd wordt en dat de afgekookte bloemen en jonge vruchten als groenten worden gegeten. Volgens NORTIER (1860, bl. 15) worden de blaadjes der *toerie* (niet *foerie*, zoo als wij daar, zeker door eene schrijffout, lezen; want *toerie* komt ook reeds bij RUMPHIUS voor) niet alleen door de inlanders, maar ook door vele Europeesche geneesheeren in aftreksel aangewend ter bedwinging van haemorrhagie, te rijkelijke menstruatie enz. Dit gebruik loopt dus nog al wat uiteen.

MIMOSACEAE (daaronder mede begrepen de *Moringeae* van R. BROWN):

73. *Kellor* (*bidjie kellor*).

Moringa pterygosperma GAERTN.; DC., *Pr.*, II. 478; MIQ., I. p. 350.

Afb. GAERTNER, *de fruct*, II. tab. 147; RUMPH., *Amb.*, I. tab. 74.

De olie uit de zaden werkt ontlasting bevorderend en wordt verder als *behen-* of *ben*-olie in den handel gebragt.

RUMPHIUS (t. a. pl. 186) deelt mede, dat de bladen en half rijpe vruchten als moeskruid gegeten worden; dat de wortel een scherpen smaak, als mierik, en eene voor zwangere vrouwen gevaarlijke sterk afdrijvende kracht heeft. Volgens HORSFIELD t. a. pl. p. 19—20 is de kracht van den wortel geheel aan die van mierik gelijk en wordt hij op Java ook uitwendig als roodmakend en blaartrekkend middel gebruikt.

68. *Djenkol* (of *Jenkol*).

Inga bigemina W.

Mimosa bigemina L.

Pithecolobium bigeminun MART.; MIQ., I. p. 32.

De vruchten worden als lekkernij algemeen gegeten, niettegenstaande den onaangenamen smaak en het ongemak bij het urineren dat ze veroorzaken.

De zaden, zegt HASSKARL, bl. 35, nog niet rijp zijnde,

worden afgekookt en gretig gegeten, hetwelk in het oog vallend is, daar zij niet lekker van smaak zijn en dikwijls bloedvinnen veroorzaken, als ook moeilijkheid bij het waterlozen; ja zelfs zulk eene ondervinding is niet genoegzaam om voor een herhaald gebruik dezer stinkboontjes te waarschuwen. De urine van iemand, die ze heeft gegeten, heeft eene bijzonder doordringende, sterke lucht, die zelfs dagen lang de plaatsen niet verlaat, waar zij is uitgegoten.

75. *Peteh.*

Parkia speciosa HASSK.; MIQ, I. p. 53.

Acacia gigantea NORONHA, *Bat Gen.*, V. bl. 68.

De rijpe pitten worden, geroost of gekookt, algemeen als toespijze gebruikt, niettegenstaande haar onaangenamen knoflookachtigen reuk. De jonge bladen en onrijpe pitten worden raauw of gekookt gegeten, volgens HASSKARL, bl. 100, die de *peteh*, welke op de bazars op Java verkocht wordt tot bovengenoemde *P. speciosa* brengt. Volgens MIQ. p. 52—54 geldt dezelfde naam *peté* in het Maleisch, *poetoi* in het Sundasch en *goedé* in het Javaansch ook van *Parkia africana* R. BR., dat is *Inga biglobosa* W. en van de minder geachte *Parkia intermedia* HASSK.

COMBRETACEAE.

41 en 82. *Woedani.*

Quisqualis indica L.; DC., *Pr.*, III. p. 23.

Afb. RUMPH., *Amb.*, V. tab. 38; BURM., *Fl. Ind.*, tab. 25, fig. 2 et tab. 35, fig. 2.

De bladen worden als wormdrijvend middel bij kinderen toegediend. Zoo ook de vruchten, waarvan 3—4 tot dit oogmerk voldoende zijn.

RUMPHIUS (t. a. pl. p. 72—73) vermeldde reeds de wormdrijvende kracht der zaden, welke bij de Inlanders op Ambon in algemeen gebruik zijn, in plaats van wormzaad. Men neemt, zegt hij, 2—3 versche korrels, daar de groene

en radijsachtige smaak nog aan is of van de rijpe, die zoet zijn als hazelnoten, 5 stuks voor een kind, wrijft ze met water en geeft ze de kinderen 'sochtends te drinken; meest met zeer goed gevolg, hetwelk te verwonderlijker is, omdat men zelden wormmiddelen heeft van zulk een aangenamen smaak. HORSFIELD t. a. pl. p. 28 zegt, dat de zaden der *Oedani* of *Woedani* den naam dragen van *Chigau* en een krachtig anthelminticum zijn, hetwelk meermalen met goed gevolg gebruikt is, waar andere middelen mislukt waren.

MYRTACEAE.

93. *Glam, Gelam* of *Gelang*.

Melaleuca minor SM.; MIQ., I. p. 403.

Hiervan wordt alleen opgeteekend dat zij dient tot het breeuwen van schepen. RUMPH., *Amb.*, II. p. 74, verhaalt ook reeds, dat de drooge bast der *gelam* dient om in de voegen der vaartuigen te leggen.

CUCURBITACEAE.

27. *Papareh* of *pareh*.

Momordica Charantia L.; MIQ., I. p. 663.

Afb. COMMELIN, *Hort. Amst.*, I. tab. 54; RUMPH., *Amb.*, V, tab. 151.

De vruchten worden rijp en onrijp gegeten. Het sap der vruchten wordt gebezigd als bloedzuiverend en de zogafscheiding bevorderend middel. Ook worden zij bij gonorrhoea, verstoppingen en graveel aangewend. De vruchten, met olie overgoten, worden op brandwonden en bij ontvellingen aangewend. Hetzelfde berigt NORTIER (1860, bl. 14, die de plant ook *paria* noemt) van de *bladen*. Volgens HASSKARL t. a. pl. p. 14 en NORTIER worden de in stoom gekookte *bladen* en de in stoom gekookte vruchten bij de rijst gegegeten en volgens RUMPHIUS, p. 411, zouden de gedroogde bladen, in plaats van hop, gebruikt worden in eene soort van bier, hetwelk van suiker bereid wordt en door deze

bladen eenen bitterachtigen smaak krijgt. Zie ook HORSFIELD t. a. pl. p. 28.

45. *Beloedroe* (of *baloedroe*).

Luffa Petola SERINGE; DC., *Pr.*, III. p. 383; MIQ., I. p. 667.

Afb. RUMPH., *Amb.*, V. tab. 147.

De nog groene vrucht wordt, bijna als komkommers, gegeten volgens het berigt van RUMPH., t. a. pl. p. 406. Volgens de door ons ontvangene mededeelingen worden de bladen der *beloedroe* uitwendig als pijnstillend en verdeelend middel gebezigd.

PAPAYACEAE, ontbrekende in den *Prodromus* van DECANDOLLE, maar door ENDLICHER geplaatst in de nabijheid der *Cucurbitaceae* en *Loasaceae*.

52. *Papaya*.

Carica Papaya L. MIQ. I, p. 697—698.

Afb. RUMPH., *Amb.*, I, tab. 50—51; *Uitgezochte planten door* TREW en EHRET, Amsterdam, 1771, plaat 7.

Men gebruikt den wortel (*akkar*), het sap (*ketah* of *getah*) en het zaad (*bidjie* of *bidzie*). De wortel wordt door de Javanen bij urethro-blennorrhoea toegediend en is, in vereeniging met andere geneesmiddelen, bij ziekten der piswegen hoog geschat; bepaaldelijk ook, volgens HASSKARL, bl. 44—45, bij graveel en diergelijke ziekten, waarvoor men het water, waarin de wortel geweekt is, en de sappen van den stam bezigt. Volgens onzen berigtgever verkrijgt men door insnijding van de naar meloenen gelijkende onrijpe vruchten (GAERTNER, t. a. pl II. tab. 122) een sap, dat als een onfeilbaar wormmiddel in vereeniging met honig (ten einde maagontsteking voor te komen) gebruikt wordt, 2—3 malen een eijerlepel. Dit sap is wit, bitter, niet scherp van smaak, maar hoogst onaangenaam van reuk. Volgens VAUQUELIN bevat het eene groote hoeveelheid *albumen*, en ENDLICHER verhaalt, dat eenige druppen van dit sap, met

water vermengd, voldoende zijn om het vleesch van versch gedoode of zeer oude dieren binnen eenige minuten tijds zacht en week te maken. Tot hetzelfde doel wordt het vleesch ook wel in papayebladen gewikkeld Eindelijk wordt het sap, met olie gemengd, door de Javanen tegen vele huidziekten aangewend.

De zaden hebben een scherpen op sterrekers (bitterkers) gelijkenden smaak en worden bij wormen en, met suiker gestampt, bij maagpijn gebruikt. Verg. NORTIER, t. a. pl. 1860, bl. 10—11.

De Papaye is van West-Indischen oorsprong, maar sedert lang in de Oost-Indiën ingevoerd, waar zij zeer algemeen gekweekt wordt, vooral in de nabijheid der woningen, om de overvloedige, eetbare vrucht. Onrijp dient ze veel tot konfituren en rijp wordt ze raauw gegeten. Volgens RUMPH. is deze vrucht op Ternate zoo algemeen, dat zij weinig in achting staat en veel tot voeding der varkens gebruikt wordt.

RUBIACEAE.

94. *Koedoe.*

De *akkar* (dat is *wortel*) *koedoe* dient in de verwerijen. Het is waarschijnlijk *Morinda citrifolia* L. MIQ., II. p. 242—243 of *Morinda tinctoria* ROXBURGH, ook *Benkoedoe* of *Tjangkoedoe* geheeten, en waarvan, volgens HASSKARL, bl. 117, en anderen, de schil van den wortel tot het roodverwen van kleedjes, gâren enz. gebruikt wordt. — Volgens HORSFIELD, t. a. pl. p. 25, zijn de bladen van *Morinda citrifolia*, door de Javanen *pachi* genoemd, uitwendig aangewend, een goed adstringerend middel en, inwendig, een zacht diureticum.

31. *Kajoe taay.* (*Kajoe thaai* of *stinkhout.* NORTIER, 1860, bl. 14).

Saprosma arboreum BL.; DC., IV. p. 493; KORTHALS, *Overzigt der Magnoliaceae en Rubiaceae van de Neder-*

landsch-Oostindische koloniën, 1838, bl. 151—153; MIQ., II. p. 303.

Volgens KORTHALS t. a. pl. is het als *kitai* (*lignum stercorosum*) bekend en wegens zijn stank zelfs niet als brandhout te gebruiken. Het wordt, volgens onzen berigtgever, door de bewoners van Java menigvuldig aangewend. Het zoude de werkzaamheid van castoreum en valeriaanwortel in zich vereenigen. Ook als tinctuur wordt het soms door Europeesche doctoren gebezigd. WAITZ, t. a. pl. 20, heeft op dit *stinkhout* of *kajoe* (*kajoe* beteekent *hout*) *tai* reeds opmerkzaam gemaakt en noemt het een taai hout, van stroogele kleur (in onze exemplaren bruinachtig-stroogeel), welks reuk veel overeenkomst heeft met dien van menschelijke uitwerpselen. Het is te koop op de Javaansche marktplaatsen en verdient de aandacht der Europeesche geneesheeren in hooge mate. Zie verder WAITZ t. a. pl., bevestigd door NORTIER t. a. pl.

COMPOSITAE.

40. *Ayapanna* of *Pransman*.

Eupatorium Ayapana VENT.; DC., *Pr.*, V. p. 169; MIQ., II. p. 26—27.

De bladen (*daun*) zouden in werking veel met *flores Sambuci* overeenkomen en worden als zoodanig gebruikt. WAITZ, t. a. pl. bl. 11, toonde dit reeds aan, als mede de wijze van gebruik (bl. 52). De geur der bladen herinnert dien der tonkaboonen. HASSKARL, bl. 21, zegt, dat de jonge takken en bladen van de *Ayapana* of *djoekoet prasman*, ook *fransman*, als thee worden behandeld en bij hoofdpijn en ook als zweetdrijvend middel worden gebruikt. De bladen, fijngewreven zijnde, worden bij hoofdpijn op het voorhoofd gedaan en ook op wonden met wormen gelegd, waarna de wormen sterven en de wond zuiver wordt; welke laatste evenzoo voorkomt bij NORTIER, 1860, bl. 15.

60. *Loentas* of *Bloentas*.

Conyza indica BL.; MIQ., II. bl. 58—59.

Pluchea indica LESSING; DC., *Pr.*, V. p. 451.

Uitwendig worden de bladen in baden en warme stovingen aangewend; inwendig als thee tot een zweetdrijvend middel bij rheumatische ziekten enz. WAITZ (bl. 13—14 en 52) zegt, dat de inlander op Java het kruid van deze heesterachtige plant, nog versch zijnde, veelal als een ingrediënt van verdeelende smeersels en kataplasmen en van zenuwversterkende fomentatiën bezigt, dat hij zelf het, als zoodanig, dikwijls met voordeel heeft aangewend en als een zenuwversterkend zamenstellend deel van badspecies kan aanbevelen. De bladen, zegt HASSKARL, hebben eene aangename aromatische geur en worden als thee gebruikt, hoofdzakelijk om te zweeten. Zoo ook NORTIER, 1860, bl. 12. Het is de *Bolontas* of *Lontas, Baccharis indica* van HORSFIELD, t. a. pl. p. 17.

Over het gebruik van *Conyza balsamifera* L. (de *Samboong* of *Somboong* der Maleijers), zie men HORSFIELD, t. a. pl. p. 16—17, en WAITZ, t. a. pl. bl. 11 en 60.

OVER HET

BUITENGEWOON UITGROEIJEN

VAN DE

SNIJTANDEN BIJ VERSCHILLENDE KNAAGDIEREN.

DOOR

CLAAS MULDER.

In het Museum van Natuurlijke Historie en Vergelijkende Ontleedkunde der Akademie te Groningen, is de schedel bewaard van een gemeenen haas, met buitengewoon uitgegroeide snijtanden. Dit voorwerp, vergeleken met soortgelijke gevallen bij andere knaagdieren, komt mij belangrijk genoeg voor, om er de aandacht op te vestigen.

De Hoogleeraar TH. VAN SWINDEREN boekte in zijn 14de vervolg op den *Index Musei* (Gron. 1844), bl. 105, dat de bedoelde kop een geschenk is van Jhr. G. R. G. VAN SWINDEREN, toen Grietman van Gaasterland. Het uiterlijk aanzien van het voorwerp wekte bij mij het vermoeden, dat het in verminkten staat en ontbloot van zachte deelen zou gevonden zijn. Uit de inlichting echter, door Jkhr. VAN SWINDEREN mij welwillend gegeven, blijkt, dat de haas, in 1843, op zijne bezittingen te Rijs, in Friesland, werd geschoten en zich in een goed gevoeden toestand bevond. Een enkele blik op den schedel overtuigt, dat hij aan een kloeken haas heeft behoord. Dit te weten is niet onbelangrijk, omdat men bij de beschrijvingen van andere knaag-

dieren, die aan soortgelijke afwijking van den gewonen toestand leden, óf niets van hun staat vindt opgegeven, óf het vermoeden wordt uitgesproken, dat zij den hongersdood zouden gestorven zijn. De gelegenheid, om den verschen kop af te beelden en om een volledig ontleedkundig onderzoek des diers te bewerkstelligen, is in der tijd geheel en al verwaarloosd.

Fig. 1 stelt het voorwerp voor, zoo als het thans is. Een gedeelte van den schedel, misschien door het schot verbrijzeld, ontbreekt. Het gebeente mist den gewonen glans en is eenigzins poreus. De benedenkaak is in den toestand van rust voorgesteld; de geledingshoofdjes zijn juist in de geledingsvlakten van de slaapbeenderen geplaatst. De gewone naden, voor zoover zij aanwezig zijn, zijn normaal. De goed ontwikkelde kiezen leveren niets merkwaardigs op.

De voorste of groote snijtanden van de bovenkaak trekken terstond de aandacht door hunne lengte en kromming. Hunne voorvlakte is gegroefd, als in normalen staat, hunne breedte is de gewone. Zie fig. 2. Langs de bogt van deze vlakte gemeten is de lengte 34 mm. Het glazuur is gaaf, behalve op eene plek van den regter tand, nabij den kop. (Fig. 2 *c*, bij het sterretje.) De achtervlakte is eenigzins hol. De top is niet, als gewoonlijk, beitelvormig, maar bijna regt af en dan naar het voorvlak toe eenigzins afgesleten.

De tanden van de benedenkaak, van voren gezien, zijn, op gewone wijs, door een driekantige beenpunt gescheiden en convergeren (fig. 2 *g*). Rekent men bij dit convergerend gedeelte van elken tand nog 5 m.m., dan heeft men ongeveer de *gewone* lengte, waar de tanden van een' haas tegen elkander plegen aan te liggen. Het is te dezer plaatse, dat de tanden van ons voorwerp beginnen te divergeren, zich achterwaarts en bovenwaarts krommen, terwijl de toppen zich wat buitenwaarts rigten. Zie fig. 2 *t t'*.

De beide achterste of kleine snijtanden verschillen in lengte. De regter is 9 m.m., de linker 6 m.m. Zie fig. 1 en 3 *e* en *e'*, de gewone lengte is 3 m.m. De regter is een weinig gebogen en stuit met zijn top tegen de achtervlakte van zijn voortand, bij *t''*. Deze top is stomp en heeft een zwart middenpunt. De wrijving, die tusschen den kleinen en grooten tand, gedurende beider groei, moet plaats gegrepen hebben, openbaart zich in het gootvormige van de groote achtervlakte daar ter plaatse, terwijl het oudste of topgedeelte vlak is. Dit laat zich ligt verklaren, want toen evengenoemd gedeelte ontstond, was de toestand nog de normale. Het linker tandje is bijna regt en helt met zijn top naar het regter (fig. 1 en 3 *e'*). Het stuit tegen de binnenste zijvlakte van zijn voortand, heeft hierin een vrij diep gootje gevormd (fig. 3 bij *t'*) en tevens den ganschen tand eene meer buitenwaartsche rigting gegeven.

Wil men zich den toestand duidelijk voorstellen, dan bedenke men, dat de voorste knaagtanden vier vlakten hebben, met name de voor- en de achtervlakte, de binnen- en de buitenvlakte. Wij zullen later zien, dat zij in aard verschillen en dat dit opheldering geeft van de verschijnsels, waarover wij handelen.

In de benedenkaak is de regter snijtand uitgegroeid ter lengte van 45 m.m., langs de buitenbogt gemeten, fig. 1 *a*, terwijl hij nog 20 m.m., d. i. op normale wijze, in de tandkas steekt. De verdroogde overblijfsels van de zachte deelen waren in de holligheid en op den omtrek van laatstgenoemd gedeelte nog te zien. Binnen de tandkas wijkt de vorm niet van den gewonen af. De voorvlakte is even glad, doch aan den top smaller, dan gewoonlijk. De achtervlakte vertoont, tot ruim 10 m.m. buiten de tandkas, de gewone sleuf, doch daar begint de toestand abnormaal te worden. Aan het binnenvlak immers ziet men eene gootvormige diepte, waarin de linker tand gedeeltelijk en

op bijzondere wijze sluit. Deze goot is echter niet alleen ontstaan ten koste van de binnenvlakte, maar tevens van het achtervlak. Fig. 4 heldert dit op; *u* is de opening van het kiemhol, *f* de plaats, waar de tand buiten de kas komt, van *h* tot *i* strekt zich de goot uit, en men ziet, dat bij *k* de gewone sleuf, die het achtervlak steeds in tweeën scheidt, ophoudt, zoodat boven dit punt alléén de buitenvlakte continueert en zich verliest in den gladden, afgeronden top *z*. De goot is geelachtig en heeft een rimpeligen wand, als gevolg van den invloed van eene opvolgende inwerking. Ook aan de buitenvlakte heeft het bovenste gedeelte, ongeveer ter lengte van het gootje, glazuur verloren door eene of andere schuring. Het binnenvlak is daar evenmin volledig.

De linker onderste snijtand is tot 40 m.m. uitgegroeid en schuilt weinig minder diep, dan de regter, in zijn kas. Voorvlakte en top zijn normaal. De gewone sleuf aan den achterkant is, ter zelfde lengte als bij den regtertand, aanwezig, doch verder is de geheele achtervlakte en een gedeelte van het buitenvlak regelmatig afgesleten en glad. Het gootje, fig. 5 *kz*, is ondiep en geheel gevormd in de binnenvlakte, loopende bijna tot aan den top *).

Aanvankelijk zijn beide tanden gescheiden, doch weldra raken zij elkaar, fig. 6 bij *a*; daar begint de rand der voorvlakte van den regter tand onder den linker heen te vallen, zoodat de kant van laatstgenoemden in het gootje (fig. 4 *hi*) van den eerstgenoemden ligt. Beschouwt men de tanden aan den achterkant, fig. 7, dan valt in het oog, dat beide een vrij normalen vorm behouden, totdat zij elkaâr raken. Ik zeg „vrij normalen," want men kan het eene kleine afwijking noemen, dat de achtervlakte, ter weerzijde van de sleuf, ronder dan gewoonlijk is: d. i. dat de alveolaire toestand van den omtrek is bewaard gebleven, die

*) Fig. 4 en 5 zijn, duidelijkheidshalve, een weinig vergroot.

anders bij het te voorschijn treden buiten de kassen, door de schuring van de boventanden reeds wat vlakker pleegt te worden. De regter tand valt hier in het gootje van den linker. De afgeschuurde gedeelten, fig. 7 *b* en *c*, liggen in schuinsche rigting naast elkaar, en de gladde regtsche top steekt boven den meer beitelvormigen, linkschen uit.

De afstand tusschen de snijtanden en de kiezen is de gewone, maar de kaak komt mij dáár eenigermate uitgezet of gezwollen voor.

Bij andere schrijvers vinden wij weinig aangeteekend over langtandige *Hazen*. PALLAS *) herinnert eene door RIDINGER gegevene afbeelding van een volwassen haas, lijdende aan ver naar buiten uitstekende snijtanden. Ik heb het werk niet kunnen zien.

Nadat SCHREBER van hazen met geweijen op den schedel heeft gesproken, erkent hij, dat *langtandige hazen* wel zeldzaam zijn, maar toch meer voorkomen, dan die met horens. Eigene waarnemingen van de abnormale tanden deelt hij niet mede †). Dit ware anders nuttiger geweest, dan het gewei van een reetje te doen doorgaan voor de horens van eenen haas. Het is onbegrijpelijk, dat een natuurkundige in ernst aan een haas heeft kunnen denken, bij wien de afstand tusschen de beide rozenstokken gelijk

*) Zie *Novae species Quadrupedum e Glirium ordine*, p. 178. Erlang. 1778. Het door PALLAS bedoelde werk zal zijn: RIDINGER, *Abbildung der Jagtbaren Thiere*, Augsb. 1740, fol. Hij was een schilder te Augsburg en overleed in 1767. Na zijn dood gaven zijne zonen uit: *Das nach Originalzeichnungen geschilderte Thierreich*, 2 Thle, fol. In het tweede Deel vindt men eene figuur, voorstellende een *Schwarz gefleckter Hase mit Hörner*.

†) Zie *Die Säugthiere in Abbildungen nach der Natur mit Beschreibungen*, IV. S. 875 und 878. Erlangen 1792. Op Pl. 233 B beeldt hij een gewei af, dat van een haas van den Graaf VON MELLIN zou afkomstig wezen. Een haas met krachtige horens vindt men ook afgebeeld in *Ephem. Nat. Cur.*, Dec. II, An VI (1687) p. 368.

zou zijn aan de volle breedte van het voorhoofdsbeen van een zeer kloeken haas. Voegt men er wederzijds anderhalf duim, voor de breedte van de rozenstokken, bij, en denkt men aan de elf duim hooge hoorns, hoe groot moet dan wel de haas geweest zijn, waaraan dit gevaarte behoorde; hoe zou een dier met een hazenhals het hebben kunnen torschen. Doch wij laten de gehoornde hazen rusten.

Er is niets dat belet aan te nemen, dat behalve hazen, ook alle andere knaagdieren een buitengemeene ontwikkeling van de snijtanden kunnen aanbieden. Van daar dat men nu en dan, in algemeene bewoordingen, door schrijvers over deze groote en belangrijke familie melding vindt gemaakt van het sterk uitgroeijen van tanden, zonder opgave van bijzondere waarnemingen. Ik zal hierbij niet stilstaan, maar de stellige gevallen aanvoeren, die mij bekend zijn.

Beginnen wij met de *Konijnen*, die ook om hunne dubbelde snijtanden, teregt, naast de hazen staan.

Van den Heer J. POST, Apotheker alhier, ontving het Akademisch Museum een krachtig ontwikkeld konijn, van langoorig Belgisch ras. Volgens opgave bezweek het dier, in 1855, aan eene kropziekte, maar was vroeger gezond. Ik zag het eerst nadat het was opgezet. De snijtanden van de benedenkaak zijn iets korter dan gewoonlijk. Die van de bovenkaak zijn binnenwaarts gekromd: zij hebben de gewone breedte, groef en glans, de toppen zijn vrij vlak. Hunne lengte is, langs de buitenbogt gemeten, 16 m.m., terwijl zij bij een gewoon krachtig konijn naauwelijks 10 m.m. bedraagt. De achterste of kleine snijtanden zijn eveneens duidelijk verlengd. In het opgezette voorwerp staan de boventanden scheef op de benedenste. Men wist mij niet te zeggen, of dit bij het leven reeds zoo was.

FOUGEROUX nam eene verlenging van de snijtanden bij verscheidene konijnen waar, en toonde er eenige voorbeel-

den van aan de Akademie van Wetenschappen te Parijs, waarbij de Hertog DE CHAULNES en de Heer MORAND nog andere voegden. Hij maakt de opmerking, dat de konijnen aan verlenging van tanden meer onderhevig zijn, dan men wel denkt, en dat dit gebrek velen moet doen bezwijken door belemmering van het nemen van spijs *).

Door PALLAS werd in Holland een wild konijn gezien met boventanden, die naar het verhemelte omgebogen waren, terwijl de benedentanden zeer lang en sikkelvormig uitstaken †).

OWEN heeft de afbeelding gegeven van een voorwerp, dat bewaard wordt in het Museum van Heelmeesters te Londen. Dit konijn heeft zoowel den achtersten of kleinen, als den voorsten snijtand van de bovenkaak buitengemeen uitgegroeid. Opmerkelijk is het, dat de kleine, fig. 8, *i* 2, de bogt van den grooten, *i*, volgt en dan in een eenigzins afwijkende punt eindigt. De voorste tand buigt zich bijna als een cirkel, doch zijn geheel beloop is uit de figuur niet te zien. Van de benedenkaak wordt niets vermeld. Van de regter tanden ontwaart men niets §).

Zeer belangrijk is de benedenkaak van een *Bever* (*Castor Fiber*) in hetzelfde Museum bewaard, en mede door OWEN t. a. p. vermeld. Er is slechts van éénen tand sprake. Hij beschrijft een volkomen cirkel, daar hij onverhinderd is voortgegroeid. De top heeft de kaauwspier (*musc. masseter*) doorboord en is doorgedrongen tot het achterste van den mond, gaande tusschen den *processus condyloideus* en den *coronoideus* van de benedenkaak door, neêrdalende naar

*) Zie *Histoire de l'Acad. d. Sciences, an* 1768, p. 47, Paris, 1770.

†) Zie *Novae species*, l. l.

§) Zie *Odontography*, p. 411, Pl. 104, fig. 7. In TODD, *Cyclop. of Anat. and Physiol.*, IV, p. 385 wordt door RYMER JONES deze figuur en tekst teruggegeven. Onze fig. 8 is er eene kopij van. Ook de bever komt in TODD voor.

het achterste gedeelte van de kies en zijn' weg vervolgende naar dat gedeelte van zijn eigen tandkas, waarin zijn hol einde besloten is.

Ik betreur het zeer, dat van dit geval geene afbeelding is gegeven en dat de beroemde Engelsche anatoom niet in meer bijzonderheden treedt. Wij leeren den invloed niet kennen, die de tanden van de bovenkaak mogen hebben uitgeoefend. Wij blijven eigenlijk in het onzekere, of de opgave van het doorboren van de kaauwspier en het geheel verloop des tands berust op een ontleedkundig onderzoek van den verschen kop, dan of de voorstelling eene redenering des schrijvers is, gevormd op de beschouwing van den tand of wel van het geheele beenige hoofd. Men kan, onder anderen, bezwaarlijk toestaan, dat het dier met een kaauwspier, die langzamerhand, immers in evenredigheid van den dagelijkschen aanwas des tands, doorboord werd, zóó lang spijs heeft kunnen nemen en voortleven, als vereischt wordt om dien aanzienlijken groei te voltooijen. De invloed van den bedoelden tand op de zachte deelen moet stellig lang genoeg hebben geduurd, om eene belangrijke stoornis in de functiën na zich te slepen. Het schijnt bijna onmogelijk, dat de dikke, stompe tand de opgegevene rigting hebbe gevolgd.

Bij FOUGEROUX (t. a. p.) vinden wij nog, dat DE JUSSIEU een *Guineesch Biggetje* (*Cavia Cobaya*) bezat, waarvan de snijtanden zich zoo geweldig verlengden, dat hij genoodzaakt was ze van tijd tot tijd af te vijlen, om het nemen van spijs te bevorderen. Deed hij dit niet, dan was het diertje verpligt om de kruiden, waarmêe het zich voedde, in de lucht op te heffen en behendiglijk weer te vatten, zoodat zij in den mond kwamen, zonder behoorlijke verkleining door de snijtanden.

PALLAS (t. a. p.) nam een *Molmuis* (*Ellobius talpinus*) waar, wier onderste tanden door eenig toeval waren af-

gebroken, waardoor de bovenste sterk en sikkelvormig waren uitgegroeid.

Het *Eekhoorntje* (*Sciurus vulgaris*) levert meer dan een voorbeeld van verlenging der snijtanden op. In het Groninger Museum is een gewoon, doch wit voorwerp, waarvan de bovenste snijtanden kort en stomp zijn. Die van de benedenkaak daarentegen zijn langer, dan gewoonlijk. De kwaal was nog weinig gevorderd.

In een Berlijnsch Tijdschrift (*Journal litteraire*, 1775 *Mai et Juin*) wordt, volgens PALLAS, t. a. p., vermeld, dat twee eekhoorntjes met weeke spijzen waren gevoed, waardoor hunne tanden niet konden afslijten. Zij stierven eindelijk door het sterke, belemmerende uitgroeijen der knaagtanden.

Wij leeren uit SCHREBER, t. a. p., dat in het Naturaliën-Kabinet te Erlangen een eekhoorntje, in spiritus, bewaard wordt, waarvan de tanden in vlakke bogen naast elkander liggen en tot de lengte van bijna één duim uitsteken, zoodat het diertje er geen gebruik van kon maken bij het nemen van spijs. Het komt mij voor, dat hier sprake is van de tanden der benedenkaak. Naar SCHREBERS ondervinding krijgen niet alle eekhoorns, die met zachte spijzen gevoed worden, te lange tanden.

Het eekhoorntje, fig. 13 en 14 voorgesteld, is in het Akademisch Museum te Utrecht, doch maakte vroeger deel uit van de verzameling van den voortreffelijken T. D. SCHUBÄRT. Ik dank aan de goedheid van ons ijverig medelid, Prof. HARTING, zoowel de teekening, als de volgende mededeeling. De linker boventand is uitgegroeid en beschrijft een cirkelboog, ter lengte van 30 m.m. De vorm is normaal; de spits wel eenigzins wigvormig, doch door afschuring meer afgerond, dan gewoonlijk. De kleur is geheel wit. De daar naast staande, normale tand heeft de gewone oranjekleur. De onderkaak is zoo geplaatst, dat,

gedurende het leven, de regter boventand boven den linker benedentand moet gestaan hebben. Evengenoemde is ook normaal. De regter benedentand daarentegen is veel langer, stekende 10 m.m. buiten de huid uit. Doch wat vooral de aandacht verdient, is, dat deze tand de onderlip doorboord heeft, zoodat de beide benedentanden gescheiden zijn. Deze tand is ook wit, doch aan den top scherp wigvormig, als normaal. HARTING eindigt met op te merken, dat alle opgave over het leven des diers ontbreekt, en men dus geen inlichting over de oorzaak van de scheve plaatsing der onderkaak geven kan. Het knagen met den regter boventand en den linker benedentand moet het diertje zeer moeijelijk gevallen zijn, dewijl de voor- en achterwaartsche beweging van de benedenkaak zeer belemmerd heeft moeten wezen wegens de doorboring van de benedenlip.

Mijn vriend J. VAN DER HOEVEN stelde mij in de gelegenheid nog een belangrijk voorbeeld van het buitengemeen uitgroeijen van snijtanden bij de vorige te kunnen voegen. De schedel van eene soort van Marmot, *Bobac* genaamd (*Arctomys bobac*), in het Rijks-Museum te Leiden aanwezig, toont, behalve aan het tandenstelsel, niets afwijkends. De linker snijtand ontbreekt in de bovenkaak. Een gedeelte steekt nog in de tandkas en heeft het voorkomen van niet bij het leven van het dier te zijn afgebroken.

De regter tand van genoemde kaak is 29 m.m. lang (fig. 9, van *a* tot *b*); het gedeelte, dat binnen in de kas steekt, is 34 m. m. Ik kan deze maat niet met een normalen tand vergelijken, maar doe dit met dien van een *Coelogenys subniger* van CAMPERS verzameling. Deze zit juist even diep en met gelijke bogt in zijn kas, doch steekt er 22 m.m. uit. Naar dezen maatstaf zou de tand van de bobac niet meer dan 7 m.m. te lang zijn. Ik erken, dat hier én individueel verschil zou kunnen zijn én

soortelijk onderscheid, en hecht dus aan deze vergelijking slechts eene betrekkelijke waarde.

Zoo als bij alle knagers de boventanden meer of min convergeren, zoo ook hier (langs *a c* en *d c*), maar de top *b* is thans wat meer links gewend, dan plaats zou hebben, als de linkertand er naast stond. Het voorvlak heeft twee ondiepe, digt bij elkander staande groeven. Het buiten- en binnenvlak rigten zich naar het smalle eenigzins bolle achtervlak schuins toe. Raadpleegt men fig. 10, dan loopt de rigting en proportie der vier tandvlakten onderling terstond in het oog. Het open ondereinde van den tand, hier wat vergroot voorgesteld, heeft *a* tot voorvlak, *b* tot achtervlak, *cc'* tot buiten- en binnenvlak. Ik zal op dit punt nog terugkomen.

De beide snijtanden van de benedenkaak wijken sterk en op bijzondere wijze van elkander. Fig. 11 stelt het vooreinde van die kaak van onderen, fig. 12 van boven voor. De regter tand is, langs de grootste bogt gemeten, 60, de linker 47 m.m. lang. Hoever zij in de kassen zitten, kon niet gemeten worden.

Eene naauwkeurige beschouwing van de rigting dezer tanden komt mij belangrijk voor.

Van de regter tand A, fig. 11, rigt zich de voorvlakte *a* binnenwaarts en beschrijft een vrij grooten cirkelboog, terwijl de buitenvlaktę *b* aanvankelijk wel de rigting van een buitenvlak heeft, maar weldra zich buigt, om mede als voorvlakte op te treden. Ziet men nu dien tand van boven, dan schijnt het alsof hij slechts ééne vlakte heeft, maar toch behooren wij hier inderdaad te onderscheiden het binnenvlak, fig. 12, *ee*, en den dikken rand *ff*, die niets anders is, dan het smalle, afgeronde achtervlak. Verg. fig. 10, *b*. De voorvlakte van den linker tand B is nog meer binnenwaarts gelegen, dan bij den regter, zoo als blijkt uit fig. 11, *gg*. De buitenvlakte *hh* is geheel voorwaarts

gewend en eindigt, afgesleten, als rand van een oorspronkelijk knaagvlak. Het smalle achtervlak *ii* verliest zich eveneens in evengenoemde knaagvlakte. Leggen wij de kaak in hare gewone positie, dan is het grootste gedeelte, dat in het oog valt, de binnenvlakte, fig. 12, *k*, terwijl van de voorvlakte *g* zich een gedeelte en van de achtervlakte *i* slechts een rand zich vertoont.

Dat deze toestand bij het leven van het dier zóó geweest zij, als wij dien thans zien, blijkt uit het vastzitten der tanden en uit nog aanwezige overblijfsels van verdroogde zachte deelen. De regter tand heeft, nabij den top, het aanzien, als ware hij vroeger beleedigd geworden. De kiezen van de benedenkaak zijn eenigzins onregelmatig geplaatst, hier en daar carieus en weinig afgesleten.

Bij eene voor- en achterwaartsche beweging van de benedenkaak kan geen eigenlijk knagen tot stand gekomen zijn, maar wel eene wrijving van de buitenvlakte van den regter boventand tegen een gedeelte van het voorvlak van den benedensten tand der zelfde zijde.

Ziedaar gevallen van buitengewoon uitgegroeide snijtanden, door anderen en door mij waargenomen. Ik veroorloof mij, de volgende opmerkingen over dit onderwerp hierbij aan te bieden.

Ik behoef hier slechts te herinneren, dat de snijtanden van de knaagdieren behooren tot de groep met onbeperkten groei. De tandkiem leeft voort in het holle, benedenste gedeelte van den tand, zet aanhoudend nieuwe tandstoffe af, die het reeds bestaande gedeelte voor zich uitstuwt. Intusschen leert de waarneming, dat er zoogdieren zijn, wier tanden al verder en verder buiten den mond uitkomen, terwijl zij bij anderen, hoezeer ook steeds aangroeijende, binnen de gewone perken blijven. Het eerste ziet men bij den Olifant, bij den Eenhoorn, bij verscheidene zwijnsoorten; het laatste bij de knagers. In het eerste ge-

val wordt de voortgebragte zelfstandigheid niet verbruikt, in het laatste wel en in evenredigheid met de productie. Worden er nu omstandigheden geboren, die het verbruik beperken of onmogelijk maken, dan zullen de laatstgenoemde dieren soortgelijke verschijnselen vertoonen, als de eerstgenoemde. In één woord: wat bij den Olifant in normalen toestand gebeurt, het geschiedt bij den Haas in abnormalen staat. Dezelfde wetten beheerschen beide. Dit blijkt als wij de oorzaken nagaan, in normalen en abnormalen toestand.

Ééne oorzaak ligt terstond voor de hand. OWEN spreekt het duidelijk uit, dat de snijtanden van den Olifant zulke verbazende slagtanden worden, doordien er geene tegenover staan, die eene afschuring bewerkstelligen. Geen krachtiger voorbeeld van hetzelfde verschijnsel door dezelfde oorzaak, dan bij den linker hondstand van *Monodon monoceros*. In de boven medegedeelde gevallen van knagers laat zich niet altoos stellig aantoonen, dat de evengenoemde oorzaak werkzaam was; alleen is zeker, dat PALLAS en OWEN bepaaldelijk wijzen op het gemis van een schurenden tand.

Er is echter eene andere oorzaak, die volkomen gelijk werkt, als de eerste, en in de gevolgen voor de dieren dikwerf veel lastiger en nadeeliger is. De tanden kunnen alle voorhanden zijn in een knaagdier, maar door eene of andere oorzaak hunne rigting zoo veranderd wezen, dat zij of niet of slecht op elkaâr kunnen werken. De Utrechtsche eekhoorn is er een duidelijk voorbeeld van. Het verdient nog opgemerkt te worden, dat de verlengde tanden, in dit geval, iets ziekelijks hebben, doordien de cementlaag, waarin de kleurstof zetelt, óf niet aanwezig is, óf kleurloos bleef. Wat onzen haas aangaat, het is moeijelijk op te sporen, welke oorzaak de eerste aanleiding heeft gegeven tot het doorgroeijen van al de tanden, maar ook in dit voorwerp heeft de benedenkaak eene eenigzins scheve rigting. Legt men den kop

omgekeerd voor zich, de gewrigtshoofdjes naauwkeurig in de geledingsvlakten geplaatst, dan neemt men waar, dat de onderste kiezen van den regter kant geheel binnen de regter bovenkiezen vallen, terwijl toch de linker benedenste en de linker bovenste op elkaar sluiten. Ook raken de beide snijtanden van de benedenkaak den regter boventand niet, maar liggen tegen den linker boventand.

Jammer is het, dat in geen enkel geval een naauwkeurig ontleedkundig onderzoek is in het werk gesteld, om, onder anderen, uit te maken, of er eene soort van zijdelingsche ontwrichting hebbe plaats gevonden. Deze ontwrichting echter kan nimmer anders plaats vinden, dan nadat de benedenkaak zich voorwaarts bewogen heeft (fig. 16). Als gelegenheidgevende oorzaak mag men stellig uitwendig geweld aannemen, zoo als het knagen aan zeer harde voorwerpen en het afglijden van de benedenkaak naar een der beide zijden. Al ware het nu, dat de herstelling van de ontwrichting mogelijk zij, dan zal dit toch eenigen tijd kosten, zij het ook slechts éénen dag. In dien tijd is de groei der tanden niet belemmerd, de kiem kan, op hare veilige ligplaats, niets geleden hebben; er wordt derhalve weldra een toestand geboren, die de normale verhouding tusschen de tanden voor altijd onmogelijk maakt.

Wordt aan een van de beide kanten het spierstelsel, dat tot beweging van de benedenkaak dient, gewond of anders ziekelijk aangedaan, er is geen twijfel of er zal een scheve stand van de kaak en verlenging van tanden ontstaan. Dit wordt bevestigd door proeven van BERNARD, die de magt van de spier eenerzijds weg nam, door de innervatie onmogelijk te maken. Met behulp van een opzettelijk hiertoe dienstig mesje *) verrigte hij de moeijelijke operatie, om

*) Zie C. BERNARD, *Leçons sur la Physiol. et la Pathologie du Système nerveux.* Paris, 1858. Tom. II, p. 51, fig. 1.

het vijfde paar zenuwen, binnen het bekkeneel, door te snijden. Na de doorsnijding ontstaat paralyse van de spieren der kaak. Snijdt men slechts aan de ééne zijde door, dan kan het dier de kaak blijven bewegen en voedsel nemen, maar het kaauwen is onvolkomen, het dier vermagert en zal sterven, niet aan de kunstbewerking, maar aan slechte voeding. De kaak wordt natuurlijk getrokken naar den gezonden, niet geöpereerden kant, de snijtanden vallen niet meer op elkander, ook sluiten de kiezen niet goed. Het dier sterft van honger *). Onze fig. 20, eene kopij van BERNARDS fig. 3, vertoont den abnormalen toestand, na de operatie, en het is duidelijk, dat de tand *a* en *a'* langer zijn gebleven, omdat zij door *b'* en *b* niet meer werden afgeschuurd.

Hoe belangrijk de proef van BERNARD moge wezen, ik kan er niet onvoorwaardelijk in berusten. Of is het boven allen twijfel verheven, dat de condylus van de benedenkaak en zijne banden, bij de kunstbewerking, ongedeerd en onverplaatst blijven? Is de operatie wel zóó onschuldig, als wordt gezegd? Wij mogen er niet op antwoorden, omdat er geene lijkschouwing wordt medegedeeld, waaruit had moeten blijken, dat de hersenen niet ontstoken waren, dat geen bloedstorting had plaats gevonden, en nog zoo veel meer. Ik betwijfel eindelijk, of BERNARD zijn konijn langer in het leven had kunnen houden door *bouillon* in de maag te spuiten, zoo als hij beweert. Beter ware dan nog geweest een mager soepje van de groenten, die het dier gewoon was te nuttigen. De Friesche haas laboreerde veel erger aan langtandigheid en was toch kloek en gezond. Hij was in de vrije natuur, de ander in een *Laboratorium physiologicum*.

Het nuttigen van weeke spijzen, vooral gedurende lan-

*) Zie *Leçons*, II, p. 98—101, en de figuren 1, 2 en 3, pag. 103.

geren tijd in gevangenschap, wordt ook onder de oorzaken van verlenging der tanden opgegeven (bl 214). Het knagen heeft dan bijna geen plaats; alle tanden verlengen zich en is dit eenmaal begonnen, dan wordt weldra de rigting zóó, dat geen knagen meer mogelijk is. In den gewonen toestand immers vallen de beneden-snijtanden achter de bovenste, doch zoodra laatstgenoemde zich krommen, schuiven de eerstgenoemde er onder door, terwijl daarenboven de benedenste meer plegen aan te groeijen, dan de bovenste. Naar de ondervinding van PALLAS krijgen niet alle eekhoorns, die met zachte spijzen gevoed worden, te lange tanden. Dit kan niet bevreemden, als zij in gewone hokken worden gehouden, waarin zij aan beschotten, tralies, enz., de tanden kunnen afslijpen. Men verlieze ook niet uit het oog, dat de knaagdieren geenzins alle spijs door knagen tot zich nemen. Als onze muizen op het kanariezaad azen, dan brengen zij de korrels onmiddellijk in den mond en vermalen ze. Namen zij geen ander voedsel tot zich dan dit, of knaagden zij niet door beschotten, zij zouden langtandig worden.

Ik moet nog een oogenblik stilstaan bij de twee kleine snijtandjes van de hazen en konijnen. De systematici hebben er aldra de aandacht op gevestigd en er de familie der *Duplicidentata* op gegrond. Overigens zijn zij weinig onderzocht en er zijn er, die twijfelen of zij behooren tot de tanden met onbegrensden groei. Dat de snijtanden van de onderkaak tegen de kleine tandjes stuiten, wordt wel eens vermeld.

De afbeelding van OWEN (fig. 8, bl. 7) en de onze (fig. 1 en 3) bewijzen voldoende, dat de achterste snijtanden, zoo zij niet worden afgeschuurd, even als de anderen zich aanhoudend verlengen. Op welken leeftijd ik de tandjes onderzocht, zij bezaten steeds eene kiemholte aan het beneden, *zoogenaamde* wortel-einde, terwijl de top afgeslepen,

of zoo als de Franschen eigenaardig zeggen, versleten, verbruikt (*usé: la dent s'use*) is. Nu en dan is de top bijna vlak, dikwerf een weinig uitgehold naar het midden, nimmer echter vertoont zich de wigvormige gedaante van een knaagtand. Zij zijn geen snijtanden, die gelijk staan met de gewone van alle overige knaagdieren. Dit bevestigt zich bij het mikroskopisch onderzoek. Aan eene even belangeloos-dienstvaardige als zeer bekwame hand ben ik lengte- en dwarsdoorsneden van de kleine tandjes verschuldigd. Ik zal voor 't oogenblik alléén vermelden, dat beide doorsneden duidelijk toonen, dat de glazuurlaag den tand aan *alle* kanten omgeeft. Geen wonder derhalve, dat de top vrij gelijkmatig afslijt, daar het merkwaardig verschil tusschen een verglaasde voorvlakte en een onverglaasd achtervlak hier *niet*, zoo als *wel* bij de voorste snijtanden, bestaat.

Wanneer stuiten nu de snijtanden van de benedenkaak op de kleine of achterste van de bovenkaak? Dit gebeurt in den toestand van rust, d. i. als de geledingshoofdjes juist in de geledingsvlakten geplaatst zijn. Dan bereikt de voorvlakte van den tand O (fig. 15) die van tand B niet, zelfs niet zijn knaagvlak *k*, maar ligt achter deze en op het tandje A. Het is nu echter slechts een tijdelijke toestand, maar bij het knagen wisselt de wederkeerige plaatsing der tanden aanhoudend tusschen hetgeen fig. 15 en 16 voorstellen. Bij de achterwaartsche beweging van de kaak moet de knaagvlakte *k* van O afgeslepen worden door het glazuur *g* van B, en terstond daarna het glazuur, *g*, van O stuiten op het kleine tandje. De top van dit tandje zal, door de verglaasde vlakte van den grooten tand, elk oogenblik bij het knagen worden afgeschaafd, doch het meest stof verliezen, waar de zelfstandigheid minder hard is, dat is binnen den omtrek van het overal aanwezige glazuur.

Het spreekt van zelf, dat zoodra de zich abnormaal verlengende tanden der benedenkaak van den haas, te *Rijs*,

niet meer achter de zich krommende boventanden kwamen, de toppen van de kleine tandjes zich moesten verheffen.

Voorbeelden van verlengde kiezen heb ik van knaagdieren niet ontmoet, noch ergens beschreven gevonden. Zij bezitten echter alle eigenschappen, om door gelijksoortige oorzaken, als wij hebben opgegeven, dezelfde afwijkingen te kunnen opleveren Het gebeurt althans bij andere zoogdieren, voor zooverre hunne kiezen nog een werkzame kiem bevatten. Rudolphi zag, in Berlijn, den schedel van een paard, waaraan de derde en vierde benedenkies ontbrak, terwijl die van de bovenkaak verlengd waren, zoodat de derde één duim boven de anderen uitstak. In Hannover vond hij meer dergelijke gevallen *).

Heb ik boven gezegd, dat dezelfde wetten de normaal en de abnormaal doorgroeijende tanden beheerschen, dan begrijp ik hieronder ook den hoofdvorm en de rigting dier tanden. Hierover nog een woord.

De waarneming leert, dat de vorm en rigting der deelen van een' tand binnen de tandkas bepaald worden, en dat derhalve de vorm buiten de kas daaraan moet beantwoorden. Men kan er de bewijzen voor vinden bij Eenhoorn, Olifant, Rivierpaard, Babiroesse, enz. Vergelijkt men de geopende tandkas van de bovenkaak van een' haas met die van de benedenkaak, dan heeft men een duidelijk voorbeeld voor oogen. De groote kas van de bovenkaak, fig. 17, *ab*, is een boog van een cirkel: het gevolg is, dat de abnormaal doorgroeijende tand bijna een cirkel vertoont. De weinig gebogene en korte kas (6 à 7 m.m.) van den kleinen tand geeft minder kromme tandjes. De vorm en rigting van den alveolus der benedenkaak wijst duidelijk op een flaauwe opwaarts strekkende bogt van den tand, fig. 18, *ab*, verg. fig. 1. Zoowel de zeer aanzienlijke lengte, als de krom-

*) Zie *Bemerkungen auf einer Reise*, I, S. 39, u. 76. Berlin, 1804.

ming van het gedeelte van de tanden, dat steeds, hoewel tijdelijk, binnen de kaken der knagers verholen is, strekt om aan de teedere kiem een veilig verblijf te bezorgen. Het geweld, gedurende het knagen op de toppen uitgeoefend, kan door deze inrigting de werkzame kiem niet deeren.

Doch ik had, bij het ter sprake brengen van dit punt, bovenal de *Bobac* op het oog. Wat wij bij dit dier zagen (bl. 215—217), doet aan eene gewelddadige verdraaijing van de tanden denken, en sommigen meenden, dat geen andere verklaring mogelijk ware. Edoch een naauwkeurig onderzoek leert, dat alles zich opheldert uit den vorm, dien de tand binnen in zijn alveolus erlangt.

Vergelijkt men de kassen van eenige knaagdieren onderling, dan blijkt, dat, óf alle opvolgende deelen nagenoeg in één vlak liggen, óf dat dit niet zoo is. In het eerste geval schuift de tand in één vlak en met ééne bogt voort. (fig. 17 en 18). In het laatste geval bezit de tand een tweede bogt, zoo als fig. 19 voorstelt, in den benedentand van de *Coelogenys subniger*. Beweegt men dezen tand langzaam uit den alveolus, dan krijgt men een volkomen evenbeeld van dien van de *Bobac* (fig. 11 en 12), wat de rigting der vlakten aangaat. Als het gedeelte van den tand, dat buiten de kas steekt, niet wordt afgeslepen, dan zal het niet regtuit voorwaarts worden gestuwd door de nieuwe volgende deelen, maar moet schuins buitenwaarts worden gedrongen. Om eene volledige voorstelling hiervan te verkrijgen, lette men vooral ook op de verhouding van de vier tandvlakten tot elkander. Verg. fig. 10 *).

Na het indienen van bovenstaand stuk en nadat de platen reeds gereed waren, werd ik door de vriendschappelijke welwillendheid van Prof. W. VROLIK in staat gesteld, ken-

---

*) De figuren 1—7, 11, 12 en 19 zijn geteekend door mijn' amanuensis S. BERGHUIS, fig. 13 en 14 door Prof. HARTING.

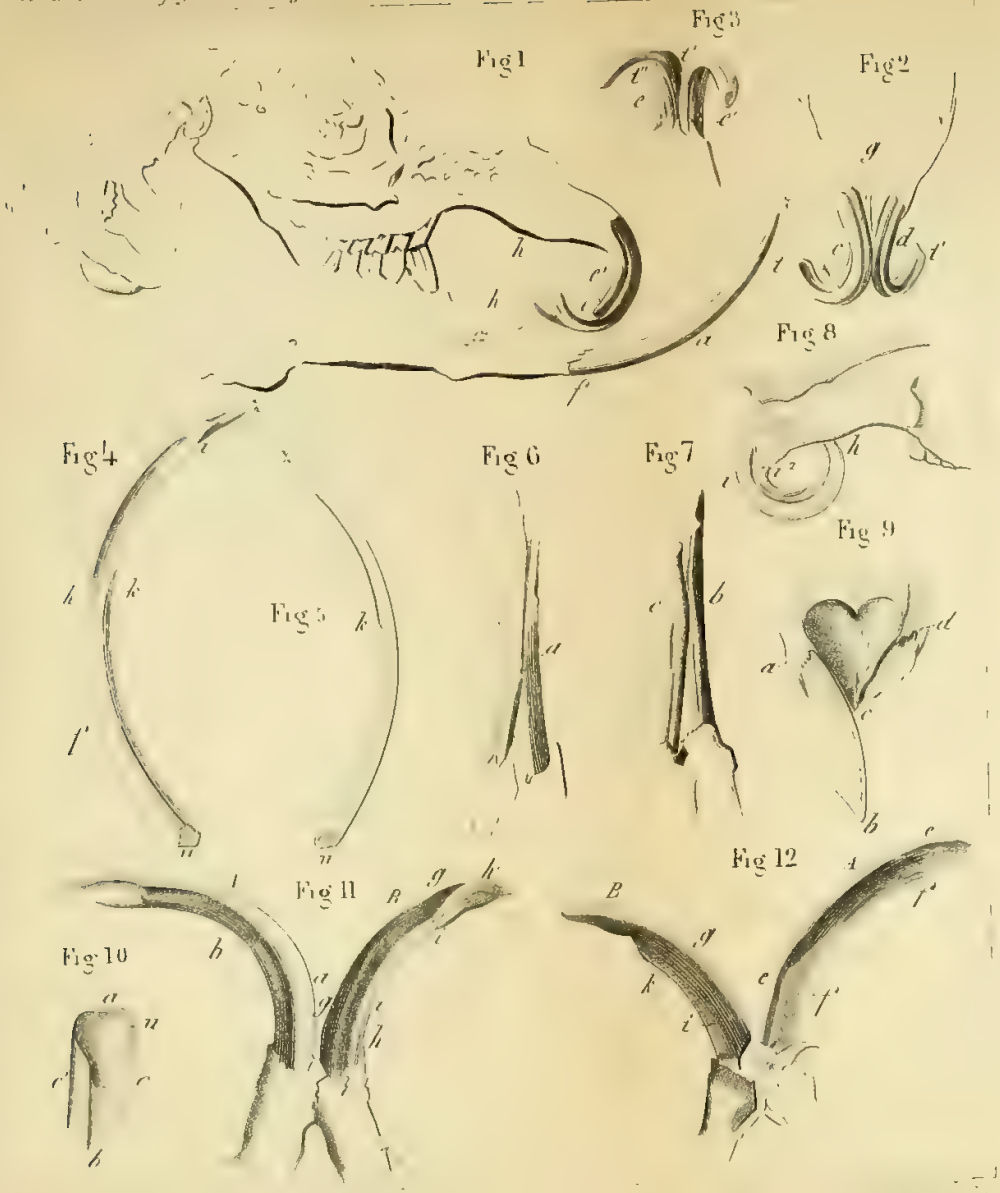


Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12

Fig 13

Fig. 14

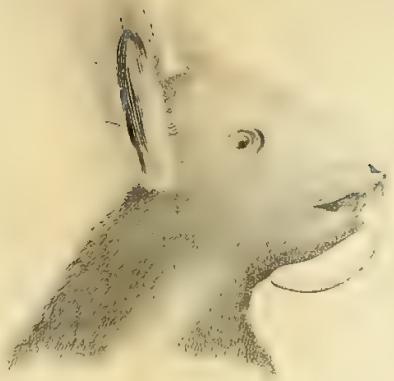


Fig 15

Fig 16

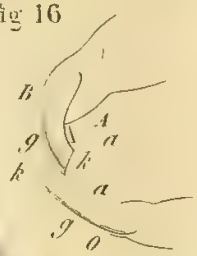


Fig 17

Fig 18

Fig 19

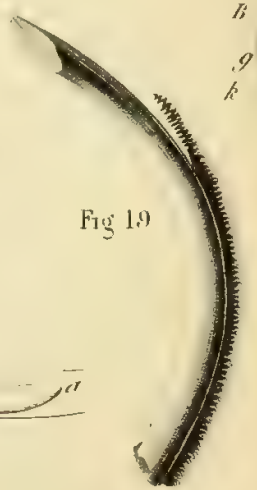


Fig 20

nis te nemen van een belangrijk voorwerp uit zijn museum. Hieraan heeft het volgende bijvoegsel zijn ontstaan te danken.

Een gave kop van *Acanthion javanicum* bezit in de bovenkaak twee buitengemeen ontwikkelde snijtanden, wier toppen naar het gehemelte gewend zijn. Onze fig. 17 geeft eene bijna volkomene beeldtenis van de bogt dezer tanden, die bij verder voortgroeijen den toestand van fig. 8 zouden hebben kunnen vertoonen. Zij zijn aan den voorkant bruin, tot aan het meer naar binnen gebogen gedeelte, waar de schuring, door de benedentanden veroorzaakt, de gekleurde laag meer of min heeft weggenomen. De toppen zijn niet beitelvormig, maar vlak; aan den, naar het verhemelte gekeerden, achterkant zijn de tanden nabij de toppen beschadigd. Zij divergeren, even als die van den haas, doch in mindere mate. De lengte van de tanden, langs de buitenbogt gemeten, bedraagt 60 m.m. De drie voorste paren kiezen zijn goed ontwikkeld en gaaf; het achterste paar is nog niet buiten de tandkassen gekomen, maar op het punt van door te breken.

De snijtanden van de benedenkaak zijn kort en in een toestand, dien men aan vroeger gepleegd geweld mag toeschrijven. De buitenste lagen van de tanden zijn deels verloren gegaan, vooral van den linker tand; de toppen zijn afgerond. Zij zijn zoo geplaatst, dat zij bij de gewone voor- en achterwaartsche beweging van de benedenkaak hebben moeten schuren op de voorvlakte van de boventanden. Wij hebben boven reeds gewezen op de gevolgen hiervan. De drie linker kiezen zijn gaaf, zoo ook de twee achterste regtsche, maar de voorste is onregelmatig afgebroken.

Van het leven des diers of van den toestand der zachte deelen is niets bekend. Op welke wijze intusschen de abnormale toestand van de benedenste tanden ontstaan zij, zal toch hierin de oorzaak van de verlenging van de boventanden gezocht moeten worden.

TEGENWOORDIGE STAND

DER

WERKEN VAN HET KANAAL VAN SUEZ.

DOOR

F. W. CONRAD.

Mijne Heeren!

Toen ik in November 1857 in Uwe Vergadering eene voordragt deed over de doorgraving der landengte van Suez, eindigde ik met deze woorden:

„De laatste tegenstand, hoe magtig ook, zal weldra val-
„len voor de stem der wetenschap, voor de krachtige uit-
„spraak van het algemeen belang van handel en zeevaart
„en voor den stelligen wil van Europa en van Indië."

Die woorden, uitgesproken in een tijdperk, dat men nog verre was van de sedert verkregene meerdere zekerheid, maar met vertrouwen in de zaak zelve, zijn thans bewaarheid, want de laatste tegenstand, hoe magtig ook, is werkelijk gevallen voor de stem der wetenschap en voor den vasten wil eener moedige volharding.

Eene eerste vreedzame overwinning werd in de woestijn van *Suez* behaald op den drempel van *El Guisr*.

Op den 18den November des voorleden jaars 1862 voerden tallooze vaartuigen, versierd met de Egyptische vlag, eene groote menigte aan, van den omtrek van *Damiate*,

Saïdhaven, *Ras el Eche* en *Kantara*; van *Caïro*, van *Alexandrië*, heinde en ver uit *Egypte*, snelde men toe om tegenwoordig te zijn bij een feest van hooge beteekenis: de vereeniging van de *Middellandsche zee* met het in het midden der woestijn gelegen meer *Timsah*.

De dam, die de laatste zwakke afscheiding vormde, lag in het kanaal, digt bij het Paveljoen, dat voor den thans overleden Onderkoning MOHAMMED SAÏD PACHA aan de oevers van het Meer *Timsah* gebouwd is.

Meer dan 2000 toeschouwers namen plaats op de glooijingen van de door den drempel van *El Guisr* voltooide doorgraving; het geheel, door de schitterende Egyptische zon verlicht, verlevendigd door eene groote afwisseling van kleederdragten van allerlei vormen en kleuren, vormde een indrukwekkend gezigt, toen de Heer DE LESSEPS aan het hoofd der genoodigden aankwam en door de geestelijkheid van alle gezindheden ontvangen werd, door den Groot-Mufti van Caïro zelf als den uitverkorene van Allah begroet, om het plegtige oogenblik te vieren, dat zijner volharding een nieuwe eerekroon opzette.

Op een daartoe gegeven teeken werden spaden en houweelen opgeheven, en vijf minuten daarna vereenigde zich het water van de *Middellandsche zee* met dat van het meer *Timsah*, onder de herhaalde kreten van: Leve de Effendine MOHAMMED SAÏD! Leve DE LESSEPS! *)

Het is hier de plaats niet, een meer breedvoerig verhaal te geven van het feest van dien dag, eenig in zijne soort in de woestijn.

Het is hier genoeg, het feit dat de zoo lang betwijfelde mogelijkheid volkomen bewees, aan te halen om als inlei-

---

*) *Effendine*, is de titel die in Egypte door de bevolking aan den onderkoning gegeven wordt.

ding te dienen tot hetgeen ik U, Mijne Heeren, omtrent den tegenwoordigen stand der werken van deze grootsche onderneming wilde mededeelen.

In den aanvang was er veel, zeer veel te doen, dat niet tot de dadelijke werkzaamheden van het Kanaal behoorde. De voorbereiding tot het werk was bijna van grooter omvang dan het werk zelf. Zoo was onder anderen een der eerste behoeften, die de Ingenieurs, met de werken belast, in het oog moesten houden, de verzorging van eenige duizenden arbeiders, op plaatsen waar niets bestond, waar alles gebragt moest worden.

Bij de groote werken in Europa, waar overal de noodige middelen van vervoer bestaan, behoeft daar weinig over gedacht te worden, maar in eene woestijn, waar niets is, en waar in de behoeften van minstens veertig duizend menschen voorzien moest worden, was dit geene gemakkelijke zaak.

Alles werd daarvoor ingerigt, en in den loop van 1862 konden 25,000 arbeiders werkzaam zijn, die van alles ruimschoots voorzien werden.

Het aantal fellahs (landbouwers), dat, zonder den landbouw te benadeelen, aan de heerendiensten van het Egyptische gouvernement onderworpen is, bedraagt tusschen de vier à vijf maal honderd duizend. Het is onder deze bevolking, dat de Maatschappij zijne arbeiders moest aanwerven.

De arbeiders van ieder dorp, voor de werken van het Kanaal bestemd, worden begeleid door hunne *Cheiks*. Ze staan onder diens bevelen en de Cheiks zijn weder onderworpen aan het oppertoezigt van eenen hoogen ambtenaar van den Onderkoning, die bijzonder belast is met de zorg voor alles wat het welzijn der arbeiders aangaat, voor de geregelde en stipte uitvoering der contracten en voor de tucht en orde op de werkplaatsen. Iedere maand worden

de contingenten der fellahs vernieuwd en verwisseld. Aan ieder wordt eene taak opgedragen. Wanneer die taak is afgedaan, geschiedt de betaling onmiddellijk in specie, en zijn ze vrij om desverkiezende naar hun dorp terug te keeren.

Het zal niet ondienstig zijn hier iets mede te deelen omtrent de heerendiensten (corvées), zoo als die in Egypte gebruikelijk zijn.

De Egyptische landbouwer is vlug, sterk en werkzaam, zoo lang het de bebouwing van zijn land aangaat, maar hij is lui en onverschillig voor iedere andere werkzaamheid, vooral buiten zijn dorp. Te vergeefs zult gij aan een fellah een hoog daggeld en voordeelige voorwaarden aanbieden voor vrijwilligen arbeid. Hij zal liever armoede en ellende en de stokslagen van den Cheik in zijn dorp verdragen, dan daar buiten een voordeelig bestaan te zoeken. In Egypte is er echter eene noodzakelijkheid van algemeen belang, voor den gedwongen arbeid, waarvan het bestaan van het geheele land afhangt; het is het onderhoud der besproeijingskanalen.

De Nijl voert de vruchtbare slib aan, die drie oogsten in een jaar geeft. Die zelfde slib verondiept echter ook de aanvoerende kanalen in eene hooge mate, en doet de jaarlijksche verdieping onvermijdelijk zijn. Wanneer de corvées werden afgeschaft, zou het Egyptische Gouvernement zich te vergeefs tot de bevolking der dorpen wenden voor vrijwillige arbeiders tot de jaarlijksche kanaalverdiepingen, en deze zijn zoo noodzakelijk voor Egypte als de lucht voor het leven van den mensch.

De verdiepingen vorderen een jaarlijkschen arbeid van vele duizenden handen, en wanneer die niet kon volvoerd worden, zou de vruchtbare Nijlvallei spoedig in eene zandwoestijn herschapen worden. De regering van Egypte kan dus nu, noch later, er van afzien manschappen op te roepen voor de openbare werken.

Deze gedwongen oproeping is een regt van het algemeen; het is eene volstrekte noodzakelijkheid, het is pligt, dat regt te handhaven, en het bevat niets dat de denkbeelden daar te lande kwetst.

De Maatschappij verkrijgt dan ook zijne arbeiders door medewerking van de Egyptische regering, doch zij betaalt ze geregeld als vrijwillige arbeiders.

De kub. El wordt betaald 40, 50 à 60 centimes, naar de soort van grond waarin gewerkt wordt, en naar den afstand van het vervoer. Dit is een voldoende prijs voor den inlander, die weinig behoeften heeft en liever in de open lucht verblijf houdt dan in de hutten, die men voor hem maakt.

Met een weinig beschuit, wat boonen en uijen voedt hij zich volkomen en gevoelt hij zich gelukkig. Hij, die, na het volbrengen van zijne taak, met 8 à 10 franken overwinst huiswaarts keert, acht zich behoorlijk beloond.

Het zij mij vergund hier kort en in globale cijfers, de verdeeling der lengte van het Kanaal, in betrekking tot de door te graven hoogte, aan te geven.

De geheele lengte van het Kanaal van *Saïdhaven* tot *Suez* kan, volgens de laatste opgaven, gesteld worden op 150 Ned. mijlen.

Van deze 150 Ned. mijlen zijn er 100 Ned. mijlen beneden, en 50 Ned. mijlen boven de middelbare oppervlakte der zee gelegen.

De 100 Ned. mijlen onder het oppervlak der zee zijn:

Het Meer Menzaléh	38	Ned. mijlen.
" " Ballah	14	" "
" " Timsah	8	" "
de bittere Meeren	40	" "
te zamen	100	Ned. mijlen.

De 50 Ned. mijlen boven het oppervlak der zee zijn:

De duinen van *Ferdane* en de drempel van *El-Guisr* tusschen de meeren *Ballah* en *Timsah*. 14 N. m.

De drempel van *Sérapeum* tusschen het meer *Timsah* en de bittere Meeren . . . . . 14 " "

De vlakte van *Suez* tusschen de bittere Meeren en de Roode zee . . . . . 22 " "

te zamen 50 N. m.

Bij den aanvang werd het werk verdeeld in twee sectiën. De eerste sectie bevatte het gedeelte van *Saïdhaven* tot het meer *Timsah;* de tweede sectie van het meer *Timsah* tot *Suez*.

De eerste sectie werd het eerst aangetast; daar bevonden zich de meeste bezwaren, van hare doorgraving hing het welgelukken der onderneming af. De voornaamste plaatsen, die in deze sectie voorkomen, zijn: *Saïdhaven, Ras el Eche, Kantara, Ferdane* en de drempel van *El Guisr*. Zij beslaat eene lengte van 66 Ned. mijlen.

Saïdhaven was, toen ik het met de internationale commissie bezocht, en ook nog in 1859, niets dan een onherbergzaam, vlak strand, en de eerste arbeiders moesten onder tenten verblijf houden. Daar moest alles geschapen worden, want te *Saïdhaven* moesten alle behoeften voor het werk ontscheept en ontvangen kunnen worden.

In 1860 verrees daar weldra een kustlicht en een palenhoofd lang, 450 El, dat zich tot 3,50 El diepte in zee uitstrekte.

Achtervolgens werden daar opgerigt eene stoomzagerij, eene gieterij, eene werkplaats tot in elkander stelling der werktuigen, eene ketelmakerij, eene timmerwerkplaats, enz., voorts de noodige inrigtingen tot het distilleren van drinkbaar water, bakkerijen, enz.

Alles werd door spoorwegen vereenigd, die in Januarij

1861 te zamen eene lengte besloegen van meer dan 5000 Ned. El.

Van 1 Maart 1861 tot 1 Maart 1862 waren er te *Saïdhaven* 260 schepen aangekomen, die 40000 ton aan materialen van alle soorten ontscheept hadden.

Het houten hoofd was weldra onvoldoende voor de beweging die er plaats had.

Om hierin te voorzien, werd er op 1500 El afstand van het strand, in de rigting van het later te maken havenhoofd, een eilandje gemaakt van 60 El lang en 20 El breed. Het bestaat uit ijzeren schroefpalen waarop een vloer gelegd is. Op dezen vloer zijn twee kranen geplaatst. Hierbij werd de aangebragte steen gestort, zoodat de palen weldra door steen gedekt waren, waarna men zich bezig hield om door steenstortingen van dit eilandje naar het eerste houten hoofd toe te werken.

Wanneer deze vereeniging voltooid is, zal het westelijk havenhoofd van *Saïdhaven* ter lengte van 1500 El gemaakt zijn.

Binnenwaarts zijn verschillende havenkommen of dokken gegraven. Een dezer havenkommen is lang 150 El, breed 125 El, diep ongeveer 2 El. Daarin worden de baggermachines opgesteld.

Wat de stad *Saïdhaven* op zich zelve aangaat, zij breidde zich dagelijks meer en meer uit.

De ophoogingen beslaan eene oppervlakte van 55,000 vierk. El, — en overal zijn woningen en Arabische gourbis (woningen van klei of leem) verrezen.

In April 1861 telde men er naauwelijks 1000 inwoners, waaronder 300 à 350 Europeanen; één jaar daarna waren er 1000 Europeanen en bijna 3000 Arabieren. — Thans wordt de bevolking geschat op 5000 inwoners, waarvan 1200 Europeanen.

Van *Saïdhaven* tot *El Ferdane*, zijnde 52 Ned. mijlen, gaat het Kanaal door het meer *Menzaléh*. In dit eerste gedeelte werden veel moeijelijkheden ondervonden, daar het te veel bezwaren had de uitgravingen in het drooge te doen, en het baggeren, uithoofde der geringe diepte, niet dadelijk toepasselijk was.

Om deze moeijelijkheden te overwinnen, werd het werk verdeeld, er werd een kampement opgerigt te *Ras el Eche*, op 16 Ned. mijl van *Saïdhaven*; een tweede te *Kantara*, tusschen de meeren *Menzaléh* en *Ballah*, en een derde te *El Ferdane*, aan den voet van den drempel van *El Guisr*.

Toen begon men over deze geheele lengte eene geul uit te diepen, in de rigting van het Kanaal zelven, breed 8 El en diep 1,20 El. Behalve dat deze geul werkelijk een begin uitmaakte van het Kanaal zelve, was zij onmisbaar voor den aanvoer van alle noodwendigheden der kampementen in de woestijn, en diende zij tot een gemakkelijken en goedkoopen waterweg.

In de maand Mei 1861 waren *Saïdhaven* en *Kantara* door dien bevaarbaren waterweg in verbinding gebragt, en in December van datzelfde jaar was hij verlengd tot *El Ferdane*.

Verschillende gedeelten werden toen verbreed en verdiept, en ditzelfde werk werd langs de geheele lijn voortgezet. Verscheidene baggermachines liggen daartoe in den doortogt door het meer *Menzaléh*.

De door de baggermachines uitgediepte gronden worden getransporteerd op de boorden, en vormen doorgaande dijken, hoog 2 El, langs de beide zijden van het Kanaal.

Het dadelijk maken der oevers of dijken door het Meer heeft het voordeel gehad om het Kanaal af te zonderen van de Meeren *Menzaléh* en *Ballah*, en het te beveiligen tegen de hooge wateren der periodieke overstroomingen van den Nijl en tegen de invallen van de zee.

Onafhankelijk van de eerste geul, langs den Westelijken of Egyptischen oever, werd er eene andere geul gemaakt langs den Oostelijken of Aziatischen oever, wijd 20 El en diep 1,50 El.

Dit kanaal dient om meer gemak te geven aan de passage der vaartuigen, die zich naar de woestijn begeven, terwijl de eerste geul meer dient om met de baggermachines ongestoord te kunnen werken, zonder de scheepvaart te hinderen.

De beide geulen hebben gemeenschap met elkander door verscheidene dwarskanalen, waardoor ze achtervolgens vereenigd werden.

Aan een dezer geulen wordt nu de wijdte gegeven op den bodem van 10 El, en van 22 El op de waterlijn, bij eene diepte van 2,50 El.

Het kampement van *El Ferdane* ligt aan den voet der duinen van dien naam, waarop de drempel van *El Guisr* volgt.

Deze laatste is een golvend plateau van ongeveer 8 à 9 Ned. mijlen lengte. De grootste hoogte was 19 El; de kleinste hoogte 1,47 El, en de gemiddelde hoogte 10,50 El boven de oppervlakte der zee.

De duinen van *El Ferdane* zijn slechts 4 El hoog.

Al deze hoogten zijn thans doorgegraven.

Tienduizend, vervolgens vijftienduizend, en daarna twintig en vijf en twintig duizend man kwamen op dit gedeelte der landengte aan het werk.

In weinige maanden hebben de fellahs den geheelen drempel met het gewone Egyptische houweel en de couffie (het mandje waarin de grond vervoerd wordt) doorboord.

De drempel werd van de duinen van *Ferdane* tot aan het Meer *Timsah* verdeeld in zes perceelen, en in de laatste tijdperken bedroegen de uitgravingen in dit gedeelte maandelijks 500,000 à 550,000 kub. Ellen.

In November 1862 was men dan ook zoo verre gevor-

derd, dat de *Middellandsche zee* op den 18den dier maand, zoo als ik hierboven zeide, in het Meer *Timsah* kon worden gebragt.

Deze belangrijke gebeurtenis heeft het problema opgelost, dewijl daardoor geen twijfel meer overblijft omtrent de mogelijkheid der doorgraving, aangezien in vroegere tijden tusschen het meer *Timsah* en de *Roode Zee* reeds viermaal een kanaal bestaan heeft, dat bevaren werd.

Een bevaarbaar kanaal van kleine afmetingen bestaat thans werkelijk over 66 Ned. mijlen, makende met den doortogt door het meer *Timsah* een bevaarbaren waterweg van 74 à 75 Ned. mijlen.

Er blijven nu 36 Ned. mijlen ter doorgraving over, dewijl het gedeelte in de *bittere Meeren* de gevorderde diepte heeft. De nog door te graven gedeelten, waaraan men werkzaam is, zijn:

van het Meer *Timsah* tot aan de *bittere Meeren* 12 N. m.
van de *bittere Meeren* tot *Suez* . . . . . 24 " "
is . . . 36 N. m.

Dit laatste gedeelte is bijna overal gelijk met de oppervlakte der zee.

Het meer *Timsah* (woordelijk vertaald het Krokodillenmeer, ofschoon er geen enkele dezer onaangename gasten in bestaat), dat het tegenwoordige zeekanaal afscheidt van het gedeelte waaraan thans gewerkt wordt, is bestemd tot de binnenhaven van het kanaal.

De stad, thans naar den tegenwoordigen onderkoning *Ismailia* genoemd, wordt volgens een vooraf gemaakt plan aangelegd, met breede boulevards en straten met aaneengeschakelde véranda's.

Op eenige Ned. mijlen van *Timsah*, vindt men nu een Arabisch dorp met eene bevolking van 2000 zielen.

Daar bevindt zich ook een Katholieke kerk, eene moskee en een groot aantal werkplaatsen van allerlei aard.

Te *Kantara* en te *Ferdane* zijn verscheidene gebouwen verrezen, en over dit gedeelte vindt men werkelijk reeds vijf steden of dorpen: *Saïdhaven, Kantara, El Ferdane, El Guisr* en *Timsah.*

Het zoetwaterkanaal is sedert de maand Januarij 1862 geopend en toen bevaarbaar tot *Timsah.* Van *Ras el Waddé* tot het meer *Timsah,* heeft het zoetwaterkanaal eene lengte van 35 Ned. mijlen, eene wijdte op den bodem van 7,70 El en 12,50 El op de waterlijn bij eene diepte van 1,20 El.

Er is hiervoor eene uitgraving noodig geweest van één millioen kub. Ellen, die door 7000 fellahs in 9 maanden tijd volbragt is.

Het ontvangt zijn water van den *Nijl,* door het kanaal van *Zagazig* naar *Ras el Waddé.*

Het zoetwaterkanaal doet verschillende diensten. Het brengt de levensmiddelen naar het midden der landengte; het geeft het drinkbare water aan de arbeiders, en het besproeit de daardoor vruchtbaar gemaakte gronden van de Waddé Toumilat, het oude land van *Gosen,* thans een eigendom der Maatschappij, tusschen *Ras el Waddé* en het meer *Timsah.*

Langs het geheele kanaal is eene telegraphische lijn.

In het werk-saizoen van 1862—63 werd dit kanaal, gelijktijdig met het zeekanaal, naar *Suez* vervolgd.

De inrigtingen der Maatschappij buiten de landengte zijn niet van minder aanbelang.

Te *Damiate* beslaan de opgerigte magazijnen aan de

oevers van den Nijl eene oppervlakte van 10 bunders. Een groot deel daarvan moet bij den voortgang der werken naar *Timsah* verplaatst worden, zoo als in den loop dezer maand zou geschieden *).

Te *Boulak*, de haven van *Caïro*, heeft zij belangrijke magazijnen over meer dan 1 bunder oppervlakte.

De levensmiddelen, die van *Saïdhaven* tot *El Ferdane* worden afgezonden, komen van *Damiate* over het meer *Menzaleh*, terwijl die voor *El Guisr* en daar bijzijnde stations van *Boulak* komen langs de Nijl en het zoetwaterkanaal.

Te *Mex* bij *Alexandrië* heeft de Maatschappij eene groote steengroeve ontgonnen, waaruit tot nu toe de steen komt, bestemd voor de havenhoofden van *Saïdhaven*. Weldra zal die steen door het kanaal zelf ook van de steengroeve van *Djebel Geneffé* kunnen worden aangevoerd.

De steengroeve van *Mex* is geheel op Europesche wijze ingerigt. De steen wordt door spoorwegen uit de groeve, over de daarvoor gemaakte havenhoofden, gevoerd naar de daarop geplaatste kranen, waar ze in schepen van 150 à 200 ton geladen, en daarna naar de havenhoofden van *Saïdhaven* gebragt worden.

De gezondheidstoestand is, dank hebbe de wel ingerigte geneeskundige dienst der Maatschappij, steeds uitnemend geweest.

Van Maart 1861 tot Maart 1862 bedroeg de Europesche bevolking van de landengte ongeveer 1200 personen, waarvan slechts 20 overleden zijn,

Nagenoeg 121,000 personen van Arabisch ras zijn ge-

---

*) Dit is thans werkelijk geschied.

durende hetzelfde tijdvak op de werken geweest, waarvan daar slechts 23 overleden zijn.

In het begin van dit jaar leed de onderneming een groot verlies door den dood van haren verlichten beschermer MOHAMMED SAÏD PACHA, die in den nacht van den 17den op den 18den Januarij j.l., in slechts 41-jarigen ouderdom te *Caïro* overleed.

Hij was de vierde zoon van MEHEMET ALI, den grondlegger zijner dynastie; hij had eene zorgvuldige opvoeding genoten, en Egypte is aan hem vele uitnemende inrigtingen en groote werken van publiek nut verschuldigd.

De groote stuw in den *Nijl*, de spoorwegen van *Alexandrië* naar *Caïro*, van *Caïro* naar *Suez*, van *Tantah* naar *Samanoud*, van *Benha* naar *Zagazig* kwamen onder zijne regering tot stand, en *Egypte* is hem de betonning en verlichting van de haven van *Alexandrië*, de verdieping van het kanaal *Mahmoudiéh*, de onderzeesche telegraaf en de maritieme maatschappij van *Medjidiéh* verschuldigd.

Hij heeft de Nederlandsche industrie bij zeer vele gelegenheden krachtig begunstigd, en het heeft mij daarom zeer veel leed gedaan, dat hij bij zijne laatste reis in Europa verhinderd werd ons land te bezoeken.

Hij was de bestendige beschermer van het groote werk der doorgraving, en hoewel hij het geluk niet heeft gehad zijn denkbeeld verwezenlijkt te zien, liet hij zijnen opvolger dat grootsche werk over op een tijdstip, dat hij de grootste bezwaren overwonnen mogt zien.

Hij laat een zoon na, TOUSSOUM PACHA, in den nog jeugdigen leeftijd van 10 jaren.

Z. H. ISMAËL PACHA volgde hem onmiddellijk op, en werd op den 18den j.l. te *Caïro* tot onderkoning van *Egypte* uitgeroepen.

Hij is de tweede zoon van IBRAHIM PACHA, kleinzoon van MEHEMET ALI en neef van den overleden onderkoning

MOHAMMED SAÏD, dien hij is opgevolgd naar den firman van 1841, die de orde van opvolging voor de erfgenamen van MEHEMET ALI geregeld heeft.

ISMAËL PACHA, geboren in 1830, heeft mede eene Europesche opvoeding genoten; hij deelt geheel en al de inzigten van zijnen oom, en alles doet zien, dat de onderneming van het kanaal van *Suez* zich in de onafgebrokene bescherming van den nieuwen Beheerscher van *Egypte* mag blijven verheugen.

In het begin van Februarij van dit jaar was het zoetwaterkanaal voortgezet tot voorbij *Néfiche*, omgaf de *bittere Meeren*, en naderde reeds het gebergte van *Djebel Geneffé* of *Gebel Geneffé*.

Alles bevestigt, dat de *Nijl* zijne wateren weldra zal kunnen verdeelen tusschen de *Middellandsche* en de *Roode zee*, en dat het zoete water van *Caïro* de onvruchtbare oevers van *Suez* besproeijen zal.

Behalve den zedelijken invloed van dit feit, en behalve de groote gevolgen die het voor den voorspoed van *Suez* zal hebben, is dit van het grootste belang voor de onderneming, uithoofde van de waarde der gronden, die daardoor eene Egyptische vruchtbaarheid zullen verkrijgen, en de dadelijke voordeelen die daaruit voor de Maatschappij van het Kanaal zullen geboren worden.

Het zeekanaal is gelijktijdig gevorderd tot voorbij *Toussoum*, en rigt zich door het *Sérapeum* naar de *bittere Meeren*; de bermen zijn op de breedte van 56 El uit elkander aangelegd.

Eenige maanden nog slechts, en *Caïro* zal in gemeenschap zijn met de *Roode zee* en *Saïdhaven* met *Suez*; en het zeekanaal zal spoedig daarna de doorgaande vaart door de landengte tusschen de beide zeeën openen.

Langs de oevers van het zoetwaterkanaal van *Ras el Waddé* tot *Néfiche* ontwikkelt de landbouw zich op eene zeer opmerkelijke wijze.

In September des voorleden jaars waren er nog maar 777 feddans (de feddan gerekend op 0,40 Bunder) door de Maatschappij ter bebouwing uitgegeven of geconcessioneerd, en in Januarij van dit jaar bedroeg de bebouwde oppervlakte reeds 2500 feddans.

In 4 maanden tijds is de bebouwing der gronden verviervoud, en dit vermeerdert nog dagelijks. Steeds worden nieuwe gronden aangevraagd door de zwervende stammen, die zich op de domeinen der Maatschappij komen vestigen.

Het is thans een fraai gezigt wanneer men van *Tell el Kebir* naar *Timsah* gaat, waar vroeger niets was dan woeste en verlaten gronden. Op zekeren afstand ziet men nog de onvruchtbare en naakte woestijn, terwijl de beide oevers van het kanaal met allerlei graan beplant zijn.

Timsah is nu door een vaarbaren waterweg in directe gemeenschap met *Caïro*, *Alexandrië* en de geheele vallei van den *Nijl*.

Dit kanaal levert tevens aan de nieuwe stad zulk een overvloed van zoet water, dat *Timsah*, nu *Ismaïlia*, ofschoon midden in de woestijn, tot de beste van drinkbaar water voorziene steden kan gerekend worden.

Eene beek stroomt langs de woningen en de huizen zijn er overal ruim van voorzien. De lage gronden rondom het meer verheven plateau van *Timsah* zullen er mede besproeid worden; voor de hoogere gronden zal men daarin door eene locomobile voorzien.

Met de helft van deze maand is de hoofddirectie der werken en van het materiëel van *Damiate* naar *Ismaïlia* verplaatst. Deze stad gaat dagelijks vooruit en wordt meer en meer bevolkt. De tenten verdwijnen en huizen verrijzen in de

plaats. De gebouwen der Maatschappij gaan snel vooruit; weldra zal er een hôtel voor reizigers gereed zijn. Woningen, magazijnen en gebouwen van allerlei aard en bestemming zijn ter bewoning en berging als uit den grond verrezen.

Het meer *Timsah* wordt van twee zijden gevoed, door de *Middellandsche zee* te *El Guisr*, en door het zoetwaterkanaal. Het is nu reeds eene ruime bevaarbare watervlakte, aan het einde waarvan men de doorgraving ziet van het zeekanaal, gaande in de rigting van *Toussoum*.

In dezen omtrek heeft men twee voor de onderneming zeer belangrijke ontdekkingen gedaan. In een der hooge gedeelten bij het Meer, genaamd de bergvlakte der hyéna's, heeft men eene steengroeve ontdekt van ongeveer 300,000 kub. El steen. Deze steengroeve wordt ontgonnen.

Nog digter bij de stad, in sectie N°. 6, is eene andere groeve gevonden, ongeveer 80,000 kub. El bevattende.

De toekomstige stad *Timsah* heeft dus de zekerheid, van al de materialen te zullen vinden, die voor haren bouw noodig zijn.

Zoodra het zoetwaterkanaal tot nabij *Djebel Geneffé* gevorderd is, zal die steengroeve den noodigen steen kunnen leveren tot voortzetting der havenhoofden van *Saïdhaven*, en dan zal deze haven de steenkolen kunnen aanvoeren naar *Suez* voor de stoomvaart op de *Roode zee*.

Wat *Suez* eenmaal kan worden is uit de volgende cijfers van de *Peninsulaire Maatschappij* op te maken.

De *Peninsulaire maatschappij* heeft gedurende 1861 te *Suez* heen en terug eene gezamenlijke beweging gehad van:

8,564 Reizigers,
32,013 Reiskoffers of valiezen,
101,744 Collis,
34,939 Groepen goederen.

Het totaal der vervoerde goederen stelde eene waarde voor van 390,306,826 franken.

Voor het zeekanaal is men thans werkzaam aan de doorgraving van den drempel van *Sérapeum*, en daarna is er niets meer overig dan de vlakte van *Suez*.

Dit laatste gedeelte zal dadelijk volgens grootere afmetingen worden aangelegd, met het doel om de aanvulling van de *bittere Meeren* door het water uit de *Roode zee* zooveel mogelijk te bespoedigen.

Terwijl de werken voorbij het meer *Timsah* eene groote uitbreiding verkrijgen, gaat men steeds voort dezelfde uitbreiding te geven aan de werken van *Saïdhaven*, en aan de gedeelten van het zeekanaal van daar tot *Kantara*. De gemeenschap tusschen de meeren *Menzaléh* en *Ballah* is geheel in orde, en de baggermachines zetten hun werk voort, door de geul te verdiepen en de dijken door het meer *Menzaléh* te versterken.

Wat den finantiëelen staat der onderneming aangaat, deze werd kort geleden globaal opgegeven als volgt:

De uitgaven tot nu toe gedaan bedragen fr. 50,000,000.

Om de som te vinden, die eigenlijk voor de werken zelve gebruikt is, moet hiervan worden afgetrokken:

1.	De aankoop van verschillende eigendommen in de vallei Waddi (het oude land van Gosen), de magazijnen te Caïro en te Damiate	fr.	2,250,000
2.	De intressen betaald aan aandeelhouders	„	8,000,000

3. Aangekochte schepen, baggermachines, werktuigen en ander materieel. . .	fr.	8,000,000
4. Woningen en andere gebouwen. . . .	"	2,500,000
Te zamen	fr.	20,750,000

De tot heden gedane werkelijke uitgaaf voor de werken met de algemeene kosten voor de eerste enz. bedraagt dus ongeveer. . . . . fr. 30,000,000

Wanneer men zeer globaal schatten wil, wat er nog gedaan moet worden, verkrijgt men het volgende resultaat.

Het graven en verder uitdiepen van het kanaal tot de diepte van 8 El over eene breedte van 56 El op de waterlijn, vordert nog eene uitgraving van 50,000,000 kub. El, waarvan 20,000,000 boven en 30,000,000 onder water.

Indien men stelt, dat de algemeene uitgaven bij de vordering der werken, den prijs van de kub El grond tot gemiddeld 1 frank doen rijzen, dan zal de uitgave voor het aardewerk nog kunnen zijn. . . . . fr. 50,000,000

De beide havens worden geschat op " 25,000,000

Stelt men voor verdere werken en mogelijke misrekeningen nog . . . . . " 25,000,000

Zoo is er nog noodig. . . . . fr. 100,000,000

zijnde verre beneden de som, waarover de Maatschappij nog kan beschikken.

Wat de tijd aangaat tot het voleindigen der werken, zoo kan men daarvoor zeer globaal de volgende berekening aannemen.

Het aantal arbeiders, op de Landengte werkzaam, bedraagt thans 20,000 man.

Deze vergraven en vervoeren gemiddeld $1\frac{1}{2}$ kub. El per man en per dag.

20,000 man ad 30,000 kub. El per dag geven per maand 900,000 kub. El.

De uitgravingen in het drooge 20,000,000 kub. El bedragende, zullen dus door 20,000 man in 2 jaren gedaan kunnen worden.

De Maatschappij beschikt over 24 baggermachines. Zij heeft nog 20 andere van meerdere kracht dan de tegenwoordige besteld, die in den loop van dit jaar geleverd moeten worden.

Er zullen dus in 1863, 44 baggermachines beschikbaar zijn, waarvan men hoopt, dat doorgaande 30 à 35 dienst zullen kunnen doen, die één millioen kub. El per maand kunnen verwerken De uitbaggering der 30,000,000 kub. El onder water, zal dus binnen de drie jaren kunnen voleindigd zijn.

Terzelfder tijd kunnen de havens afgemaakt zijn, en men rekent dat het kanaal voor de groote scheepvaart in den loop van 1866 kan worden geopend.

Het tijdperk van 1854 tot 1866 zal alzoo voor altijd gedenkwaardig zijn voor de doorgraving.

In 1854 toch kwam de doorgraving der landengte in de directe lijn, voor het eerst ernstig ter sprake.

Het gewigtige feit, dat er, in plaats van 9,90 El verschil in den stand der beide zeeën, nagenoeg geen verschil bestond, was reeds sedert 1847 bewezen. De internationale Commissie werd benoemd; zij kwam op den 30sten October 1855 voor het eerst bijeen.

Een deel der Commissie bezocht *Egypte* en bragt op 2den Januarij 1856 een kort voorloopig rapport uit aan den Onderkoning, dat het feit op zich zelve besliste, en in December van hetzelfde jaar bragt de geheele Commissie, na belangrijke overwegingen, het breedvoerige rapport uit, dat het ontwerp finaal deed vaststellen en tot rigtsnoer

diende en nog dient voor de uitvoering van dit grootsche werk *).

Thans is men zoo ver gevorderd, dat de opening van het Kanaal met zeer veel waarschijnlijkheid tegen 1866 kan worden gesteld.

Vele en magtige bezwaren en voortdurende tegenwerking van allerlei aard werden er overwonnen. De wetenschap zelve werd dienstbaar gesteld aan de politiek, en helaas! zij vond een man van beroemden naam, die, ten gevalle dier politiek, in het Engelsche Parlement de zonderlinge stelling verkondigde, dat met een verschil van 9,90 el tusschen de waterstanden der beide zeeën de uitvoering van het kanaal mogelijk zou zijn geweest, maar dat de gelijke stand der beide zeeën het onuitvoerbaar maakte.

Het was niet moeijelijk in der tijd de dwaasheid van deze stelling tegen te spreken †), al waren ze door een beroemden naam gesteund, maar het was moeijelijker, den magtigen politieken tegenstand het hoofd te bieden, die Engelands eerste Minister met de hem eigene sluwheid en volharding bleef volhouden.

Maar de waarheid en eene andere volharding bleven boven drijven. Overal verhief zich de krachtige stem der openbare opinie ten voordeele der onderneming; de Maatschappij werd opgerigt; het benoodigde kapitaal werd met geestdrift bij elkander gebragt, en op den 25sten April des

---

*) *Percement de l'Isthme de Suez. Rapport de Projet et la Commission internationale. Documents publiés par* FERDINAND DE LESSEPS. Troisième Série. Paris, chez HENRI PLON, Editeur 1856.

†) Zie mijne brochure: *Canal de Suez. Etat de la question.* La Haye, chez VAN LANGENHUYSEN Frères. 1858.

Zie ook de wederleggingen van PALEOCAPA in de *Bullettino del' Istmo di Suez*, en van NÉGRELLI in de *Oesterreichische Zeitung*. 1858.

jaars 1859 kon de eerste spade voor het kanaal in het strand nabij het oude *Pelusium*, waar de haven van *Saïd* ontworpen was, worden ingestoken *).

Sedert dat tijdstip heeft de onderneming nog steeds met vele moeijelijkheden te kampen gehad, die menigeen zouden ontmoedigd hebben, maar de Maatschappij, met een man als DE LESSEPS aan het hoofd, liet zich niet ontmoedigen; zij heeft hare werkzaamheden door alle tijdperken heen met onverbroken moed voortgezet; hare toekomst is bij iedere tegenwerking te helderder in het licht gekomen, en alles doet voorzien, dat de groote scheepvaart in het jaar 1866 den regtstreekschen weg naar *Indië* voor haar geopend zal vinden.

Aan onze Regering komt de eer toe, in het mogelijke vooruitzigt van voltooijing der doorsnijding, de gevolgen dier groote gebeurtenis op den wereldhandel met naauwgezetheid te hebben doen onderzoeken †).

De Koning benoemde daartoe, 10 Julij 1856, eene Commissie, die den 11den Januarij 1859 een breedvoerig Verslag uitbragt, dat op kosten der Regering werd uitgegeven en waarvan in 1860 te *Parijs* eene Fransche vertaling verscheen §).

---

*) Zie de korte omschrijving dier plegtigheid in mijne *Reizen*, bl. 560.

†) Kon. Besluit van 10 Julij 1856, N°. 61.

§) *Verslag over de vermoedelijke gevolgen der doorgraving van de landengte van Suez voor den Handel en de Reederijen van Nederland.* Te 's Gravenhage, bij VAN WEELDEN EN MINGELEN. 1859.

Percement de l'Isthme de Suez. Rapport de la Commission Hollandaise sur les consequences du percement de l'Isthme de Suez. Documents publiés par FERDINAND DE LESSEPS, *au nom du Conseil d'administration de la Compagnie universelle du Canal maritime de Suez.* Cinquième Série. Paris, chez HENRI PLON, Editeur. 1860.

„Hoogst belangrijk, maar tevens hoogst moeijelijk," (zoo zeide die Staats-Commissie bij den aanhef van haar Verslag) „was de taak haar opgdragen, hoogst belangrijk, want hier is sprake van eene gebeurtenis, die volgens veler gevoelen eene volslagene omwenteling zal te weeg brengen in den handel en de zeevaart van het meerendeel der volken; hoogst moeijelijk, want de gebeurtenis, waarover ons onderzoek geloopen heeft, behoort nog tot de onzekere toekomst, en binnen de jaren die ons nog van hare vervulling scheiden, kunnen andere omstandigheden zich voordoen, en nieuwe feiten zich ontwikkelen, wier invloed op den toestand der handelswereld door niemand vooraf berekend kunnen worden."

De toen nog onzekere toekomst is echter sedert dien tijd zeker geworden, en wij naderen meer en meer de gebeurtenis, tegen de gevolgen waarvan het pligt is ons te wapenen.

Wat was in groote trekken, het besluit der Nederlandsche Staats-Commissie ten opzigte van de Nederlandsche belangen?

„Wij bewonderen," zoo zegt de Commissie blad 94 van haar verslag, „het grootsche van het denkbeeld, en erkennen dat zijne verwezenlijking voor het wereldverkeer in het algemeen eenen allerbelangrijksten en weldadigen invloed, zoo zedelijk als stoffelijk, kan hebben; maar wij meenen toch dat ons vaderland geenszins onder de meest begunstigde landstreken zal kunnen geteld worden; ja, dat er zelfs voor Nederland veel wijsheid, moed en volharding vereischt zal worden, om aan de onmiddellijke nadeelen, die uit de bedoelde gebeurtenis kunnen voortvloeijen, het hoofd te bieden."

„Wat zich echter voor het algemeen," (zoo zegt de Commissie verder:) „onder gunstige voorteekenen vertoont, „mag men niet anders dan uit een algemeen oogpunt be-„oordeelen; kleingeestig en vruchteloos zou het zijn, zich „uit plaatselijk belang tegen den algemeenen vooruitgang „te kanten of zelfs met onverschilligheid daarop neder te „te zien. De vooruitgang, wanneer hij in den eisch der „tijden ligt, zal zijnen loop hebben, wie er zich ook te-„gen verzette; en verstandig doet hij, die, in het vooruit-„zigt, bij tijds maatregelen neemt om de hem dreigende „nadeelen, kan het zijn, af te wenden, en zoo mogelijk „nog wel in voordeel te doen veranderen, door met ge-„zonden zin, „„als het tij verloopt, de bakens te verzet-„„ten.""

Dit was, mijns inziens, eene zeer praktische redenering, en ik heb die gevoelens in der tijd met overtuiging mede onderschreven.

Kort en zaakrijk heeft gezegde Staats-Commissie de middelen zamengetrokken, die, buiten de maatregelen door de regeriug te nemen, waarvan het bespreken hier buiten mijne taak ligt, door de Nederlandsche handelaren en reeders kunnen genomen worden, om bij eene doorgraving van de landengte van Suez, voor Nederland het aandeel in handel en scheepvaart te behouden en zelfs te vergrooten. Zij kwamen hierop neder (zie bl. 100 van haar Verslag).

a. Zamenwerking van kapitalen, om de concurrentie tegen magtige mededingers met energie en kracht vol te houden, en industrie op groote schaal te ondernemen.

b. Uitbreiding van het stoomvermogen bij de Nederlandsche handelsvloot, reeds dadelijk met beleid en

kracht aan te vangen, ten einde, wanneer het oogenblik daartoe zal zijn aangebroken, ook daarin ter medinging gereed te zijn.

c. Vestiging van handelshuizen in vreemde havens.

Het hier sub *b.* genoemde verdient, volgens mijn gevoelen, de ernstigste overweging. Uitbreiding van het stoomvermogen bij de Nederlandsche handelsvloot is, naar mijn gevoelen het krachtdadigste middel, om dreigende concurrentie van anderen het hoofd te bieden, en de voordeelen van den verkorten weg naar Indië deelachtig te worden. Ik heb het meermalen bij verschillende gelegenheden gezegd, en ik moet hier de woorden herhalen, die ik daaromtrent in 1857 ook in Uwe vergadering uitsprak: *)

„De schroef door stoom gedreven, doorklieft binnen wei-
„nige jaren alle zeeën der wereld. Hulpstoomvermogen
„met zeilvaart gepaard, beantwoordt in het vervolg aan
„al de vereischten van snelheid, van zekerheid en van
„weinige kostbaarheid."

De opening van den verkorten waterweg naar Indië wordt door den drang der tijden gevorderd; zij kan in geen geval meer worden tegengehouden; zij is betrekkelijk nabij, zij verlevendigt nieuwe en rijke uitzigten voor alle oorden der wereld, want ook dit heb ik bij eene andere gelegenheid †) opgemerkt; op den nieuwen weg naar *Indië* doen zich nog andere uitzigten op, dan de verkorting van dien weg op zich zelf; uitzigten, waardoor de handel een ruim veld kan vinden, om nieuwe bronnen van welvaart voor het vaderland te openen. De oevers van de *Roode zee,*

---

*) Gewone Vergadering van de Natuurk. Afd. der Kon. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam, van 28 November 1857.

†) *Reizen naar de Landengte van Suez, Egypte enz.* bl. 192.

vooral langs de Afrikaansche kust, zijn nog weinig bekend; de binnenlanden van *Afrika,* een geheel werelddeel vol van de rijkste voortbrengselen, ligt daar voor allen open. Nieuwe betrekkingen kunnen daar aangeknoopt en nieuwe werkzaamheden kunnen daardoor in den handel opgewekt worden.

Dat *Engeland* en *Frankrijk* die belangen in het vooruitzigt der doorgraving reeds hebben ingezien, bewijzen zij door hunne nederzettingen langs den nieuwen waterweg, in en langs de *Roode zee.*

Moge *Nederland,* dat zich nu binnen weinige jaren in eene verbeterde gemeenschap met de zee, en in eene ruime spoorwegen-verbinding met zijne naburen zal mogen verheugen, dan toezien, om nog tijdig genoeg al de in zijne magt staande middelen aan te wenden, om door eene ruimere toepassing van stoomkracht op de zeevaart, en door het openen van nieuwe bronnen voor den handel langs den verkorten weg naar Indië, van dien weg tot zijn voordeel gebruik te kunnen maken!

Een moedige ondernemingsgeest, gepaard met onvermoeiden ijver, volhardende werkzaamheid en heldere inzigten, gesteund door vertrouwen op de wetenschap, gevoed door groote kapitalen, zijn daartoe noodig; maar deze leiden ook tot die magtige krachtsontwikkeling, die de welvaart van het vaderland op een vasten grondslag kan verzekeren.

KAART
van de
Doorgraving der Landengte
van
SUEZ.

MIDDELLANDSCHE ZEE
Golf van Pelusium
Said Haven
Oum Gamileh
MENZALEH
MITAMIEH
Meer Menzaleh
Oum Farey
Oum Tinch
Kasteel van Tinch
Tel el ymarchine
Tarromah
S.LVE
Groote Zoet Water Kanaal
Tel el herr
Bir el devietar
OATIEH
ADAMEH
Nabeh
Tel chemout
Kantara
Tel Hassenah
Birkeleft
Afnane
Meer
Ballah
Lamboul
Shoubra Soura
SMIT CLMIR
Horbeït
Oude
Tigurische
Pelusische
Facous
Salbieh
Cassassine
tak
Seraïg
Korein
El Ferdane kamp
Drempel van El Guise
ZAGAZIG
Horreh Oude
Kanaal van de wadde
Kan' der Ptolomeen
Tel Basta
Abasce
Tel el wadde
Raz el wadde
Salsalament
Tel el masrouta
Ramsès
Moukfar be Kanaan ouhr Rhaam
Timsah
Meer Timsah
Waddé
Toumilat
Nefiche
Abou Rhehek
Bir Abou Bullah
Raouornis
meer
Timsah
Ifege
Genefe
Naim
1e Gharah weg van Tonbastum
Tanssoum kamp
BUBBEÏS
Nerihe
Gelooffe de Ghoulieh
Dreinpel van Serapeum
Serapeum
Waddé watten
Suez
El mell Ali
El Ambak
Waddé
Abou
awaseel
Ghebrewel
Waddé marmaramleh
Gebel Genefe
Timsah
meer
Zoet water kanaal
Groot Zee
Zeikanaal
Menayeh
Chipin el Canaat
Tel el gouellah
Zoet - water - kanaal
Oude Geneeskundige school
Seriakos
Oude school van Stoffeerieren
Kanka
Spoorweg van Caïro naar Suez
Giaffra
Dar el Beda
Palets van Abas Pacha
Gebel Awebet
Dar el Amra
Gebel meenaserrahieh
Bouwvallen van Heliopolis
Overlandmail - weg van Caïro naar Suez met de Stations
Fort Ageroud
Zoet - water - kanaal
Gebel Armar
MASR of CAÏRO
Boulak
Citadel
Gebel Dioreh
Oud Caïro
Kraud Mouzyn
Bazaarlinn
Bir el Judawieh
Klooster van Bir el Bayda
Torah
Mokassarin
Klooster
SUEZ
Reede van Suez
Weg naar den berg Sinaï
Gebel Attaka
ROODE ZEE
Putten van Mozes
Mekka
Schaal van 1 à 500,000
Myriametres
0 1 2 3
1 reu graus van 35 in een graad
1 2 3 4 5 6
29°
30°
31°

Gegrav. & gedr. door Jac.t van Wouw Wolvenst Amsterdam

MEDEDEELING

AANGAANDE EEN BLOEIJEND EXEMPLAAR VAN

ENCEPHALARTOS ALTENSTEINII LEHM. ♂

UIT DEN

KRUIDTUIN TE AMSTERDAM.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

In den loop des jaars 1862 bloeiden in den kruidtuin alhier twee exemplaren van *E. Altensteinii*, een mannelijk en een vrouwelijk (zie *Versl. en Meded.*, Deel XV. p. 57). In de volgende regelen vindt men aangaande eerstgenoemd exemplaar eenige bijzonderheden medegedeeld, die, naar het mij voorkomt, niet van belang zijn ontbloot *)

Het mannelijk exemplaar van *E. Altensteinii*, waarvan

*) Het spreekt van zelf, dat bekende zaken in deze mededeeling niet worden aangeroerd. Ik had gewenscht ook van het vrouwelijk exemplaar te dezer plaatse iets te kunnen zeggen; de lange tijd echter, dien de vrouwelijke kegels schijnen noodig te hebben om te rijpen, noopt mij dit voornemen tot later uit te stellen. Op dit oogenblik zijn die kegels nog altijd gesloten.

ik zoo even gewaagde, werd het eigendom van den Amsterdamschen kruidtuin in 1850, in welk jaar het op de veiling van planten, nagelaten door wijlen Z. M. Koning WILLEM II, te 's Hage werd aangekocht. Men vindt het in den Catalogus dier veiling (uitgegeven bij J. G. LA LAU te Leiden) vermeld sub N° 201 op bl. 15.

Wijlen de Hoogleeraar DE VRIESE, met de zamenstelling van dien Catalogus belast, gaf toen omtrent het bedoelde exemplaar de volgende inlichting: „Hauteur de la plante entière 2.5 m. Cet individu d'une espèce de Cycadées toujours rare encore dans les jardins, se recommande par un grand développement, qui lui permet de produire des fleurs. L'inflorescence mâle à trois cônes de cet individu, telle qu'elle s'est montrée en 1846, a été décrite et figurée par Mr. DE VRIESE dans son ouvrage que nous venons de mentionner" (*Descriptions et figures des plantes nouvelles et rares du jardin de l'université de Leide et des autres jardins des Pays-Bas*, Arnz et C°. 1847).

Blijkens de mededeeling, voorkomende in het zoo even vermelde plaatwerk van den Hoogl. DE VRIESE, hadden de onderdeelen van ons mannelijk exemplaar in 1846 de volgende afmetingen:

	Meters
Stam hoog.	0.60
„ in middellijn.	0.45
Bladen (30 in getal en elk met p. m. 50 juga) lang.	1.50
Conus A (de meest ontwikkelde) met den steel lang.	0.50
„ in middellijn.	0.12
Steel van dien conus afzonderlijk lang.	0.11
„ „ „ „ „ in middellijn .	0.04
Schubben van dien conus lang . . . . 0.25 —	0.30
„ „ „ „ breed	0.20

In 1862, dus 16 jaar later, vond ik voor hetzelfde exemplaar, terwijl het met twee mannelijke kegels getooid was, de volgende afmetingen:

	Meters.	
Stam hoog	0.70	
" in middellijn	0.38	
Bladen (66 in getal en elk met 55—60 juga) lang . . .	1.90	
Conus A (de meest ontwikkelde) met den steel lang . . .	0.59	
Dezelfde in middellijn	0.12	
Steel afzonderlijk lang	0.13	
" " in middellijn .	0.04	
Schubben van dien conus lang .	0.04	(waarvan 23streep
" " " " breed .	0.20	voor het pars antherigera en 17 voor den snavel).

Uit eene vergelijking van deze twee opgaven blijkt, dat van ons exemplaar in 16 jaar:

	Meters.
1°. de stam was toegenomen in lengte	0.10
2°. " " " afgenomen in middellijn. . . .	0.07
3°. de bladen (vermeerderd met 36 stuks) waren toegenomen in lengte	0.40

en verder

4°. dat de grootste onzer mannelijke kegels 9 centim. langer was dan de krachtigste van de drie, welke zich vóór 16 jaar ontwikkelden.

Wat sedert lang bekend was, bevestigt zich dus ook weder uit onze uitkomsten, nl. dat de Cycadeeën uiterst langzaam in lengte toenemen. Ik vond voor 16 jaar een verschil van 1 decim., d. i. dus eene lengte-aanwinst van $6\frac{1}{4}$ millim. per jaar.

Dat ons exemplaar van *E. Altensteinii* in 1862 een grooter aantal bladen droeg dan in 1846, en dat verder die bladen langer en met meer foliola bezet waren, kan, met het oog op den toegenomen ouderdom onzer plant, geen bevreemding baren. Wel echter zou men, naar aanleiding van de sub 2 vermelde uitkomst, de vraag kunnen opperen, of de stam der Cycadeeën met het toenemen der jaren slanker of dunner wordt? Ik heb mij zelven die vraag ook voorgelegd, en naar gegevens gezocht, welke mij hare beantwoording mogelijk zouden kunnen maken. Mijne pogingen waren echter vruchteloos. Eene enkele bijdrage ter oplossing der vraag werd mij door het meten van een anderen Cycadeeënstam uit onzen hortus gegeven, nl. dien van *Cycas inermis* LOUR., waarvan de lengte en middellijn in 1849 door den Hoogleeraar MIQUEL werden te boek gesteld (*Analecta bot. Ind.*, II. 29).

MIQUEL dan vond voor dien stam (in 1849).

	Meters.
eene lengte van $3\frac{1}{2}$ Par. voet =	1.1375
eene middellijn van 10 — dm. =	0.270

en ik zelf (in 1863)

eene lengte van	1.200
eene middellijn van.	0.255

uit welke opgaven blijkt, dat die stam in den tijd van 14 jaar 0.0625 meters (d. i. pl. minus $4\frac{1}{2}$ millim. per jaar) in lengte toe-, en 0.015 meters in middellijn afge-

nomen is. Zonder nu aan deze opgaven meer waarde toe te kennen dan zij inderdaad verdienen, geloof ik toch, dat daaruit ten minste kan worden afgeleid, dat de stam van onzen *Cycas inermis* in 14 jaar tijds in dikte niet is toegenomen. Hetzelfde zou nu ook in 16 jaar voor onzen *E. Altensteinii* het geval hebben kunnen zijn. Of echter de uitslag mijner metingen bij *C. inermis* ons het recht geeft aan te nemen, dat het voor de middellijn van *E. Altensteinii* door DE VRIESE opgegeven cijfer juist is, dit zoude ik voorloopig meenen te mogen betwijfelen; het groot verschil tusschen de door hem en mij gevonden waarden doet het mij waarschijnlijk voorkomen, dat er in zijne opgave eene fout is ingeslopen.

Het verschil in lengte tusschen de in 1846 en 1862 door onze plant voortgebrachte kegels bedroeg 9 centim., en wel, meer in 't bijzonder, 7 centim. voor den eigenlijk gezegden kegel, en 2 centim. voor den steel. Verschil in middellijn tusschen de vroegere en tegenwoordige kegels werd niet opgemerkt. Met de forschheid der plant was dus ook de lengte der kegels toegenomen, hoewel aan den anderen kant niet mag worden voorbijgezien, dat onze plant in 1862 slechts 2, in 1846 daarentegen 3 kegels te voeden had.

Het mannelijk exemplaar van *E. Altensteinii*, waarop de hierboven meêgedeelde bijzonderheden betrekking hebben, werd door DE VRIESE, wegens de rosse haren, waarmeê vooral de top des stams bedekt was, als eene verscheidenheid der eigenlijke soort beschouwd (deze toch heeft een onbehaarden stam), en daarom var. *eriocephala* geheeten. Tot op dit oogenblik is de bedoelde bijzonderheid ons exemplaar bijgebleven, zoodat zij wel standvastig schijnt te zijn.

De foliola, welke reeds in 1846 de aandacht trokken door hun betrekkelijk gaven rand, en door DE VRIESE beschreven werden als „foliola integerrima, in superiore

margine rarissime 1-2 dentata, spinosa, in inferiore 1-2, paucissimis 3 aculeato-dentatis", zijn in dit opzicht niet veranderd, hetgeen trouwens in overeenstemming is met de meening, door MIQUEL uitgesproken in zijn nieuwste geschrift over de Cycadeeën (*Prodromus Systematis Cycadearum* 1862), dat nl. de foliola van *E. Altensteinii*, althans aan hun bovenrand, des te gaver zijn, naarmate zij aan oudere voorwerpen toebehooren. — Het naar de gaafheid zijner foliola door MIQUEL in zijne *Monographia Cycadearum* als var. *semidentata* beschreven (vroeger door DE VRIESE in het *Tijdschr. voor Nat. Gesch. en Phys.*, T. V. p. 188, als eene afzonderlijke soort — *E. Marumii* — aangehaald) exemplaar van *E. Altensteinii*, dat oorspronkelijk aan den welbekenden physicus VAN MARUM had toebehoord, en na diens dood naar den Amsterdamschen kruidtuin was overgegaan, is dáár voor eenige jaren gestorven, zoodat het „nunc adhuc exstat in Hort. Amstelod." (MIQUEL, *Prodr. Syst. Cycad.* p. 22) daarop helaas! niet meer van toepassing is.

Dat de kegels van *E. Altensteinii* zeer langzaam groeijen, zoo als door LEHMANN en MIQUEL reeds werd opgemerkt, daarvan heb ook ik de overtuiging gekregen. De twee kegels van ons mannelijk exemplaar werden, als twee ongewone verhevenheden, het eerst opgemerkt in April 1862 en wierpen eerst in October van datzelfde jaar hun stuifmeel uit, zoodat zij 7 maanden voor hunne volkomen ontwikkeling noodig hadden. Het verdient opmerking, dat het mannelijk exemplaar van *E. Altensteinii*, 't welk in 1844 in den kruidtuin te Hamburg bloeide, eveneens in October zijn stuifmeel uitstrooide.

De beide kegels van het vrouwelijk exemplaar werden het eerst in Mei 1862 opgemerkt, en zijn op dit oogenblik (13 Mei 1863) nog altijd gesloten. Sedert hun eerste verschijnen is dus een jaar verloopen. Zoodra de ont-

sluiting dier kegels heeft plaats gehad, hoop ik ook henaangaande het een en ander te kunnen mededeelen.

De beschrijvingen en teekeningen, door LEHMANN, MIQUEL en DE VRIESE van de mannelijke kegels van *E. Altensteinii* en hunne onderdeelen gegeven (zie LEHM., *Pugill.*, VI. p. 11—13, Tab. III, IV; MIQ., *Monogr.*, p. 51, *Epicr.*, p. 297, *Linnaea*, XIX. p. 420, Tab V. B. *a-d*, *Prodr. Syst. Cycad.*, p. 22; DE VRIESE, *Ned. Kruidk. Archief*, I, p. 168, *Descript. et fig.*, Fasc. I, pl. 1 en 2 en Fasc. II, pl. 10) maken het overbodig deze organen op nieuw in bijzonderheden na te gaan, vooral daar die beschrijvingen en teekeningen ook op ons exemplaar volkomen van toepassing zijn. Slechts op eene enkele bijzonderheid, die ik in de bovenaangehaalde verhandelingen niet vermeld vond, wensch ik te dezer plaatse de aandacht te vestigen.

Zij betreft n.l. de *rangschikking* van de met helmknoppen bezette schubben aan de as, waarop zij bevestigd zijn. Het is, reeds bij den eersten oogopslag, duidelijk, dat deze rangschikking eene spiraalswijze is, maar het valt eveneens in het oog, dat de hoek van divergentie der schubben niet onmiddellijk kan worden aangegeven. Daartoe dient men een omweg te maken, hierin bestaande, dat men — zoo als zulks voor zeer talrijke en dichtopeengehoopte werktuigen gebruikelijk is — de links en rechts gewonden secundaire spiralen bij elkander telle, en de zóó verkregen som als den noemer beschouwe eener breuk, voor welke de teller uit de welbekende normale breukenreeks ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{13}$ enz.) kan worden afgeleid.

Bij onze beide mannelijke kegels nu van *E. Altensteinii* vond ik de schubben in 5 linksche en 8 rechtsche spiralen langs de centrale spil bevestigd, te zamen uitmakende 13 spiralen, en bleek het mij dus, dat de breuk $\frac{5}{13}$ als diegene kon worden aangemerkt, waardoor de rangschikking dier schubben zoo juist mogelijk werd aangeduid. In over-

eenstemming met die 13 spiralen, trof ik aan den steel der kegels ook 13 vlakke zijden aan, waarvan sommige naakt, andere met een kort grijs vilt bedekt waren. De hoek van divergentie der mannelijke schubben van *E. Altensteinii* kan dus op 146° 9′ 14″ geschat worden. Nog zij vermeld, dat ik in iedere linksche spiraal 75, en in iedere rechtsche 48 schubben aantrof, zoodat het totaal der schubben van een en denzelfden kegel p. m. 759 bedroeg.

Ten slotte voeg ik hier nog twee opmerkingen bij, die wel is waar beter in eene anatomische verhandeling onzer plant zouden te huis behooren, doch die ik toch even wensch aan te stippen. De eerste is deze, dat de wanden der helmknoppen van *E. Altensteinii* geene spiraalcellen bevatten en dat desniettegenstaande hun openen en sluiten door uitdrooging en bevochtiging kan worden te weeg gebragt. In de plaats van spiraalcellen trof ik dikwandige ongestippelde (?) cellen aan. Uit deze waarneming, geheel in overeenstemming met eene andere van PURKINJE, betrekking hebbende op *Zamia media* (*De cellulis antherarum fibrosis*, 1830. Tab. I, fig. 1) blijkt, dat de spiraalbanden in de cellen van de wanden der helmknoppen niet, zoo als men dit wel eens vindt voorgesteld, voor het openspringen dier werktuigen onvoorwaardelijk noodig zijn.

De tweede opmerking is deze, dat het weefsel der schubben, waardoor de helmknoppen bij *E. Altensteinii* gedragen worden, uitmuntend geschikt is om de juistheid van WIGANDS meening, dat het bassorine geen afscheidingsproduct is, maar uit gedesorganiseerde cellen ontstaat (PRINGSHEIM'S *Jahrbücher für wissenschaftl Bot.*, III, p. 115), nevens de door hem zelven aangehaalde voorbeelden te staven.

E. Altensteinii werd het eerst onder dien naam beschreven en in niet bloeijenden toestand afgebeeld door LEHMANN

te Hamburg in 1834 (*Pugill.*, VI. p. 11—13, Tab. III, IV). De eerste bloeijende, zoowel mannelijke als vrouwelijke, exemplaren werden door denzelfden geleerde in den Hamburger kruidtuin waargenomen in 1844 (*Bot. Zeitung*, 1844, p. 863) en, wat de afmetingen betreft, kort beschreven. Eene afbeelding van een gedeelte des mannelijken kegels van een dier exemplaren — de eerste, die van zulk een conus gegeven werd — vindt men in MIQUELS *Collectanea ad Cycadearum cognitionem* (*Linnaea*, Tab. XIX). Naar een gedroogd voorwerp vervaardigd, laat echter die teekening veel te wenschen over. Eene naar het leven ontworpen en gekleurde, zeer fraaije, doch alleen wat den steel betreft minder gelukkig geslaagde, afbeelding van een zelfden mannelijken kegel gaf DE VRIESE in zijne *Descr. et Fig.* (Pl. 1). In hetzelfde werk vindt men (Pl. I rechts) eene afbeelding van een gedeelte eens vrouwelijken kegels naar een gedroogd exemplaar uit den Hamburger kruidtuin. Eene naar het leven ontworpen teekening van een dergelijken vrouwelijken kegel werd voor ons door den Heer GEIKEMA vervaardigd naar het exemplaar van den Amsterdamschen Hortus, waarvan hierboven gewaagd werd. Ik hoop deze teekening aan mijne later aangaande dat exemplaar voor te dragen mededeeling te kunnen toevoegen.

Amsterdam, 13 Mei 1863.

OVER DE BETEEKENIS

DER

VERHEVENHEDEN AAN DE OPPERVLAKTE DER ZADEN

VAN

STRYCHNOS NUX VOMICA *L.*

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Bij het gebruiken van O. BERG's *Pharmazeutische Waarenkunde* (2e. Ed, 1857, p. 440 en 3e Ed., 1863, p. 484) en van zijne *Darstellung und Beschreibung sämmtlicher in der Pharmacopoea Borussica aufgeführten offizinellen Gewächse* (Heft 13, A° 1860), trof het mijne aandacht, dat deze S. zich zelven in de verklaring van den aard der verhevenheden, welke zich aan de oppervlakte der braaknoten of kraanoogen (*Nuces vomicae* of *Semina Strychni*) vertoonen, niet gelijk bleef, integendeel, bij elk der hierboven opgesomde drie gelegenheden, die hem werden aangeboden om zijne meening aangaande de onderwerpelijke zaak kenbaar te maken, het tegendeel verkondigde van wat hij bij eene vroegere gelegenheid gezegd had.

Zoo verklaarde hij in de 2e editie zijner *Waarenkunde* (1857), dat de *navel* (hilus) der braaknoten door de kleine

verhevenheid in het midden harer buikvlakte, het *vaatmerk* (chalaza) daarentegen door die aan haar rand aangeduid wordt; in zijne *Darstellung* (1860) omgekeerd, dat de *navel* aan den rand en het *vaatmerk* in het midden der buikvlakte gelegen is, terwijl men eindelijk in des S. laatste geschrift, d. i. de 3e uitgave zijner *Waarenkunde* (1863), de meening, reeds in 1857 voorgestaan, op nieuw voorgedragen, en die van 1860 verlaten vindt. De verheven lijn, die de uitwassen aan den rand en in het midden der buikvlakte bij de braaknoten vereenigt, wordt door BERG overal met den naam van *raphe* bestempeld.

Reeds in mijne *Aanteekeningen op de Pharmac. Neerl.* trachtte ik op theoretische gronden aan te toonen, dat de door BERG in de 2e uitgave zijner *Waarenkunde* *) voorgedragen leer de ware niet zijn kon. Als antwoord echter op mijne bedenking antwoordde de S. eenigen tijd later in zijne kritiek op mijne *Aanteekeningen* (zie *Bot. Zeitung* van MOHL en SCHLECHTENDAL, Jaarg. 1858), dat hij tot het aannemen van het bestaan eener raphe bij de braaknoten gekomen was, doordien hij 1° in zeer jeugdige, op spiritus bewaarde, ovaria van *Strychnos Nux vomica* eitjes had aangetroffen, welke door eene korte navelstreng gedragen werden, en 2° bij dezelfde eitjes te vergeefs gezocht had naar de verheven streep, welke bij rijpe zaden uit het centrum naar den omtrek loopt; twee gegevens, waaruit hij meende te mogen afleiden, dat later (door eene gedeeltelijke omwenteling van het eitje?) de korte navelstreng met de zaadhuid vergroeijen, en op die wijze eene raphe vormen zou.

Ik ben later op de zaak in quaestie niet teruggekomen, maar wensch daarover, naar aanleiding van de hierboven

*) Zijne beide andere werken hadden toen ter tijde het licht nog niet gezien.

vermelde redenen, thans nog een enkel woord in het midden te brengen.

Nadat ik de tegenstrijdigheid in de duiding van de verhevene plaatsen aan de oppervlakte der nuces vomicae in drie van BERG's kort na elkander in 't licht verschenen werken had opgemerkt, poogde ik allereerst tot de kennis der waarheid te geraken, door eene reeks van Schrijvers, zoowel kruidkundigen als pharmacologen, wier geschriften mij ten dienste stonden, op het punt in quaestie te raadplegen. Dit onderzoek werd echter door geen gunstigen uitslag bekroond, daar ik tot mijne teleurstelling telkens op gebrek aan overeenstemming stuiten moest. Zoo vond ik o. a. dat LINDLEY (*Vegetable Kingdom*, 1853, p. 602. Loganiaceae), ENDLICHER (*Genera Plantarum*, p. 575 onder Strychnos), BLUME (*Rumphia*, I. p. 67 onder Strychnos Tieuté), SCHROFF (*Lehrbuch der Pharmacognosie*, 1852, p. 251), GUIBOURT (*Histoire des drogues simples*) en PEREIRA (*Elements of Materia medica*, 1850, p. 1480 onder Strychnos Nux vomica), even als BERG in zijne *Waarenkunde*, den navel der braaknoten in het midden der buikvlakte zoeken, terwijl SCHLEIDEN (*Handbuch der Pharmacognosie*, 1857, p. 389) en BERG (*Darst. u. Beschr.*) als zoodanig de verhevenheid aan haar rand beschrijven; dat LINDLEY, ENDLICHER, BLUME en SCHROFF de chalaza onder den navel, BERG (*Waarenkunde*), PEREIRA en GUIBOURT haar aan den den rand, BERG (*Darst. u. Beschr.*) en SCHLEIDEN eindelijk haar in het midden der buikvlakte doen plaats nemen; ten slotte, dat LINDLEY, ENDLICHER, BLUME en SCHROFF geen van allen van eene raphe gewagen, terwijl PEREIRA, SCHLEIDEN, BERG en GUIBOURT dien naam wel degelijk bezigen, en hem toepassen op de verheven streep, die het midden der buikvlakte met de uitpuilende plaats aan den rand vereenigt. In één enkel punt komen de genoemde Schrijvers allen met elkander overeen, namelijk in de bepaling van de plaats

der micropyle. Als zoodanig noemen allen dat plekje aan den rand der zaadhuid, waaronder de top van het worteltje gelegen is *).

Uit het hierboven medegedeelde blijkt, dat er drie verschillende meeningen bestaan ten opzichte van de beteekenis der verheven plaatsen aan de oppervlakte der braaknoten, waarvan het volgend tabellarisch overzicht zou kunnen gegeven worden.

I. Navel in 't midden der buikvlakte. Chalaza onder den navel (niet zichtbaar). Geene raphe. (*Semina amphitropa.*) LINDLEY, ENDLICHER, BLUME, SCHROFF.

II. Navel in 't midden der buikvlakte. Chalaza aan den rand. Raphe aanwezig. (*Semina* . . . . . .?) PEREIRA, GUIBOURT, BERG (*Waarenkunde*).

III. Navel aan den rand. Chalaza in 't midden der buikvlakte. Raphe aanwezig. (*Semina semianatropa*). SCHLEIDEN, BERG (*Darst. u. Beschr.*).

Eene aandachtige overweging van de door PEREIRA, BERG en GUIBOURT voorgedragen beschouwing, vermeld sub II, leert ons, dat deze nimmer juist kan zijn. Zaden toch, bij welke de chalaza naast de micropyle, en de navel halverhoogte de zaadkorrel gelegen is, zijn niet bekend; en ofschoon ik nu aan deze opmerking geen grooter gewigt wensch toegekend te zien dan zij werkelijk verdient, zoo behoort toch ook in overweging genomen te worden, dat geene enkele Loganiacee zaden voortbrengt als die, welke door de hierboven genoemde Schrijvers bedoeld worden.

De door BERG voorgedragen en vroeger door mij in substantie medegedeelde verdediging zijner zienswijze kan hier geen gewigt in de schaal leggen, aangezien die ver-

*) De verhandeling over de Loganiaceae van BENTHAM in *The Journal of the proceedings of the Linn. Society*, Vol. I, bracht mij geene schrede verder tot de oplossing der quaestie.

dediging op geene waarneming, maar slechts op eene vooronderstelling gegrond is.

Er blijft ons dus over om de sub I en III vermelde zienswijzen nader te onderzoeken en tusschen deze eene keuze te doen.

Men zal mij wel willen toestemmen, dat, indien het hier bloot om eene keuze te doen was, er wel eenige reden zou bestaan om ons te scharen aan de zijde van hen, die de zaden van *Strychnos Nux vomica* amphitroop noemen. Immers mag het niet worden betwijfeld, dat mannen zoo als BLUME, die de gelegenheid hadden, de versche vruchten van deze of gene *Strychnos*-soort te onderzoeken, zich met genoegzame zekerheid overtuigd zullen hebben van de wijze, waarop de zaden in zulk eene vrucht met de navelstreng verbonden waren; en wanneer zulke waarnemers nu getuigen, dat zij dat orgaan zich in het midden der buikvlakte dier zaden zagen inplanten, dan zou zulks wel in staat zijn om ons eenig wantrouwen in te boezemen jegens eene uitspraak, die ons geheel iets anders leert, en, vergis ik mij niet, een uitvloeisel was van eene, zij het ook aandachtige, beschouwing van gedroogde zaden uit den handel. Ik wil echter nog eene schrede verder gaan, en trachten aan te toonen, dat SCHLEIDEN en BERG (*Darst. u. Beschr.*) inderdaad hebben misgetast.

Het komt mij voor, dat beide Schrijvers er toe geleid werden, de zaden van *Str. Nux vomica* als semianatroop te beschouwen, doordien zij in de verheven streep, die zich van het midden van eene der platte zijden dier zaden tot aan haar rand uitstrekt, eene raphe meenden te vinden; en waarlijk, indien deze opvatting juist ware, dan zoude er tegen de door hen voorgedragen meening niet veel kunnen worden ingebracht. Want, daar de raphe altijd gelegen is tusschen den navel en de chalaza, zoo zouden deze beide punten bij de braaknoten, bij 't bestaan eener raphe,

door de verhevenheden aan hare buikvlakte en aan haar rand worden voorgesteld, en zoude, naar aanleiding van onze aanmerking op de stelling, vermeld sub II, de navel nimmer aan de buikvlakte kunnen gelegen zijn, en er niets anders aan te nemen overblijven, dan dat deze plaats van aanhechting der navelstreng door de kleine verhevenheid aan den rand zou worden vertegenwoordigd.

Nu echter is het aan geen twijfel onderworpen, dat de zaden van *Str. Nux vomica* geene raphe bezitten. Ik heb mij daarvan door middel van het mikroskoop overtuigd. In eene raphe vindt men immer spiraalvaten, en deze organen nu worden in de verheven lijn aan de oppervlakte der braaknoten niet alleen gemist, maar daarenboven bleek het mij, dat die lijn uit niets anders dan eene dichte opeenhooping van haren bestaat, geheel overeenkomend met die, welke het zijdeachtige overtreksel van genoemde zaden helpen vormen, en dat zelfs de zaadhuid niets ter harer vorming bijdraagt.

Gaan wij nu van dit feit uit, dat nl. eene raphe bij de braaknoten niet aanwezig is, dan bestaat er geene enkele reden om de juistheid der opgaven van eenige der beroemdste systematici (BLUME, LINDLEY, ENDLICHER) — onder welken er althans één voorkomt, van wien men weet, dat hij de vruchten van sommige Strychnossoorten in loco onderzocht — die de zaden van *Str. Nux vomica* amphitroop noemen, m. a. w. hun navel in het midden der buikvlakte zoeken, in twijfel te trekken.

Ik houd mij dan ook overtuigd, dat men mij, na het hier boven meêgedeelde, wel zal willen toegeven, dat de beschrijving der braaknoten, zoo als die gegeven werd door SCHLEIDEN, BERG (zoowel in zijne *Waarenkunde* als in zijne *Darstellung*) en PEREIRA onnaauwkeurig is, en dat wij ons aan die der zoo even genoemde systematici behooren te houden.

Dat de kleine verhevenheid aan den rand der zaden van

Strychnos aan BLUME niet ontgaan was, blijkt ons uit zijne beschrijving in de Rumphia, alwaar wij lezen: „Semina..... ventre hilo superficiali et margine cicatricula stomatis parumper prominente notata", en verder (onder *Strychnos ligustrina*): „Semina..... in latere convexo ventrali hilo superficiali, in dorsali depressione centrali, et in margine angusto attenuato papillâ minutâ embryotegâ notata". Inderdaad schijnt die uitpuiling niet anders dan de gezwollen rand van het exostomium te zijn.

Ten slotte nog een enkel woord over de haren, waaraan de braaknoten haar glans en hare gladheid verschuldigd, en die met hunne toppen naar buiten, en niet naar binnen gekeerd zijn, zoo als zulks door enkele pharmacologen werd aangegeven.

De zaadhuid der braaknoten bestaat uit twee werkelijk van elkander verschillende lagen, eene uit- en inwendige. De eerste, die verreweg het belangrijkst heeten mag, is zaamgesteld uit lange, aan haar voet min of meer kolfvormig gezwollen cellen, die van ter zijde oppervlakkig met elkander zamenhangen, eene liggende houding hebben, en dus dicht tegen de inwendige laag aangedrukt zijn. Het onderzoek dier cellen wordt gemakkelijk gemaakt door de braaknoten eerst in water te doen weeken, en daarna dunne doorsneden der zaadhuid onder het mikroskoop met bijtende potassa of zwavelzuur te behandelen. Hierbij zwellen die cellen aanzienlijk op, en wordt het terstond duidelijk, dat zij gedeeltelijk tot de net- en gedeeltelijk tot de spiraalcellen behooren, m. a. w. dat de secundaire lagen zich aan de binnenzijde van haar kolfvormig gezwollen voet in de gedaante van een net, en hooger op, in het smallere gedeelte, in den vorm van 6-8 of meer, van ter zijde naauw aaneensluitende banden hebben afgezet. Deze banden loopen in bijna loodrechte richting naar boven, en keeren aldaar óf om, als wanneer zij, zoo te zeggen, hun weg

in tegenovergestelde rigting vervolgen, óf vloeijen dáár ineen tot eene soort van schild, dat zich als een homogeen plaatje voordoet. Op enkele plaatsen zijn die banden gespleten of ook wel vertakt en door dwarsarmen met elkander verbonden. Alle banden zijn plat, tamelijk dik, homogeen, en vullen het cilindervormig gedeelte der cellen bijna geheel. Tusschen de normaal gevormde cellen vindt men er ook, die blijkbaar op een lager standpunt van ontwikkeling bleven staan; deze hebben eene onregelmatige of mutsvormige gedaante en behooren tot de netcellen.

Het zijn nu de hierboven beschreven normaal ontwikkelde cellen, die men gewoon is met den naam van *haren* te bestempelen. In de 2e uitgave zijner *Waarenkunde* (1857 p. 441) beging BERG de fout om de *banden*, welke in elke dier cellen voorkomen, als haren te beschouwen, natuurlijk ten gevolge daarvan, dat hij den primairen celwand, binnen welken die banden besloten zijn, over 't hoofd zag. Reeds in mijne *Aanteekeningen op de Pharm. Neerl.* maakte ik op deze fout opmerkzaam, en in de 3e uitgave derzelfde *Waarenkunde* wordt zij dan ook niet meer aangetroffen.

Er is echter nog een punt, waarin ik het niet met BERG eens ben, nl. in zijne opvatting van het verband, waarin de hier boven beschreven haarvormige cellen tot de dieper gelegen laag der zaadhuid staan. BERG doet het voorkomen alsof die haarvormige cellen eenvoudig uitgerekte cellen dier diepere laag zijn, terwijl ik het er voor houd, dat zij te zamen een zelfstandig overtreksel vormen, dat met de dieper gelegen laag niets te maken heeft. Ik steun hierbij vooral op de waarneming, dat de cellen, welke onder de zoogenoemde haren voorkomen, en in 5-6 boven elkaar geplaatste reeksen eene strook vormen van $\frac{1}{100}$ — $\frac{1}{70}$ millim. dikte, geene de minste overeenkomst met die haren aanbieden, integendeel, in elk opzicht — zoo-

wel in grootte, afbakening, richting der langste as als in kleur — daarvan verschillen; en verder, dat er tusschen de haren geene enkele cel van een ander maaksel voorkomt. Van daar dan ook dat ik vroeger van twee lagen gewaagde, waaruit de zaadhuid der braaknoten zou bestaan.

Het spreekt echter van zelf, dat een onderzoek van zeer vroege ontwikkelingstoestanden noodig zou zijn om een voldoend antwoord te geven op de vraag, of de oorspronkelijke vorm der haren aan de oppervlakte der braaknoten ook met dien der cellen van de dieper voorkomende laag punten van overeenkomst aanbiedt?

Mei, 1863.

OVER

DE GROEFJES (*FOVEOLAE*)

AAN DE

OPPERVLAKTE DER BLADEN

VAN

PLEUROTHALLIS, BULBOPHYLLUM EN STELIS.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

In WIEGMANN'S *Archiv* 1838 beschreef MEIJEN voor 't eerst eene soort van trechtervormige indrukselen aan de oppervlakte der bladen van *Pleurothallis ruscifolia;* indrukselen, die, naar zijne meening, als plaatsvervangers der huidmondjes beschouwd moesten worden.

In denzelfden jaargang van hetzelfde *Archiv* (daaruit overgedrukt in zijne *Beiträge zur Botanik*, 1844, p. 5), toonde SCHLEIDEN de onjuistheid der bedoelde beschouwingswijze aan, en wel op grond van de overweging, dat de door MEIJEN beschreven groefjes geene ware openingen waren, waardoor vrije toegang tot de inwendige deelen der bladen zou worden verleend, maar zich veeleer voordeden als diepten, op eene zekere hoogte door een vlies afgesloten.

Nog eene andere, door MEIJEN medegedeelde en op de groefjes van *Pleurothallis* betrekking hebbende, bijzonderheid werd door SCHLEIDEN in een gewijzigd licht gesteld. Inderdaad vond laatstgenoemde, dat die groefjes niet bij voorkeur aan de boven- en slechts in zeer geringen getale aan de ondervlakte der bladen van *Pleurothallis* verspreid staan, maar òf aan beide oppervlakten even talrijk zijn, òf wel, aan de ondervlakte in grooter hoeveelheid voorkomen dan aan de bovenvlakte.

Eindelijk wees SCHLEIDEN er op, hoe MEIJEN twee belangrijke bijzonderheden in zijne beschrijving van de groefjes van *Pleurothallis* over 't hoofd had gezien, nl. 1°. dat de opperhuidscellen, waardoor die groefjes 't naast omgeven worden, op eene bijzondere wijze gerangschikt zijn, en 2°. dat de parenchymcellen, welke den voet der trechtervormige indrukselen — onmiddellijk onder de opperhuid — omringen, van alle andere, tot dat parenchym behoorende, afwijken, doordien zij, op de plaats harer vereeniging met de cellen dier groefjes, netvormig gestippeld zijn.

Eene verklaring van den waren aard der bedoelde indrukselen werd door SCHLEIDEN noch in WIEGMANN'S *Archiv*, noch in zijne *Beiträge*, die zes jaar later (d. i. in 1843) het licht zagen, gegeven, hetgeen echter niet te verwonderen was, daar die verklaring alleen uit de ontwikkelingsgeschiedenis dier groefjes kon worden afgeleid, en voorwerpen tot zoodanig onderzoek den Schrijver ontbraken. Op grond echter van hetgeen hem vroeger bij de bladen van sommige Nymphaeaceeën, bij *Acrostichum alcicorne* en *Peperomia Peresciaefolia* voorgekomen was, uitte SCHLEIDEN het vermoeden, dat de groefjes van *Pleurothallis* te beschouwen zouden zijn als plaatsen, waarin vroeger een haar zoude zijn verborgen geweest.

In zijne *Wissensch. Botanik.*, II. p. 200 (1850), komt SCHLEIDEN in enkele regels nog eenmaal op de groefjes van *Pleurothallis* terug. Die regels bevatten echter niets nieuws; want mogt het daaruit, bij eene oppervlakkige lezing, ook al schijnen te blijken, dat het vroeger door den S. geuite en zoo even medegedeelde vermoeden bij hem tot zekerheid geworden was, toch laat eene aandachtige overweging dier regels de stellige overtuiging achter, dat daarin die bekentenis niet ligt opgesloten, daargelaten dat de S. van geene nieuwe waarnemingen gewag maakt, en de vroeger door hem gegeven teekening, overgenomen in onze Fig. 7, niet, als onnaauwkeurig, terugtrekt *).

Nieuwere mededeelingen ten opzichte van de groefjes aan de oppervlakte der bladen van *Pleurothallis* dan die van SCHLEIDEN zijn mij niet bekend; en het is om deze reden dat ik niet aarzel daarop nog eenmaal de aandacht te vestigen, en een beknopt verslag te geven van mijne eigene onderzoekingen aangaande dit onderwerp.

De soort van *Pleurothallis*, die mij de stof tot die onderzoekingen leverde, was *P. ophiocephala*.

---

*) SCHLEIDEN zegt in zijne *Grundzüge* woordelijk het volgende: „Häufiger noch sind Haare die aus einer cylindrischen Zelle bestehen, welche eine kugelförmige Endzelle trägt, und in einem Grübchen der Epidermis befestigt sind, welches sie fast ganz ausfüllen; auch sie werden oft zerstört und lassen täuschende Narben zurück. Immer zeigt die Epidermis in ihrer unmittelbaren Nähe einige Eigenheiten. Beispiele sind: die meisten Piperaceen (Piper obtusifolium) und viele tropische Orchideen (Pleurothallis ruscifolia)."

Het is blijkbaar, dat de voorbeelden, door den S. aangehaald, en waartoe ook de meermalen genoemde Pleurothallis behoort, beschouwd kunnen worden als tot de laatste, even goed als tot de voorlaatste zinsnede te behooren. Waarom de S., als hij gewaagt van „viele tropische Orchideen" niet meer dan één enkel voorbeeld aanhaalt, en dan nog wel een zoodanig, dat vroeger herhaaldelijk dienst deed, is niet wel te begrijpen.

Aan de donkergroene glanzige bovenvlakte der bladen dezer soort ontdekt men met behulp van het vergrootglas op onregelmatige ($\frac{1}{2}$—1 of meer millimeters groote) afstanden van elkander, duidelijke indrukselen, niet grooter dan naaldeprikken, die nu eens een glanzig en dan weer een dof voorkomen hebben, en in het laatste geval met een vliezig lichaampje schijnen gevuld te zijn. Vooral aan den rand der bladen doen zich die indrukselen talrijker en meer op elkander gehoopt voor. Aan de ondervlakte derzelfde bladen daarentegen, vindt men mat-witte, zeer sterk op elkaar gedrongen, stippen op een mat-groen, bleeker veld. Slechts bij een zeer naauwkeurig onderzoek is het (met behulp eener loupe) mogelijk, tusschen die mat-witte stippen indrukselen of glanzig-witte stippen te onderscheiden. Uit een mikroskopisch onderzoek nu blijkt, dat al wat aan de *boven*vlakte der bladen onzer *P.* gevonden wordt, overeenkomt met de door MEIJEN voor 't eerst beschreven groefjes, en dat huidmondjes hier ten eenenmale ontbreken; verder, dat de mat-witte stippen der *onder*vlakte huidmondjes vertegenwoordigen, en dat de daartusschen verspreide indrukselen in alle opzichten met die der bovenvlakte overeenstemmen. *Pleurothallis ophiocephala* draagt dus, even als *P. ruscifolia,* groefjes aan beide zijden der bladen. Of eene dier zijden daarmede rijkelijker bedeeld is dan de andere, waag ik niet te beslissen. Het kwam mij voor, dat het aantal groefjes voor beide oppervlakten hetzelfde was.

Van boven gezien, doen de groefjes van volwassen bladen zich onder het mikroskoop meest voor als bruinachtige vlekken, die door hare ondoorschijnendheid het onderzoek van dieper gelegen lagen in den weg staan; soms echter ook als in onze Fig. 4, d. i. dus als een ondiep kanaal, waarvan de mond door een veelhoekigen dikken ring ingesloten is. Het is uit zulk een onderzoek niet op

te maken, of het kanaal open is en dus aan de lucht vrijen toegang tot het binnenste des blads verleent. Om hierover te beslissen zijn vertikale doorsneden noodig.

Zulk eene vertikale doorsnede nu ziet men in de Figuren 1 en 6. In gene ontdekt men bij *a.* het vliezige gekleurde lichaampje, hetwelk het bovenst gedeelte der groefjes meestal aanvult en het licht onderschept; terwijl Fig. 6 ons 't geval voorstelt, waarin dat lichaampje verloren ging, en alleen datgene overbleef, wat in het lagere gedeelte van het groefje vervat was. Het is uit deze Fig. 6, die ons eene doorsnede door 't midden van een groefje voorstelt, duidelijk, dat er uit dit laatste nergens eene opening naar het binnenste des blads voert; integendeel, dat er, even onder de oppervlakte der opperhuid, een schot voorkomt, — ook door SCHLEIDEN opgemerkt, en door hem *vlies* geheeten — hetwelk dat groefje afsluit, en dus alle overeenkomst tusschen haar en een huidmondje doet vervallen.

Tot hiertoe komt hetgeen ik waarnam in hoofdzaak met de beschrijving van SCHLEIDEN overeen. De vraag echter, welke de aard is van dat schot of vlies, en als hoedanig men dit te beschouwen hebbe, blijft mij nog ter beantwoording over. SCHLEIDEN heeft die vraag niet opgelost, niettegenstaande men geenszins jonge bladen noodig heeft om tot die oplossing te geraken en oude daartoe zelfs beter kunnen dienen. Wel zegt de S., dat de ruimte onder het vlies met ondoorschijnende stoffen gevuld was, en het onderzoek daardoor werd bemoeijelijkt; maar een paar regels later vermeldt hij zelf, dat die stoffen zich door aetherische oliën en andere oplossingsmiddelen lieten verwijderen; en hieruit mag men dus gerustelijk afleiden, dat de beantwoording der gestelde vraag wel had kunnen gegeven worden, maar — door welke omstandigheid dan ook — werd verzuimd. Ook de door SCHLEIDEN gegeven

teekening van de loodrechte doorsnede van een groefje van *Pl. ruscifolia* (zie onze Fig. 7) is niet in staat om de onderwerpelijke zaak op te helderen, en is, zoo als mij dan ook gebleken is, onjuist.

Uit mijne eigen waarnemingen nu is het mij gebleken, dat het door SCHLEIDEN met den naam van „vlies" bestempelde schot niets anders is dan de bovenwand eener cel, en niet, zoo als des genoemden Schrijvers teekening het aangeeft, een strookje van de cuticula; verder, dat die cel de grootste ruimte van het groefje vult; van ter zijde niet met de haar omgevende opperhuidscellen organisch vereenigd is, maar vrij staat; eindelijk, dat zij alleen aan haar voet met die opperhuidscellen ten naauwste zamenhangt (Fig. 1, 2, 6 *x*). Hoe jonger het blad was, dat ik onderzocht, des te dunner was ook de wand dier cel. Daarenboven vond ik de laatste bij oude bladen ledig — nooit met ondoorschijnende stoffen gevuld — bij jonge daarentegen altijd van een vloeibaren ongekleurden inhoud voorzien.

Uit het hierboven meêgedeelde, en beter nog uit mijne teekeningen (Fig. 1, 2, 6) kan dus het besluit getrokken worden, dat de bedoelde, aanvankelijk dun-, doch later dikwandige, cel niets anders is dan eene opperhuidscel; maar eene cel, die, bij wijze van een haar, sterk in de lengte uitgegroeid is, en daardoor boven de naast aangelegene opperhuidscellen uitsteekt.

Kiest men nu voor zijn onderzoek jonge in plaats van oude bladen, dan blijkt het (Fig. 2 en 3 *c.*), dat op de hierboven beschrevene nog eene andere cel rust, maar eene kogelronde, dunwandige, met een lichtgeel vocht gevulde en slechts tijdelijk aanwezige. Om haar bijzonder voorkomen en haar inhoud, zou men die ronde cel „klier" kunnen noemen, en zoo zou dan de blijvende en later dikwandige cel als de steel of de steuncel dier klier kunnen

worden aangemerkt. Ook uit deze bijzonderheid blijkt op nieuw, dat MEIJEN's denkbeelden aangaande de groefjes van *Pleurothallis* onjuist waren.

Is nu de kogelronde topcel gebersten of ineengeschrompeld, en donkerder, bruinachtig van kleur geworden, zoo als zulks bij volwassen bladen doorgaans wordt aangetroffen (Fig. 1 *a*), dan doet zich het geval voor, dat het geheele groefje met een vreemd lichaam gevuld schijnt en het van onder komend licht zoodanig onderschept wordt, dat een verder onderzoek van dieper gelegen deelen onmogelijk wordt. Dat SCHLEIDEN dit vreemde lichaam voor den inhoud der steuncel (*zijne* holte onder het afsluitend „vlies") gehouden heeft, komt mij waarschijnlijk voor.

Ofschoon nu het voortbrengen van haren of gesteelde klieren door de opperhuid volstrekt niet tot de zeldzaamheden, integendeel, tot de zeer algemeene verschijnselen in het plantenrijk behoort, zoo is het toch aan den anderen kant niet te ontkennen, dat daarmede bij *Pleurothallis* bijzonderheden gepaard gaan, die elders slechts schaars worden aangetroffen. Deze bijzonderheden bestaan daarin, dat de drie of vier cirkels van opperhuidscellen, die de gesteelde klier het naast omgeven, niet met de overige — verder afgelegene — zoo als zulks gewoonlijk het geval pleegt te zijn, in hetzelfde vlak liggen, maar eene soort van kom vormen, uit welker midden de steel der klier oprijst; en verder, dat de cellen, welke den diepst gelegen cirkel zamenstellen, en soms ook nog dien van den naar boven daaropvolgenden of nog hooger voorkomenden, veel kleiner dan al de overigen en daarbij sterk verdikt van wand en duidelijk gestippeld zijn. Deze beide bijzonderheden hebben ten gevolge, dat eene doorsnede, evenwijdig aan de opperhuid op de hoogte van de plaats, waar de basis der klierdragende cel tusschen de opperhuidscellen ingesloten is,

een voorkomen heeft als in onze Fig. 5, waar *p* ons dieper gelegen cellen van het bladparenchym, z. de dikwandige gestippelde opperhuidscellen van den diepst gelegen cirkel, en *x* den doorgesneden voet van den kliersteel voorstelt.

Vergelijkt men nu mijne teekeningen (Fig. 1, 2 en 6) met die van SCHLEIDEN (Fig. 7), dan is het duidelijk, dat het verschil tusschen beiden daarin bestaat:

1°. dat bij S. het schot van het trechtervormig groefje (*c*) zich voordoet als een strookje cuticula; bij mij daarentegen als de bovenwand eener cel.

2°. dat bij S. de ruimte onder het schot geen eigen wand heeft; terwijl zij zich in mijne teekening voordoet als het lumen eener op zich zelve staande cel, die door de opperhuidscellen ingesloten is, ja, wat meer zegt, tot de opperhuidscellen zelven behoort, zoo als door hare inplanting wordt aangetoond.

Ook ten opzichte van de parenchymcellen (Fig. 1 en 5 *p.*), welke onder de opperhuid gelegen zijn, wijken beide teekeningen van elkander af, waarbij men echter in het oog houde, dat SCHLEIDEN's teekening ons de vertikale doorsnede der onder-, en de mijne die der bovenvlakte van een blad voorstelt. Men vindt nl. onder de opperhuid der ondervlakte zeer duidelijke spiraal-, en onder die der bovenvlakte niet anders dan gestippelde cellen, en hiervan is dan ook het gevolg, dat het kontrast tusschen dat gedeelte (Fig. 7, *d*) van den wand der parenchymcellen, 't welk onmiddellijk met de dikwandige opperhuidscellen van het groefje in aanraking, en het andere (*e*), dat daarvan onafhankelijk is, veel sterker is bij de parenchymcellen der onder- dan bij die der bovenvlakte. Het bedoelde kontrast werd door SCHLEIDEN opgemerkt in een tijd, toen men de algemeenheid van het verschijnsel, waarbij de onderdeelen van den celwand van eene en dezelfde cel

in teekening verschillen al naar mate zij met elementen van verschillenden aard in aanraking komen, nog niet kende. En dit mag dan ook wel als de reden worden aangemerkt, dat SCHLEIDEN in zijn stukje over de groefjes van *Pleurothallis* op dat verschil zooveel gewigt legde, en het MEIJEN als een verzuim aanrekende, dat hij daarop de aandacht niet gevestigd had.

Uit al het bovenstaande leid ik dus af, dat bij *Pleurothallis* hetzelfde plaats heeft als bij de Nymphaeaas, sommige Peperomiaas, sommige Proteaceeën, enz., dat nl. de jeugdige opperhuid (der bladen) twee- (elders ook wel meer-) cellige haren of kliertjes draagt; dat van deze organen in later leeftijd de topcel verloren gaat; dat daarentegen de voetcel, wier basis duidelijk tusschen de cellen der opperhuid ingeschoven is, en die van laatstgenoemd orgaan dan ook een integrerend bestanddeel uitmaakt, achterblijft; eindelijk, dat die voetcel overal gesloten is, en dat het „vlies", waarvan SCHLEIDEN spreekt, niets anders is dan de bovenwand dezer laatste. — Opmerkelijk blijft het altijd, dat bij *Pleurothallis* (en andere Orchideeën [zie hier onder]) de voetcel altijd in een groefje der opperhuid verscholen is, aan welks vorming twee of meer cirkels van opperhuidscellen deelnemen, terwijl iets dergelijks noch bij de Nymphaeaas, noch bij de Peperomiaas, noch bij de Proteaceeën of andere op het punt in quaestie beschreven planten wordt aangetroffen.

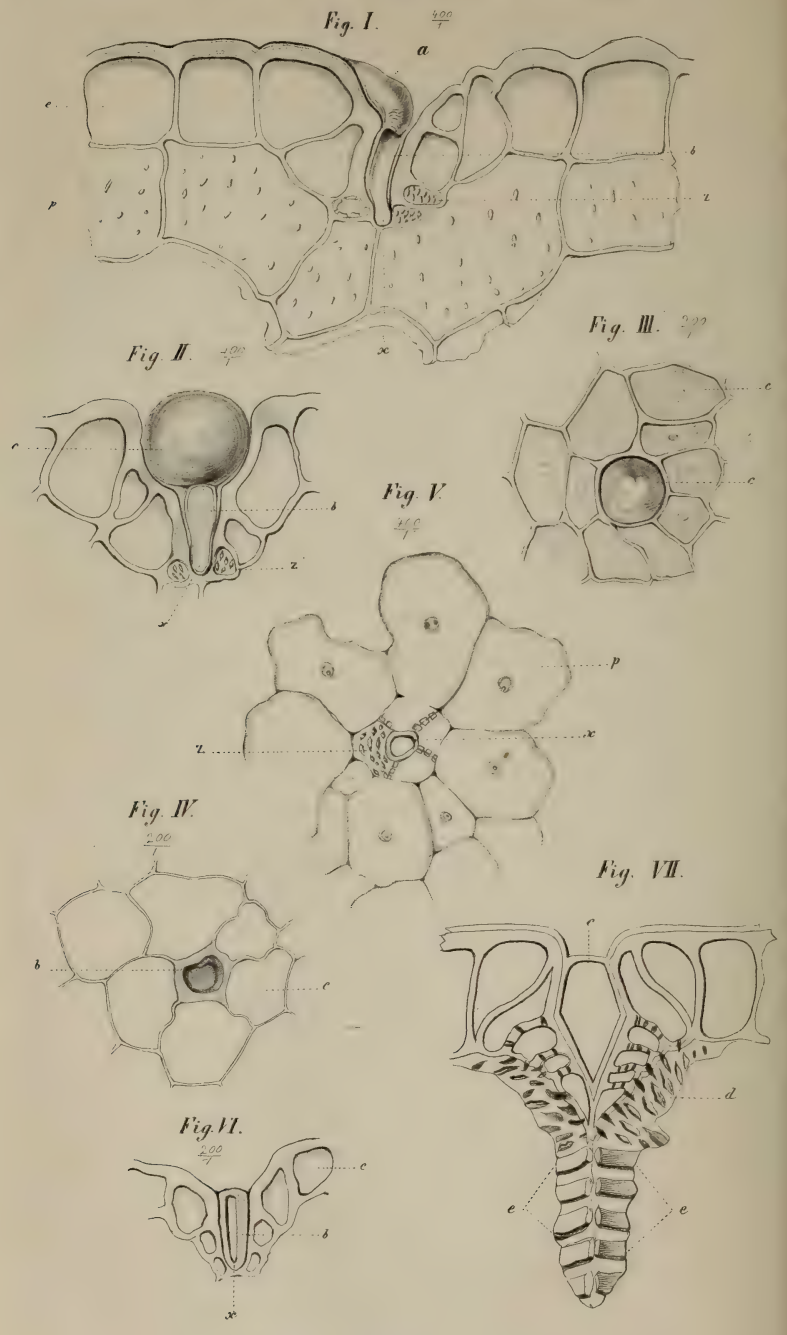
Behalve *Pleurothallis ophiocephala*, onderzocht ik ook *Bulbophyllum recurvum* en *Stelis micrantha*, op wier bladen ik, met behulp van het vergrootglas, dezelfde soort van allerfijnste indrukselen als bij *Pleurothallis* had waargenomen. Mijne verwachting, dat ik in beide gevallen eene struktuur der opperhuid zou aantreffen, overeenkomende met die bij *Pleurothallis*, werd geheel verwezenlijkt. Ik mag echter niet onvermeld laten, dat ik bij *Bulbophyllum*

geen enkelen krans van dikwandige gestippelde cellen aan den omtrek van het groefje waarnam, terwijl, omgekeerd, bij *Stelis* altijd één of twee dier kransen werden gevonden.

Het komt mij niet twijfelachtig voor, dat ook andere Orchideeën dan de genoemde de hier boven beschreven bijzonderheid in den bouw der opperhuid zullen vertoonen. Ook geloof ik dat het niet gewaagd is, aan te nemen, dat die bijzonderheid uitsluitend aan de familie der Standelkruiden eigen is. De groefjes toch, welke bij Nerium, Banksia en Dryandra worden aangetroffen, zijn van eene geheel andere beteekenis.

15 *Mei* 1863.

C. A. J. A. Oudemans, *Groefjes in de bladen van Pleurothallis.*



Lith. van W.K. van Wouw, Amst.

VERKLARING DER PLAAT.

Fig. 1. Loodrechte doorsnede van een groefje en het daaronder gelegen parenchym aan de bovenzijde eens volwassenen blads van *Pleurothallis ophiocephala*. (*a*. de ineengeschrompelde topcel der gesteelde klier; *b*. de voetcel derzelfde; *e*. de opperhuid; *p*. gestippelde parenchymcellen; *x*. dat gedeelte der voetcel, 't welk door de opperhuidscellen is ingesloten; *z*. dikwandige gestippelde opperhuidscellen).

Fig. 2. Loodrechte doorsnede van een groefje aan de bovenzijde van een jong blad van *P. ophiocephala*. (*b*. *x*. *z*. als voren; *c* de topcel of klier).

Fig. 3. Een stukje opperhuid van hetzelfde blad, benevens een groefje, van boven gezien (*c*. *e*. als voren).

Fig. 4. Een stukje opperhuid van een volwassen blad, benevens een groefje, van boven gezien (*b*. *e*. als voren).

Fig. 5. Horizontale doorsnede van het bladparenchym aan de bovenzijde van een blad van *P. ophiocephala*, op de hoogte van de inplanting van den voet des kliersteels tusschen de dikwandige gestippelde opperhuidscellen (*p*. *x*. *z*. als voren).

Fig. 6. Loodrechte doorsnede van een groefje aan de bovenzijde eens volwassenen blads van *P. ophiocephala* (*b*. *e*. *x*. als voren).

Fig. 7. Loodrechte doorsnede door een groefje aan de ondervlakte eens blads van *P. ruscifolia* (*c*. vlies, dat het groefje afsluit; *d*. gestippeld gedeelte der spiraalcellen, die onder de opperhuid liggen; *e*. spiraaldraden dezer cellen). [Naar SCHLEIDEN].

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 3den OCTOBER 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, C. A. J. A. OUDEMANS, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, N. W. P. RAUWENHOFF, J. BOSSCHA, M. C. VERLOREN, J. G. S. VAN BREDA, P. ELIAS, D. BIERENS DE HAAN, F. J. STAMKART, F. C. DONDERS, C. H. D. BUYS BALLOT, R. VAN REES. W. VROLIK, P. HARTING, R. LOBATTO, W. C. H. STARING, J. VAN GOGH, C. J. MATTHES, E. H. VON BAUMHAUER, J. P. DELPRAT, J. VAN GEUNS, J. VAN DER HOEVEN, G. E. V. SCHNEEVOOGT.

Het Proces-Verbaal der gewone vergadering van den 27sten Junij 1863 wordt gelezen, vastgesteld en goedgekeurd.

Worden gelezen brieven, waarmede de H.H. VAN KERKWIJK, KAISER en VAN HASSELT zich verontschuldigen, *wegens dienstbezigheden*, over het niet bijwonen dezer Vergadering. Aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen een brief van den Heer ROEDER, gedagteekend Hanau, September 1863, waarmede, in naam van de Wetterauische Gesellschaft, het afsterven berigt wordt van den Director der Gesellschaft, Dr. CARL RÖSSLER, bijgenaamd LEOPOLD VON BUCH II. Dit berigt wordt met leedwezen vernomen.

Wordt gelezen een brief van den Heer WILLIAM ARCHER, *honorary secretary of the Dublin Natural History Society*, gedagteekend Dublin 26 Augustus 1863, waarin ruiling wordt voorgesteld der *Proceedings* van genoemd genootschap met de *Verslagen en Mededeelingen* der Akademie.

Wordt gelezen een brief van Dr. RENARD (Moscou, $\frac{26\text{ Julij}}{7\text{ Aug.}}$ 1863), waarmede de toezending wordt berigt der eerste Aflevering van de *Copies photographiées des miniatures des manuscrits grecs conservés à la bibliothèque synodale de Moscou*, uitgegeven op kosten van het Openbaar Museum te Moscou. Als tegengeschenk worden de werken der Akademie verlangd.

Wordt gelezen een brief van den Secretaris der *Anthropological Society*, te Londen (Londen, 15 Augustus 1863, 4 St. Martin's place), waarin om ruiling verzocht wordt der werken van de Akademie tegen die van genoemd genootschap. — Voorts wordt verzocht, dat iemand te Amsterdam woonachtig genoemd worde, geschikt om, tot bevordering van het doel des genootschaps, als plaatselijke Secretaris op te treden.

Wordt gelezen een brief van den Heer O. SPEIJER

(Cassel, 14 Junij 1863), Secretaris van het *Verein für Naturkunde*, ten geleide van *Jahresberichte* van genoemd *Verein* 5—13, en met verzoek om daarvoor in ruiling te mogen ontvangen de werken der Akademie.

Wordt besloten aan den wensch, uitgedrukt in deze vier brieven gehoor te geven, en de regeling daarvan aan den algemeenen Secretaris over te laten. — De daarmede overgezonden boekgeschenken worden in de boekerij geplaatst, en daarvoor zal schriftelijk dank worden gezegd.

Ten geleide van boekgeschenken worden brieven ingebragt van de volgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 1 Julij, 4 Augustus, 11 en 28 September, 1863); 2°. Directeur van het Rijks Herbarium (Leiden, Augustus 1863), in naam van den Minister van Binnenlandsche Zaken; 3°. Minister van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 2 en 10 September 1863); 4°. VAN PANHUIJS, Commissaris des Konings in de provincie Friesland (Leeuwarden, 14 Julij 1863); 5°. Commissie voor de provinciale Bibliotheek van Zeeland (Middelburg, Augustus 1863); 6°. J. W. R. TILANUS, Algemeenen Secretaris van het Genootschap ter bevordering van Geneesen Heelkunde te Amsterdam (Amsterdam, September 1863); 7°. Commissie voor de Statistieke beschrijving der provincie Groningen (Groningen, 3 September 1863); 8°. CONRAD (Huis de Wiers bij Vianen, 30 Junij 1863); 9°. R. C. BAKHUIZEN VAN DEN BRINK ('s Gra-

venhage, 27 Junij 1863); 10°. WASZINK, President der Vereeniging tot bevordering deren Geeskundige Wetenschappen (Batavia, 14 Augustus 1863), 11°. Secretaris van het Willems-fonds te Gent (Gent, 5 Augustus 1863); 12°. GACHARD (Brussel, 22 Junij 1863); 13°. A. SCHAEPKENS (Brussel, 24 Augustus 1863); 14°. G. B. AIRY, Directeur van het Royal Observatory Greenwich (25 September 1863); 15°. R. KIPPIST, Secretaris der Linnean Society (Londen, 1 Augustus 1863); 16°. Commissie voor de boekerij der Boston Society of Natural History (Boston, 1 Mei 1863); 17°. C. WIEDMANN (Munchen, 14 Julij 1863); 18°. GOTH en F. HWOF, Voorzitter en Secretaris van de Ausschuss des historischen Vereins für Steiermark (Grätz, 17 April 1863); 19°. R. V. EBNER, (Innsbrück, 1 Augustus 1863); 20°. EHRENBERG, Secretaris der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin, $\frac{24}{3}$ 1863); 21°. F. SCHAUB, Director der Hydrographischen Anstalt der K.K. Marine (Triëst, April 1863); 22°. O. BUCHNER, Secretaris der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde (Giessen, 27 Augustus 1863); 23°. MICHELSEN, 1e Vorstand des Germanischen Museums (Nürnberg, 24 Augustus 1863); 24°. W. SCHELLEN, Secretaris van het Naturhistorisch Verein in Augsburg (Augsburg, 4 Augustus 1863); 25°. RENARD, eersten Secretaris der Société impériale des Naturalistes de Moscou (Moscou, $\frac{1}{13}$ Junij 1863); 26°. W. TIESENHAUSEN, Secretaris der Commission impériale Archéologique (St. Petersburg, 4 Mei 1863); 27°. FORCHHAMMER, Secretaris van het Kongelige Danske Videnskabernes Selskab (Koppenhagen, 1 Februarij

1863); 28°. ERDMANN, Directeur en Chef de la recherche géologique de la Suède (Stokholm, 16 Mei 1863); 29. C. CH. V. LEUTSCH in Wetzlar.

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing der boekgeschenken in de boekerij.

De Secretaris berigt dat de Directeur van het openbaar Museum te Moscou, N. ISSÁNOFF het volgende gevoegd heeft bij de toezending der *copies photographiées des miniatures des manuscrits grecs* etc.

La bibliothèque synodale de Moscou conserve, au nombre de ses trésors rares et inconnus, quelques manuscrits grecs enrichis de miniatures exécutées par des peintres byzantins. — Ces miniatures qui jusqu' à présent n'ont eté ni copiées ni décrites, offrent un très grand intérêt, aussi bien pour l'histoire de l'art en général, que pour la connaissance des costumes, des moeurs etc. de l'empire byzantin. — Le Musée s'est imposé la tâche de faire connaître au monde savant ces échantillons de miniatures, restes de l'art byzantin, par la photographie qui a rendu l'original avec la plus grande exactitude. Il a commencé l'édition par les miniatures des plus anciens manuscrits du 12ème siècle, contenant l'Acathiste de la Ste Vierge.

Cette première livraison sera suivie d'une seconde, qui donnera les photographies des miniatures manuscrites contenant le Menologium représentant des copies très importantes pour la comparaison avec les miniatures du Codex conservé dans la bibliothèque du Vatican.

Le Musée se permet de faire observer que cette édition ne sera pas mise en vente, car on n'en a tiré que 50 exemplaires, dont les négatifs ont été détruits après le

tirage, ce qui fait de cette oeuvre une rareté bibliographique.

Worden ingebragt brieven tot dankzegging voor ontvangen boekgeschenken van de volgende Heeren: 1°. Gedeputeerde Staten van Friesland (Leeuwarden, 8 September 1863); 2°. Curatoren van het Athenaeum Illustre te Amsterdam (Amsterdam, 3 September 1863); 3°. Hoofddirecteur van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut (Utrecht, 29 Julij 1863); 4°. Secretaris der Maatschappij tot bevordering der bouwkunst; 5°. Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen (Middelburg, 4 Augustus 1863); 6°. Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs ('s Gravenhage, 4 Augustus 1863); 7°. OMALIUS D'HALLOY, Buitenlandsch Lid der Akademie (Halloy, 29 Julij 1863); 8°. WASZINK, Voorzitter der geneeskundige Vereeniging te Batavia (Batavia, 30 Julij 1863); 9°. MILLER, Secretaris der Royal Society te Londen (Londen, 6 Augustus 1863); 10°. G. P. BOND, Director van de Astronomical observatory of Harvard college Cambridge U. S. America (7 Julij 1863); 11°. J. HENRY, Secretaris van de Smithsonian Institution (Washington, 1 April 1862); 12°. A. HOLMES, Secretaris van de Academy of Sciences of St. Louis (St. Louis, State of Missouri, 2 April 1862); 13°. JAMES D. DANA, Secretaris der Redactie van SILLIMAN's Journal (New-Haven, 7 November 1862); 14°. OTTO STRUVE, Director der Nicolai-Hauptsternwarte Pulkowa (13 Julij 1863); 15°. G. FORCHHAMMER,

Secretaris van het Kongelige Danske Videnskabernes Selskab (Kopenhagen, 1 Februarij 1863).

Al deze brieven worden aangenomen voor berigt.

Worden ter tafel gebragt brieven van de H.H. C. en P. VAN DER STERR, Helder 20 Julij en 26 Aug. Amsterdam 9 Julij, 15 Augustus, 9 September. — De daarbij behoorende Tabellen van waargenomen waterhoogten worden gesteld in handen der Commissie over de daling van den bodem in Nederland.

De Secretaris berigt, dat de Verhandeling, aangeboden door den Heer VAN DER WILLIGEN voor de *Verslagen en Mededeelingen*, is aangenomen, en dat die van den Heer VAN KERCKHOFF nog niet van de Commissie van redactie is teruggekomen.

Wordt gelezen een brief van den Heer DE COLNET D'HUART (Luxemburg, 8 Julij 1863) van den volgenden inhoud:

„Appartenant à un pays gouverné par le même souverain que le votre, j'ose prendre la respectueuse liberté de soumettre à l'académie Royale des Sciences un travail sur la théorie de la chaleur.

„FRESNEL et avec lui tous les grands géomètres tels que POISSON, CAUCHY, LAMÉ ont toujours considéré les molécules vibrantes comme des points matériels et leurs déplacements comme trés petits relativement à leur distance. C'est en partant de ces hypothèses qu'ils ont trouvé un grand

nombre de phénomènes lumineux nouveaux et l'explication rationelle des interférences, de la biréfraction de la lumière et même de la dispersion.

» Mais ces grands géomètres n'ont jamais pu découvrir la relation qui existe entre la chaleur rayonnante et la chaleur de conductibilité, quoique, pour y parvenir, ils aient remué toutes les ressources de l'analyse.

» La raison en est bien simple; supposons qu'on étudie les mouvements des planètes considerées comme points matériels. On se rendra compte par l'analyse de leur mouvement elliptique et d'une partie des perturbations de celui-ci; le mouvement diurne, les perturbations provenant des formes des planètes resteront à jamais ignorés.

» En ayant égard aux dimensions des molécules, quelques petites qu'elles soient, j'ai découvert sur le champ qu'un foyer de chaleur n'imprime pas seulement un mouvement de translation à la molécule, mais aussi un mouvement de rotation dont la rapidité est de l'ordre du carré des vitesses de translation. Or s'il est vrai qu'une molécule d'éther exécute plus de deux cent mille vibrations dans un millionnième de seconde, elle exécutera plus de vingt billions de rotations dans un millionnième de seconde.

» J'ai prouvé par l'analyse que la force centrifuge produite par la rotation augmente le volume de la molécule d'un corps solide. Cette augmentation de volume des molécules produira une répulsion des molécules entre elles. De là la dilatation des corps.

» De plus, cette répulsion des molécules entre elles introduit dans l'équation différentielle du mouvement moléculaire un terme, fonction de la vitesse de rotation. Cette dernière force transforme le mouvement périodique de la molécule en un autre mouvement qui n'a plus rien de périodique; qui diminue avec le temps sans jamais devenir rigoureusement nul.

„C'est là précisément la solution de FOURIER. Ce grand homme y est parvenu en supposant que la chaleur est un fluide, ce qui était en contradiction avec la théorie des ondulations.

„Le grand nombre de propriétés de la chaleur qui découle de mon équation générale me font espérer que l'Académie Royale accueillira mon travail avec quelque intérêt."

P.S. „Depuis la publication de ma brochure, j'ai découvert de nouvelles propriétés des mouvements moléculaires qui me font entrevoir des relations entre la chaleur et l'électricité. Si ce genre de travail était agréé par l'Académie Royale, je m'empresserais de soumettre mes manuscrits à l'illustre Société."

Wordt besloten voor de bijgaande brochure, onder den titel van *Détermination de la relation qui existe entre la chaleur rayonnante, la chaleur de conductibilité et la chaleur latente*, schriftelijk dank te zeggen, het boekwerk in de boekerij te plaatsen, en den schrijver te berigten, dat de Akademie, volgens reglementaire bepaling, geen oordeel velt over in druk uitgegeven geschriften, maar bereid is het handschrift, waarvan de brief gewaagt, in handen eener beoordeelende Commissie te stellen.

Wordt gelezen een brief van den Heer F. KAISER, strekkende ten geleide van een voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden *Verslag van den staat der sterrewacht te Leiden en van de aldaar volbragte werkzaamheden, in het tijdvak van den eersten Julij* 1862 *tot den laatsten van de maand Junij* 1863. — Genoemd Verslag wordt gesteld in handen der Commissie van redactie.

Wordt gelezen een brief van den Heer BLEEKER (gedagteekend 11 September 1863), ten geleide van de volgende voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden Verhandelingen.

1. Notice sur une nouvelle espèce de *Xiphasia* met afbeelding.
2. Notice sur la faune ichthyologique des îles Arou.
3. Notice sur quelques poissons de l'île de Noussa-Laut.
4. Notice sur quelques poissons de l'île Grand Key.
5. Deuxième notice sur la faune ichthyologique de l'île de Saparoua.

Al deze Notices worden gesteld in handen der Commissie van redactie.

Wordt ingebragt een door den Heer CONRAD ingezonden vijfde vervolg op de Verslagen over de verzakking te Nijmegen. Na eene wisseling van gedachten, waarin de Heer STARING eene meening aankondigt, verschillende van diegene, welke eigen is aan de H.H. CONRAD en DELPRAT, wordt besloten, de overweging daarvan nit te stellen, totdat genoemd vijfde vervolg gedrukt zal zijn. — Tot dat doel wordt het gesteld in handen der Commissie van redactie.

Wordt gelezen een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 22 Julij 1863 3e. Afdeeling N°. 143), ten geleide van een adres van P. J. LIENDERS, waarbij het gebruik van Petroleum,

als voorbehoedmiddel tegen den Paalworm wordt aanbevolen. — Het adres luidt als volgt:

Met verschuldigden eerbied geeft de ondergeteekende PIETER JOHAN LIENDERS wonende te Venlo te kennen:

Dat hij vermeent een middel gevonden te hebben om het bederf van paalworm voor te komen.

Om hierin te voorzien moet het hout vóór dat het gebruikt wordt *driemaal* met ongezuiverde Petroleum worden bestreken, en vervolgens elk jaar, moet in het hart, aan het boveneinde of kop van den paal een gaatje geboord worden van ongeveer 10 duim en 2 duim diameter, hetgeen aanhoudend gedurende een dag, met Petroleum wordt volgegoten, en vervolgens weder gestopt kan worden als de vochtdeelen zijn ingetrokken.

Ook is de Petroleum een min kostbaar middel, om hout tegen bederf te bewaren, dat in den grond komt, zoo als voor biles op de spoorwegen etc.

De adressant hoopt hiermede aan een lang gewenscht doel beantwoord te hebben.

Hierna ontstaat eene wisseling van gedachten, waaraan de H.H. VON BAUMHAUER en VROLIK deelnemen, en waarin blijk wordt gegeven, dat de Commissie der Akademie op verschillende wijze pogingen in het werk heeft gesteld, om hout met Petroleum te doen doortrekken. — Zij zijn tot heden vruchteloos gebleven. — Uit een overgelegden brief is echter heden de gevolgtrekking af te leiden, dat men bij de Commissie voor de Staatsspoorwegen, niet ongenegen zoude zijn, in het bestek eene proeve met Petroleum te doen opnemen; eene magtiging en derhalve eene aanschrijving van

den Minister van Binnenlandsche Zaken zoude daartoe aanleiding moeten geven.

Wordt derhalve besloten van een en ander mededeeling te doen aan den Minister van Binnenlandsche Zaken en Zijne Excellentie om dergelijke aanschrijving aan de 11de Afdeeling, Spoorwegen, te verzoeken, waarbij de Afdeeling zich tot het verder nemen der proeven hiermede tot beveiliging van hout tegen Paalworm bereid zal verklaren.

Wordt gelezen een brief van den Heer RIJSTERBORGH, Hoofd-Ingenieur van den Waterstaat in het 6e. district (Noord-Brabant), ten geleide van een Verslag van den Ingenieur MAZEL, over Paalworm in de schutsluis aan de uitmonding van de Mark en Dintel. Wordt besloten, dezen brief te stellen in handen der Commissie over den Paalworm, om daarop later te dienen van berigt, voorlichting en raad.

De Heer DELPRAT spreekt *over den wederstand van de horizontale koppeling tegen zijdelingsche uitbuiging der tralieleggers bij spoorwegbruggen.* Zijn betoog daarover, aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*, wordt gesteld in handen der Commissie van redactie.

De Heer STAMKART spreekt over het AP., als ook over zijne latere bevindingen omtrent het berekenen van waterhoogte. Eene Verhandeling daarover, aan-

geboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*, wordt gesteld in handen der Commissie van redactie.

De Heer VAN DER HOEVEN deelt eenige bijzonderheden mede, dezen zomer waargenomen bij zijne reis naar *Kopenhagen* en *Stokholm*, en gedurende de zittingen van het Scandinavisch Verein te Stokholm van 8—15 Julij j. l.

Niemand heeft iets verder voor te dragen en de Vergadering wordt gesloten.

INHOUD

VAN

DEEL XVI. — STUK 2.

bladz.

Normaal en abnormaal Hermaphroditismus bij de Visschen. Door H. J. Halbertsma. *(Met eene Plaat.)* ..... 165.

Mededeeling aangaande een bloeijenden Pandanus Spurius Rumph. ♀ uit den Kruidtuin te Amsterdam. Door C. A. J. A. Oudemans... 179.

Opmerkingen over eenige plantaardige geneesmiddelen uit Java. Door H. C. van Hall..... 188.

Over het buitengewoon uitgroeijen van de snijtanden bij verschillende knaagdieren. Door Claas Mulder. *(Met twee Platen.)*..... 206.

Tegenwoordige stand der werken van het Kanaal van Suez. Door F. W. Conrad. *(Met eene Kaart.)* ..... 226.

Mededeeling aangaande een bloeijend exemplaar van Encephalartos Altensteinii Lehm. ♂ uit den Kruidtuin te Amsterdam. Door C. A. J. A. Oudemans..... 251.

Over de beteekenis der verhevenheden aan de oppervlakte der zaden van Strychnos nux Vomica Z. Door C. A. J. A. Oudemans..... 260.

Over de groefjes (*Foveolae*) aan de oppervlakte der bladen van Pleurothallis, Bulbophyllum en Stelis Door C. A. J. A. Oudemans. *(Met eene Plaat.)* ..... 269.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 3 October 1863..... 280.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken..... blz. I—XL.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Zestiende Deel. — Derde Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1864.

OVER HET VORMEN

VAN DE

VERGELIJKINGEN TUSSCHEN DE ZIJDE EN DE DIAGONALEN

VAN EEN

REGELMATIGEN n-HOEK EN HARE EIGENSCHAPPEN.

DOOR

C. H. D. BUYS BALLOT.

In alle elementaire leerboeken over de meetkunde vindt men, hoe de koorde van den halven boog uit die van den geheelen gevonden wordt. Geen wonder, want langs dien weg komt men tot het getal π. Belangrijk is echter ook de omkeering dezer formule, hare oplossing ten opzigte van de koorde des dubbelen boogs; want door haar vindt men verscheidene diagonalen van de veelhoeken uit de zijden. Zoo verkrijgt men b. v., indien men geene van de andere bekende betrekkingen aanwenden, maar eens een nieuwen weg bewandelen wil, de zijde van den vijfhoek uit die van den tienhoek, vervolgens de diagonaal van den vijfhoek uit zijne zijde, enz. Zet men deze bewerking voort, zoekt men steeds weder de koorde van het dubbel eens boogs, waarvoor men juist de koorde verkreeg, zoo

kan het niet missen, of men moet getroffen worden door de opmerking, dat men, voor welken veelhoek van oneven aantal zijden men ook die rekening doe, telkens zeker weder zal komen tot eene koorde, die slechts den enkelen boog onderspant. Men vindt immers, als de boog $\frac{2\pi}{2n+1}$ is, eene waarde voor m, waarvoor

$$2^{m+1} \equiv \pm 1 \quad \text{mod.} \quad 2n+1$$

voor	$n = 1$	$2n + 1 = 3$	$m = 0$ en elk getal
	$n = 2$	$2n + 1 = 5$	$m = 1, 3, 5,$ enz.
	$n = 3$	$2n + 1 = 7$	$m = 2, 5, 8,$ "
	$n = 4$	$2n + 1 = 9$	$m = 2, 5, 8,$ "
	$n = 5$	$2n + 1 = 11$	$m = 4, 9, 14,$ "
	$n = 6$	$2n + 1 = 13$	$m = 5, 11, 17,$ "
	$n = 7$	$2n + 1 = 15$	$m = 3, 7, 11,$ "
	$n = 8$	$2n + 1 = 17$	$m = 3, 7, 11,$ "

Spoedig erkent men, dan, dat men door dergelijke, hetzij eenmalige, hetzij, zoo noodig, meermalen herhaalde verdubbeling, een kenmerk, aan den driehoek alleen toekomende of wel aan twee of meer bepaald aangewezen veelhoeken gemeenschappelijk, heeft aangewezen, maar ook een kenmerk, dat elke andere veelhoek mist, en dus ook onderscheiden voor de eerstgenoemde is. Dus zal dat onderscheidend kenmerk, het karakter, de algebraïsche definitie zijn van dat complex van veelhoeken, en men zal moeten geraken tot eene algebraïsche vergelijking, waarvan de zijden dier veelhoeken wortels zijn.

Daar nu ook hetzelfde geldt voor elke diagonaal, en die eveneens na eene even veelvuldig herhaalde verdubbeling zich zelve teruggeeft, zoo zal ook elke diagonaal van ieder dier veelhoeken een wortel zijn van de verkregen vergelijking. Buiten deze positieve wortels kunnen dezelfde waarden nog eens als negatieve wortels voorkomen, omdat men met evenveel regt links als regts om kan tellen. Deze

vergelijking moet kunnen ontbonden worden in zoovele vergelijkingen, als het aantal veelhoeken bedraagt, waaraan het karakter gemeen is, omdat voor elk der veelhoeken afzonderlijk een vergelijking moet gelden, die onmogelijk anders kan zijn in deze zamengestelde vergelijking en alzoo op zich zelve als deeler moet optreden. Zelfs moet in de voor zoodanigen veelhoek geldende vergelijking, indien het ordegetal van den veelhoek deelbaar is, nog weder voor elken factor eene afzonderlijke vergelijking als deeler aanwezig zijn.

Zoo was de gedachtengang, die mij deed besluiten, de vergelijking tusschen de zijde en de diagonalen van eenige veelhoeken te vormen, omdat ik begeerig was, op die zoo verkregen vergelijkingen de vroeger in de Academie medegedeelde methode toe te passen, volgens welke men eene vergelijking, die zelve het product is van andere vergelijkingen met geheele coëfficiënten, altijd betrekkelijk gemakkelijk vinden kan. Naar deze methode van verdubbeling, niet de kortste maar de wiskundig reinste, omdat zij den stempel der noodzakelijkheid draagt, terwijl zij tevens de eerste is die mij inviel, zijn de vergelijkingen voor den driehoek, vijfhoek, reeds bekend en voor den zeven-, negen-, vijftien- en zeventienhoek werkelijk berekend. Wij zullen in het volgende bespreken de vorming dier vergelijkingen en het merkwaardig verband van hare coëfficiënten.

I.

1. Laat x, y, z, u, v enz. achtereenvolgens zijn de koorden van den enkelen, dubbelen, vier-, acht-, zestienvoudigen boog enz., zoo heeft men:

$$y^2 = x^2 (4 - x^2) \quad (a)$$
$$z^2 = y^2 (4 - y^2) \quad (b)$$
$$u^2 = z^2 (4 - z^2) \quad (c)$$
$$v^2 = u^2 (4 - u^2) \quad (d)$$

Stelt men dus y, òf z, òf u, òf v gelijk x, zoo drukt men uit, dat de koorde van den dubbelen, òf van den viervoudigen, òf van den achtvoudigen, òf van den zestienvoudigen boog gelijk is aan de koorde van den enkelen boog, en heeft men dus achtereenvolgens het karakter van den driehoek, òf van den drie- en vijfhoek, òf van den drie-, zeven- en negenhoek, òf van den drie- vijf- vijftien- en zeventienhoek opgenomen en algebraïsch aangegeven.

(a) geeft, als $y = x$ is, $x^2 = x^2\,(4-x^2)$ of $1 = 4 - x^2$

of: $x^2 - 3 = 0$ . . . . . (e)

(b) en (a) geven, als $z = x$ is, $1 = (4-x^2)\,(4-x^2(4-x^2))$

of: $x^6-8x^4+20x^2-15=(x^2-3)(x^4-5x^2+5)=0$. (f)

(c), (b) en (a) geven, als $u = x$ is:

$1 = (16-20\,x^2+8\,x^4-x^6)\,(4-16\,x^2+20\,x^4-8\,x^6+x^8$

of: $x^{14}-16\,x^{12}+104\,x^{10}-352\,x^8+660\,x^6-672\,x^4$

$+336\,x^2-63 = 0$

of: $(x^2-3)(x^6-7x^4+14x^2-7)(x^6-6x^4+9x^2-3) = 0$ (g)

(d), (c), (b) en (a) geven, als $v = x$ is, door herhaalde substitutie eene vergelijking van den vorm als boven, die ontwikkeld is:

$x^{30}-32\,x^{28}+464\,x^{26}-4032\,x^{24}+23400\,x^{22}-95680\,x^{20}$

$+283360\,x^{18}-615296\,x^{16}+980628\,x^{14}-1136960\,x^{12}$

$+940576\,x^{10}-537472\,x^8+201552\,x^6-45696\,x^4+$

$+5440\,x^2-255 = 0,$

en zich ontleden laat in de vier factoren als volgt:

$(x^2-3)\,(x^4-5\,x^2+5)\,(x^8-7\,x^6+14\,x^4-8\,x^2+1)\,(x^{16}$

$-17\,x^{14}+119x^{12}-442x^{10}+935x^8-1122x^6+714\,x^4$

$-204\,x^2+17) = 0$. . . . . (h)

2. Nu zou aan de beurt gelegen hebben het zoeken van de vergelijking van den elf- en eenendertig hoek, die dee-

lers zullen blijken te zijn van de vergelijking (*i*). Deze zal ik echter niet opschrijven, veel minder ontwikkelen, daar zij tot den 64sten graad zou opklimmen, gelijk een stap verder zou voeren tot eene vergelijking (*k*) van den 128sten graad met factoren voor den 65- en 63-hoek geldende, waarin ook de vergelijkingen van den drie-, vijf-, zeven-, negen-, dertien- en eenentwintighoek zouden voorkomen. Het is niet noodig: de wijze van vorming is duidelijk. Men ziet toch, dat men telkens met noodzakelijkheid de eenheid (ontstaan bij het deelen door x^2 van beide leden der vergelijking) heeft gelijk te stellen aan het tweede lid der vorige vergelijking (*h*), nog eens vermenigvuldigd met het verschil tusschen 4 en datzelfde eerste lid. De vergelijking is dus voor den veelhoek, bij wien de koorde van den boog φ gelijk is aan die van den boog $2^n\varphi$, van den $2^{n+1}-2^{\text{den}}$ graad.

De beide veelhoeken, wier vergelijkingen de deelers zijn, en wier ordegetallen mogen zijn $2p-1$ en $2p+1$, hebben ieder voor hunne vergelijking den exponent de eenheid lager dan hun ordegetal. Zij hebben immers de een slechts $p-1$, de ander p verschillende zijden en diagonalen, eens als positieve, eens als negatieve wortels, d. i. $2(p-1)$ en nog eens $2p$ wortels, zoodat hunne vergelijkingen minstens moeten zijn van den $2p-2^{\text{den}}$ en van den $2p^{\text{den}}$ graad, maar ook meestens; want ware de een van den $2p-1^{\text{sten}}$ of hooger, dan zou voor den anderen veelhoek niet aan deze voorwaarde voldaan zijn, aangezien de vergelijking, die ze beiden omvat volgens 1 van den $4p-2^{\text{den}}$ graad is.

3. Wij spraken hier, alsof elke vergelijking (*d*), (*e*)..... (*k*) in slechts twee deelers kon ontbonden worden, maar het kan zijn, dat een of beide deze deelers nog weder deelers hebben; wij zien er dan ook onder die er meer bevatten, gelijk wij zulks ook in onze voorafgaande beschouwing reeds als mogelijk opnamen.

De waarheid is deze. Men moet onderscheiden tusschen complete vergelijking van een $2n + 1$-hoek, waarvan wij het eerste lid zullen aanduiden door het functie-teeken C, aldus $C(2n + 1)$, en de wel eigendommelijke vergelijking $E(2n + 1) = 0$, maar die niet compleet is, daar zij niet alle diagonalen bevat, met name niet die, welke voor zich een spoediger in zich zelf terugkeerend stelsel vormen; de diagonalen, die koorden zijn van bogen $p\varphi$, als p onderdeel is van $2n + 1$. Zoo is dan $C(2n + 1) = 0$ identisch of $\equiv$, (immers ten opzigte van elken willekeurigen modulus) met de volledige algebraïsche vergelijking voor elken $2n + 1$-hoek, maar $E(2n + 1) = 0$ zal, als $2n + 1$ deelbaar is, eenvoudiger zijn. Voor de veelhoeken, die $(2n + 1)$ ondeelbaar hebben, is $E(2n + 1)$ identisch met $C(2n + 1)$: alzoo is

e identisch met $C(3) = 0$

f " " $C(3) \times C(5) = 0$

g " " $C(3) \times E(9) \times C(7) = 0$,
$C(3) \times E(9) = C(9)$

h " " $C(3) \times C(5) \times E(15) \times C(17) = 0$,
$C(3) \times C(5) \times E(15) = C(15)$

en wij hebben de complete vergelijkingen verkregen:

$C(3) = x^2 - 3 = 0.$

$C(5) = x^4 - 5x^2 - 5 = 0.$

$C(7) = x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0.$

$C(9) = x^8 - 9x^6 + 27x^4 - 30x^2 + 9 = 0.$

$C(15) = x^{14} - 15x^{12} + 90x^{10} - 275x^8 + 450x^6 - 378x^4 + 140x^2 - 15 = 0.$

$C(17) = x^{16} - 17x^{14} + 119x^{12} - 442x^{10} + 935x^8 - 1122x^6 + 714x^4 - 204x^2 + 17 = 0.$

Dat de vergelijkingen van de veelhoeken, waarvoor $2n + 1$ deelbaar is, zich laten ontleden, is klaar, dewijl bijv. bij den negenhoek de drievoudige boog juist de boog van den driehoek is, even als bij den vijftienhoek de vijfvoudige boog; terwijl bij dezen laatsten de drievoudige boog onderspannen wordt door de zijde, de zesvoudige en negenvoudige door de diagonalen en de twaalfvoudige weder door de zijde van den regelmatigen vijfhoek. Alzoo voldoen de koorden: krd. 3φ, krd. 6φ, krd. 9φ, krd. 12φ aan de vergelijking $C(5) = 0$, en $C(5)$ moet deeler zijn van $C(15)$, terwijl het quotient wel eigendommelijk s voor den vijftienhoek, maar alleen krd. φ, krd. 2φ, krd. 4φ, krd. 5φ, krd. 7φ, krd. 8φ, krd. 10φ, krd. 11φ, krd. 13φ, krd. 14φ geeft.

4. Wij merken hier op, dat men het begrip veelhoek in ruimeren zin kan en mag opvatten, en dat men dan niet spreekt van zijde en diagonalen van den regelmatigen $(2n + 1)$-hoek, maar van de zijden van de regelmatige $(2n + 1)$-hoeken. Laat ons de hoekpunten van een regelmatigen veelhoek, in den gewonen zin genomen, zoodat de eene zijde van den veelhoek geene andere zijde binnen den cirkel snijdt, voorstellen door A, B, C, D, E,..... N, zoo verkrijgt men eveneens een regelmatigen veelhoek, als men achtereenvolgens alzoo vereenigt A, C, E, G..... M, A, een hoekpunt telkens overspringende, en weder een anderen, als men dus voortgaat: A, D, G..... L, A. Kortom, zoodra men eene zijde of eene diagonaal in denzelfden zin weder neemt op den omgeschreven cirkel, komt men, bij ondeelbaarheid van $2n + 1$, ook weder na $2n + 1$ malen in het uitgangspunt terug. Slechts één veelhoek is daaronder in den gewonen zin regelmatig geheeten, maar ieder der overige stervormige veelhoeken „Sternpolygon" (SCHLÖMILCH) is eveneens regelmatig, hetzij men hun wezen

uitdrukke door: „gelijkheid der gelijksoortige grootheden," hetzij men ze bepale door eenige onderscheidende eigenschap, als bijv. dat men uit hetzelfde punt als middelpunt een cirkel er om en er in kan beschrijven. In het algemeen heeft men zooveel regelmatige veelhoeken van dezelfde soort als men verschillende verbindingslijnen heeft tusschen de hoekpunten, maar als $2n+1$ deelbaar is, en als de veelhoek een even aantal hoekpunten heeft, ontstaan er zooveel verschillende soorten van veelhoeken als er factoren zijn; terwijl iedere soort het volle getal individuën heeft, een getal voor de elkander aanvullende factoren gelijk aan het aantal eenheden min één in den factor begrepen, die echter twee aan twee in elkander vallen, en voor de zamengestelde factoren zooveel minder dan dit als de som van het aantal eenheden der daarin vervatte factoren bedraagt. Altijd vallen echter de individuen twee aan twee op elkander. Voor een veelhoek van $m \times n \times p$ zijden heeft men dus:

$\frac{m-1}{2}$	onderscheiden individuen	der	soort	M.
$\frac{n-1}{2}$	„	„	„	N.
$\frac{2}{p-1}$	„	„	„	P.
$\frac{mn-1}{2} - \frac{m+n-2}{2}$	„	„	„	MN.
$\frac{mp-1}{2} - \frac{m+p-2}{2}$	„	„	„	MP.
$\frac{np-1}{2} - \frac{n+p-2}{2}$	„	„	„	NP.
$\frac{mnp-1}{2} - \frac{mn-1}{2} - \frac{mp-1}{2} - \frac{np-1}{2}$				MNP.

5. Men behoeft zich niet uitsluitend tot de verdubbeling te bepalen, om het karakter der veelhoeken uit te drukken. Om nu niet bijzondere constructiën te vermelden en allerlei combinatiën, in mijn stukje: Sur la formation et la décomposition des équations exprimant les côtés et les diagonales des polygones réguliers, in Prof. J. A. GRÜNERT's *Archiv für Mathematik und Physik.* 1863, Heft, II, aangegeven, bepalen wij er ons hier toe, in het voorbijgaan eenige hulpmiddelen te vermelden: zoo kan men met voordeel het theorema van Ptolemaeus gebruiken, omtrent een in den cirkel beschreven vierhoek, indien slechts zijden en diagonalen koorden zijn van $2^m\varphi$, liefst toegepast op een trapezium, dewijl dat noodzakelijk twee, hier dikwijls drie gelijke zijden heeft en dus zoo eenvoudig mogelijk is. Men behoeft dan slechts drie 2^mvouden van den boog aan te geven, daaronder begrepen het geval $m = 0$ voor den zevenhoek. Want het trapezium NB CG heeft tot zijden: AB, BC, GA, ieder den enkelen boog onderspannende en CG de koorde van den driedubdelen boog, die hier met die van den vierdubbelen gelijk staat, terwijl de diagonalen AC en BG den dubbelen boog onderspannen.

De eigenschap van zoodanig trapezium is:

$$AB \times CG + AG \times BC = AC \times BG.$$

Zij nu $AB = BC = AG = x$, zoo is: $AC = BG = x\sqrt{4-x^2}$
en $CG = x(2-x^2)\sqrt{4-x^2}$.

Na substitutie:

$$x^2(2-x^2)\sqrt{4-x^2} + x^2 = x^2(4-x^2).$$

Na herleiding en vereenvoudiging komt men tot dezelfde vergelijking p. 298,

$$x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0.$$

Om een nieuwen veelhoek te vinden, kiezen wij in den elfhoek (A B C..... L) de koorden AB, BC, AL en CL, onderspannende φ, φ, φ, 8φ, terwijl de diagonalen AC en BL onderspannen 2φ, AB = BC = AL = x, AC = BL $= x\sqrt{4-x^2}$,

$$CL = x(2-x^2)\sqrt{4-x^2}\sqrt{4-x^2(4-x^2)(2-x^2)^2}$$

zoodat wij hebben:

$$x^2(2-x^2)\sqrt{4-x^2}\sqrt{4-x^2(4-x^2)(2-x^2)^2} + x^2 = x^2(4-x^2).$$

Na vereenvoudiging en herleiding:

$$x^{14}-16\,x^{12}+104\,x^{10}-352\,x^8+660\,x^6-671\,x^4+ +330x^2-55 = 0,$$

na ontleding:

$$(x^{10}-11x^8+44x^6-77x^4+55x^2-11)(x^4-5x^2+5)=0.$$

Den dertienhoek verkrijgen wij door te nemen de koorden van φ, 4φ, 4φ, 4φ, met de diagonalen als koorden van 8φ.

Zoo kan men meestal trapezia en althans vierhoeken zich kiezen, welker zijden of diagonalen behooren bij bogen van den vorm $2^m\varphi$. De vergelijking behoeft dus niet zoo hoog opgevoerd te worden als naar de vorige methode; maar terwijl men naar die altijd weet, welke factoren men heeft te wachten, en men dus de vergelijking dadelijk door eenen bekenden factor kan deelen, en zoo vereenvoudigen, is het naar deze methode niet zoo duidelijk te zien, welke vreemde factoren er in de vergelijking zullen voorkomen. Echter kan de meer vermelde methode om de factoren op te sporen, ons altijd tot het doel leiden.

Het spreekt van zelf, dat eigenschappen van een in den cirkel beschreven zeshoek of van een anderen veelhoek evenzeer kunnen gebruikt worden.

6. Voorts kan evenzeer aangewend worden eene verdrievoudiging van den boog, welke weder uit het trapezium te verkrijgen is, waarvan de drie overige zijden elk den enkelen boog onderspannen: dus, als a de koorde van den enkelen, en d die van den drievoudigen boog is, heeft men

$$ad = a^2(4-a^2) - a^2 = a^2(3-a^2),$$
$$\text{dus:} \quad d = a(3-a^2).$$

Zoodanig eene verdrievoudiging zou nu onmiddellijk volgens de eerste methode de karakters geven van verscheidene veelhoeken met een even aantal zijden, als van den vierhoek door $d = a$ te nemen:

$$a = a(3-a^3) \text{ of } a^2 = 2$$

of van den acht- en tienhoek bij herhaling van de bewerking:

$$e = d(3-d^2)$$
$$e = a(3-a^2)(3-a^2(3-a^2)^2)$$

$e = a$ stellende en beide leden door a deelende:

$$1 = (3-a^2)(3-a^2(3-a^2)^2) = 9 - 30\,a^2 + 27\,a^4 - -9\,a^6 + a^8,$$

dus: $a^8 - 9\,a^6 + 27\,a^4 - 30\,a^2 + 8 = 0$

of $(a^2-4)(a^2-2)(a^4-3\,a^2+1) = 0.$

Door krd. 9φ niet gelijk krd. φ, maar gelijk $-$ krd. φ te stellen, verkrijgt men weder eene vergelijking:

$$-a = a(9-30\,a^2+27\,a^4-9\,a^6+a^8)$$

$a^8 - 9a^6 + 27a^4 - 30a^2 + 10 = 0$, of:

$(x^4 - 5x^2 + 5)(x^4 - 4x^2 + 2) = 0.$

Dat in deze twee vergelijkingen zamen de vergelijkingen van den 10-hoek en 8-hoek voorkomen en tevens die, wier ordegetal deeler is van 10 en 8, is nu reeds duidelijk; want voor die allen geldt het, dat het 9-voud van hun boog gelijk is aan den enkelen boog; zelfs geldt dit voor den diameter of tweehoek; maar het is uit deze wijze van vorming niet duidelijk, waarom de tienhoek in de eene vergelijking voorkomt met den vierhoek, terwijl de achthoek met den vijfhoek in de andere vergelijking gevonden wordt. Later zien wij door het ontleden van de algemeene formule hoe deze regel in meer zamengestelde gevallen is.

7. Wij houden er ons dus niet bij op om den boog vijfvoudig te nemen, of om het vijfvoud van een boog gelijk aan het drievoud te stellen, het p-voud gelijk aan het q-voud, en waarom dan niet voor een $(2n+1)$-hoek eens vooral krd. $n\varphi = \text{krd.}\,(n+1)\,\varphi$. Dat zou de beste methode zijn, die nooit vreemde factoren geeft, zoo als vroeger bij het kiezen van een trapezium of vierhoek voorkwam. Het is dus eene even strenge, bepaalde en zekere methode als de eerste, en zij heeft het voordeel, dat zij tot eene vergelijking van lageren graad voert, die niet meer behoeft te worden ontleed, als $2n+1$ ondeelbaar is.

De koorden der even veelvouden eens boogs worden ligt gevonden, door voor x te substitueren: $x\sqrt{4-x^2}$. Daar nu òf n òf $n+1$ even is, zoo heeft men die substitutie slechts te verrigten in de waarde van de koorde van het $\frac{n}{2}$ voud of $\frac{n+1}{2}$ voud des boogs, waardoor, na verheffing in de tweede magt, om $\sqrt{4-x^2}$ te verdrijven, eene vergelijking van den $(2n+1)$-hoek zal ontstaan van den $2n^{\text{den}}$ graad, juist van den graad, die noodig is, om de n-zijden der $(2n+1)$-hoeken of de n verschillende ver-

bindingslijnen des $(2n + 1)$-hoeks eens als positieve, eens als negatieve wortels te kunnen hebben.

8. Wil men enkel de veelhoeken hebben met even aantal zijden $2p = 2(2n + 1)$ bijv., zoo merken wij op, dat men weder $x^2(4 - x^2)$ te stellen heeft in plaats van x^2, zoo dat de vergelijkingen der veelhoeken met even aantal zijden altijd symmetrische functiën zullen moeten zijn van x^2, en $4 - x^2$. In de vergelijkingen van die evene veelhoeken ontbreken dan echter de wortels, die de waarde der lagere veelhoeken aangeven, en wij mogen dus slechts schrijven $E(2p)$, tenzij wij die factoren toevoegen, zoo als wij hieronder doen. Elken nieuwen factor zullen wij voluit schrijven. Zoodanigen nieuwen factor bij den p-hoek zullen wij dus in het vervolg als hij bij veelhoeken met een aantal zijden, dat een veelvoud van p is, weder voorkomt, door $E(p)$ aanduiden. Zoo hebben dan de veelhoeken tot en met den 22-hoek de volgende vergelijkingen:

$C(2) = x^2 - 4 = 0.$

$C(3) = x^2 - 3 = 0.$

$C(4) = (x^2 - 2).\ C(2) = 0.$

$C(5) = x^4 - 5x^2 + 5 = 0.$

$C(6) = (x^2 - 1).C(3).C(2) = 0.$

$C(7) = x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0.$

$C(8) = (x^4 - 4x^2 + 2).E(4).C(2) = 0.$

$C(9) = (x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 3).C(3) = 0.$

$C(10) = (x^4 - 3x^2 + 1).C(5).C(2) = 0.$

$C(11) = x^{10} - 11x^8 + 44x^6 - 77x^4 + 55x^2 - 11 = 0.$

$C(12) = (x^4 - 4x^2 + 1).E(6).E(4).C(3).C(2) = 0.$

$C(13) = x^{12} - 13x^{10} + 65x^8 - 156x^6 + 182x^4 - 91x^2 + 13 = 0.$

$C(14) = (x^6 - 5x^4 + 6x^2 - 1).C(7).C(2) = 0.$

$C(15) = (x^8 - 7x^6 + 14x^4 - 8x^2 + 1).C(5).C(3) = 0.$

$C(16) = (x^3 - 8x^6 + 20x^4 - 16x^2 + 2).E(8).E(4).C(2) = 0.$

$C(17) = x^{16} - 17\ x^{14} + 119\ x^{12} - 442\ x^{10} + 935\ x^8 -$
$- 1122x^6 + 714x^4 - 204x^2 + 17 = 0.$

$C(18) = (x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 1).E(9).E(6).C(3).C(2) = 0.$

$C(19) = x^{18} - 19x^{16} + 152\ x^{14} - 665\ x^{12} + 1729\ x^{10} -$
$- 2717x^8 + 2508x^6 - 1254x^4 + 285x^2 - 19 = 0.$

$C(20) = (x^8 - 8\ x^6 + 19\ x^4 - 12\ x^2 + 1).\ E\ (10).\ E\ (4).$
$C(5).C\ (2) = 0.$

$C(21) = (x^{12} - 11x^{10} + 44x^8 - 78x^6 + 60\ x^4 - 16\ x^2 +$
$+ 1).\ C(7).C(3) = 0.$

$C(22) = (x^{10} - 9\ x^8 + 28x^6 - 35\ x^4 + 15\ x^2 - 1).\ C\ (11).$
$C(2) = 0.$

II.

9. Wij hebben kortelijk aangegeven, hoe men de vergelijking voor de koorde van elken willekeurigen veelhoek door geometrische beschouwingen vormen kan, en gaan er toe over de eigenschappen dier vergelijkingen te onderzoeken en het verband, dat er tusschen die vergelijkingen bestaat.

Hiertoe zal het verkieslijk zijn, dat wij ons meer op algebraïsch terrein begeven, en nu en dan gebruik maken van de volgende formulen, in elk leerboek der hoogere algebra aangetroffen:

voor n even.

$$(1).\ Sin.\ n\varphi = Cos.\ \varphi \left(n\ Sin.\ \varphi - \frac{n(n^2-4)}{1.2.3}\ Sin.^3\ \varphi + \right.$$

$$+ \frac{n(n^2-4)(n^2-16)^2}{1.2.3.4.5}\ Sin.^5\ \varphi \ldots\ +$$

$$(-1)^{\frac{n-2}{2}} \frac{n(n^2-4)(n^2-16)\ldots.(n^2-(n-2)^2}{1.2.3.4.5\ldots\ldots.(n-2)(n-1)}\Big) Sin.^{n-1}\varphi$$

$$(2).\ Sin.\ n\varphi = n\ Sin.\ \varphi - \frac{n(n^2-1)}{1.2.3} Sin.^3\ \varphi +$$

$$\frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{1.2.3.4.5} Sin.^5\ \varphi - \ldots\ldots +$$

$$(-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{n(n^2-1)(n^2-9)\ldots.(n^2-(n-2)^2)}{1.2.3.4.5\ldots.(n-1)n} Sin.^n\varphi$$

Stelt men hierin $n\varphi = 0$, zoo heeft men de vergelijkingen van de halve middelpuntshoeken, die de wortels zijn der vergelijkingen, te weten $Sin.\ \frac{\pi}{n}$, $Sin.\ \frac{\pi}{2n}$ enz. Zeer ligt worden de wortels met 4 vermenigvuldigd, waardoor de koorden in de plaats komen van de sinussen der halve hoeken. Het schijnt dan, alsof elke coëfficiënt tot deeler moet hebben n. Ook moet het ieder in het oog vallen, die de bovenstaande vergelijkingen overziet, dat de coëfficiënten, voor zoover de $(2n + 1)$-hoeken betreft, als $2n+1$ ondeelbaar is, werkelijk allen deelbaar zijn door $2n + 1$. De niet door $2n + 1$ deelbare komen alleen dan voor, als $2n + 1$ factoren heeft, en worden uit de andere uitgezocht op de wijze als bij de zeef van Eratosthenes de deelbare getallen worden gevonden. Een enkele komt hier en daar voor, als de zesde bij den vijftienhoek, die toch de deeling toelaat. De reden hiervan wordt gevonden door de volgende beschouwing, hier in beginsel aangegeven, tot het einde toe door te zetten.

10. In plaats van de zijde of diagonalen van een veel-

hoek van $2n+1$-zijden, waarvoor dus $(2n+1)\,\varphi = 2\,\pi$, mag men natuurlijk hare waarde $2\ Sin.\ \frac{1}{2}\,\varphi$, $2\ Sin.\ \frac{p\,\varphi}{2}$ invoeren, dan zouden voor $\varphi = 2\,\psi$ de factoren zijn

$$x^2 - 4\ Sin.^2\ \psi,\ x^2 - 4\ Sin.^2\ p\ \psi \text{ tot aan}$$
$$x^2 - 4\ Sin.^2\ n\ \psi.$$

Noemen wij de opvolgende coëfficiënten:

1, A, B, C, enz. en de wortels bij bekorting: a, b, c, enz., zoo is:

$$A = \Sigma\,(a),\ B = \Sigma\,(ab),\ C = \Sigma\,(abc),\ \text{enz.}$$

dus $A = 4\ \Sigma\ Sin.^2\ p\ \psi$, van $p = 1$ tot $p = n$.

en daar $Sin.^2\ \psi = \dfrac{1 - Cos.\,2\ \psi}{2}$, hebben wij

$$A = 2 \sum_1^n (1 - Cos.\,2\,p\,\psi) = 2\ (n+\tfrac{1}{2}).$$

Om B, C, enz. te vinden gebruiken wij het theorema van onzen landgenoot ALBERT GIRARD:

$$\Sigma\,(a^n) = A\ \Sigma\,(a^{n-1}) - B\ \Sigma\,(a^{n-2}) + C\ \Sigma\,(a^{n-3}) - \\ - \ldots \pm M\ \Sigma\,a \mp N$$

Zoo bijv. voor $n = 2$, vindt men B.

$$\Sigma\,(a^2) = A\ \Sigma\,(a) - 2\,B,\ 2\,B = A\ \Sigma\,(a) - \Sigma\,(a^2)$$

$$\Sigma\,(a^2) = 16\ \Sigma\,(Sin.^4 p\,\varphi) = 4 \sum_1^n (1 - Cos.\,2\,p\,\psi)^2$$

$$= 4 \sum_1^n (1) - 8 \sum_1^n (Cos.^2\,p\psi) + 4 \sum_1^n Cos.^2\ 2\,p\,\psi$$

$$= 4\,n + 4 + 2 \sum_1^n (1 + Cos.\,4\,p\,\psi)$$

$$= 4\,(n+1) + 2\,(n-\tfrac{1}{2}) = 6\ n+3.$$

$$2\,B = (2n+1)^2 - 3(2n+1),\quad B = (n-1)(2n+1)$$

$$\Sigma(a^3) = \sum_1^n (64\,Sin.^6\,p\psi) = 8\sum_1^n (1 - Cos.p\psi)^3 = 10(2n+1)$$

$$\Sigma(a^3) = 10(2n+1) = 3(2n+1)^2 - (n-1)(2n+1)^2 + 3C$$

$$C = \frac{2n^2 - 7n + 6}{3}(2n+1).$$

Weder komt de factor $2n+1$ voor. Verder is de eerste factor altijd en alleen dan, bladz. 304, een geheel getal, als n is van den vorm $3m \pm 1$.

Ligt zet men nog voor de som der achtste magten de ontwikkeling voort, waaruit dan:

$$D = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},\ \text{enz.}$$

Eindelijk is ook bekend de betrekking:

$$2n+1 = 2^{2n}\,Sin.^2\frac{\pi}{2n+1}.\,Sin.^2\frac{2\pi}{2n+1}\ldots\ldots Sin.^2\frac{n\pi}{2n+1}$$

11. Men behoeft het echter niet bij voorbeelden te laten blijven. De vorm der quotiënten van alle sommen der even mogten door $2n+1$ kan ligt algemeen worden aangegeven. Men kan immers schrijven:

$$Sin.^p x = \left\{\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right\}^p,\ \text{waar } p \text{ steeds even is.}$$

dus:

$$2^p\,.\,Sin.^p mx = 2^p(\sqrt{-1})^p\left\{Cos.\,pmx - p\,Cos.(p-2)mx + \right.$$

$$\left. + \frac{p(p-1)}{1.2}\,Cos.(p-4)mx - \ldots\ldots\right\}$$

en dus algemeen de som van de evene magten der verschillende wortelparen

$$\sum_{0}^{n} 2^p \,.\, Sin.^p mx = 2^p (\sqrt{-1})^p \left\{ \sum_{1}^{n} Cos.pm - p \sum_{1}^{n} Cos.(p-2)mx \right\}$$

alwaar m van 1 tot en met n moet genomen worden voor de n verschillende wortels van den $(2n+1)$-hoek.

Elke factor, die in het tweede lid met den binomiaalcoëfficiënt voorkomt, is $\frac{1}{2}$, behalve de middelste die n is, aangezien $Cos.(p-p)x = Cos.0$ telkens 1 is, en die dus de waarde:

$$n \,.\, \frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1.2\ldots.\frac{1}{2}p} \text{ erlangt.}$$

Nu is de som der binomiaalcoëfficiënten 2^p, en de som van die op de evene plaatsen staan 2^{p-1}, deze zijn tegengesteld van teeken met die, welke op de onevene plaatsen staan, en ook 2^{p-1} tot som hebben. De laatste van deze beide soorten bevat den grootsten term. Trekt men dien van de andere termen dezer soort af, zoo komt voor die anderen:

$$2^{p-1} - \frac{p(p-1)(p-2)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1. \quad 2. \quad 3 \ldots\ldots\ldots \frac{1}{2}p},$$

de overigen, die de reeks der termen op even plaatsen vormen, hebben 2^{p-1} tot som, dat is eene som, die

$$\frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1. \quad 2 \ldots\ldots\ldots \frac{1}{2}p}$$

grooter is en wegens het tegengesteld teeken van de coëfficiënten op de even plaatsen met die op de oneven plaatsen ook met $\frac{1}{2}$ moet vermenigvuldigd worden gelijk elk van de termen; maar dat is ook juist de waarde van den grootsten of middelsten term. Die komt dus, in de som der reeks van 2^{p-1} $Sin.px$, eens voor met n vermenigvuldigd en eens met $\frac{1}{2}$, alzoo is:

de som van $2^{p-1}\, Sin.^p x = \frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1. \quad 2 \ldots\ldots\ldots \frac{1}{2}p}(n+\frac{1}{2})$

de som van $2^p \quad Sin.^p x = \frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1. \quad 2 \ldots\ldots\ldots \frac{1}{2}p}(2n+1)$.

Hieruit zal men de waarden 1, 3, 10 terugvinden voor de coëfficiënten van $2n+1$ in de sommen der tweede, vierde, zesde magten. De coëfficiënt R, die de som is van het product der wortels r aan r, wordt gevonden uit:

$$\Sigma 2^{2r} Sin.^{2r}\varphi = A\Sigma 2^{2r-2} Sin.^{2r-2}\varphi - B\Sigma 2^{2r-4} Sin.^{2r-4}\varphi +$$
$$+ C\Sigma 2^{2r-6} Sin.^{2r-6}\varphi \ldots\ldots + (-1)^{r-1} R$$

en daar $\Sigma\, 2^{2(r-r)} Sin.^{2(r-r)}\varphi$ tusschen 1 en $r = r$ is,

$$(-1)^{p-1} r R = \Sigma\, 2^{2r} Sin.^{2r}\varphi - A\Sigma\, 2^{2(r-1)} Sin.^{2(r-1)}\varphi +$$
$$+ B\Sigma\, 2^{2(r-2)} Sin.^{2(r-2)}\varphi -$$

Daar in zoodanige vergelijking elk der termen van het tweede lid den deeler $2n+1$ heeft, moet ook steeds het eerste lid dien hebben, en moeten dus alle coëfficiënten eener vergelijking van den $(2n+1)$-hoek den factor $2n+1$ hebben, terwijl de andere factor een geheel getal zal zijn, als dat ordegetal niet in $2n+1$ deelbaar of niet daartegen verkleinbaar is; anders is dit besluit niet toepasselijk op den factor van $2n+1$, en kan hij dus een gemengd getal zijn. In dezen algemeenen vorm heeft men spoedig gezien, wanneer toch een geheel getal kan voorkomen. Dat is echter zoo zeldzaam, dat wij den regel niet aangeven, noch gezocht hebben, te meer, dewijl het er ons niet om te doen is, maar slechts om de grootte van dien factor en de wijze, hoe die verschillende factoren gemakkelijk worden opgeschreven.

12. In plaats van eene trapsgewijze bepaling als naar § 10 en § 11, willen wij trachten die wet op te sporen, en zullen wij alleen uit § 1 overnemen, dat elke volgende factor door eene algebraïsche uitdrukking van één graad hooger wordt aangegeven, en dat dus, als de quotiënten of factoren uit de 2de, 3de, 4de, ... $(p+1)^{de}$ coëfficiënten der vergelijking door deeling met $2n+1$ verkregen, geplaatst worden naar den vorm van den driehoek van PASCAL en onder elkander in eene 1ste, 2de, 3de ... p^{de} schuine

kolom worden gerangschikt, de quotiënten rekenkunstige reeksen vormen van de $(p-1)^{de}$ orde.

Die factoren, zoo als ik ze kortelijk zal noemen, hebben dus deze eigenschap met de binomiaal coëfficiënten van opvolgende of ook van evenveel verschillende magten gemeen. Wij zullen opvolgende magten nemen, omdat dan telkens de termen één uitspringen.

Eveneens als zulks bij de binomiaalcoëfficienten van de opvolgende magten plaats heeft, komt in elken volgenden $(2n+1)$-hoek een term meer voor, en de laatste termen hebben weder de gelijke factoren 1. Maar er is nog meer overeenkomst tusschen de binomiaalcoëfficiënten en deze factoren.

De voorlaatste binomiaalcoëfficiënten vormen weder eene rekenkunstige reeks van de eerste orde, de derde van achteren weder eene van de tweede orde, de vijfde van achteren eene van de vierde orde, de $2q+1^{de}$ van achteren eene van de $2q^{de}$ orde. Ook dat is het geval met de voorlaatste factoren, met de factoren op de plaats $2q+1$ van achteren.

Bezien wij daartoe de formule:

$$Sin.\, m\varphi = m\, Sin.\, \varphi - \frac{m(m^2-1)}{1\ 2.3} Sin.^3\varphi + \\ + \frac{m(m^2-1)(m\ -9)}{1.2.3.4.5.} Sin.^5\varphi - \text{etc.}$$

waarin wij $Sin.\, m\varphi = 0$ stellen, en die wij verder ontdoen van den factor $Sin.\, \varphi$ en tevens van m, die $2n+1$ zal vervangen.

Wij schrijven haar dan:

$$0 = 1 - \frac{m^2-1}{1.2.3} Sin.^2\varphi + \frac{(m^2-1)(m^2-9)}{1.2.3.4.5} Sin.^4\varphi - \\ - \frac{(m^2-1)(m^2-9)(m^2-25)}{1.2.3.4.5.6.7} Sin.^6\varphi + \text{etc.}$$

$\frac{m^2-1}{1.2.3}$, de voorlaatste, (want de orde is nu omgekeerd) is een factor van den tweeden graad, de volgende van den vierden graad enz., volkomen zoo als wij omtrent de binomiaalcoëfficiënten opmerkten. Schrijven wij nu nog $2n+1$ in plaats van m, dan wordt de formule:

$$0 = 1 - \frac{2^2 n(n+1)}{1.2.3} Sin.^2 \varphi + \\ + \frac{2^4 (n-1)\, n(n+1)(n+2)}{1.2.3.4.5} Sin.^4 \varphi - \text{etc.}$$

en dus zijn de factoren niet anders dan binomiaalcoëfficienten, maar met zekere factoren aangedaan. Men heeft door invoering van de koorden in plaats van de sinussen der hoeken ook het volgende:

$$0 = 1 - \frac{n(n+1)}{1.2.} \tfrac{1}{3} x^2 + \frac{(n-1)\, n(n+1)(n+2)}{1.2.3.4.5} \tfrac{1}{5} x^4 - \\ - \frac{(n-2)(n-1)\, n(n+1)(n+2)(n+3)}{1.2.3.4.5.6} \tfrac{1}{7} x^6 + \text{enz.}$$

13. Hieruit volgt, dat men, door de diagonale termen der binomiaalcoëfficiënten met een zekeren factor, hier eene bepaald aangegevene breuk ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ enz.), te vermenigvuldigen, de diagonale termen der factoren van de $(2n+1)$-hoeken zal kunnen verkrijgen, en dat is eene zoo bijzonder merkwaardige eigenschap, omdat wij nu slechts den factor hebben op te sporen, om oogenblikkelijk al de factoren en dus ook al de coëfficiënten van de vergelijking des $(2n+1)$-hoeks te verkrijgen.

Schrijven wij dan eenige binomiaalcoëfficiënten op, en beschouwen wij de diagonale termen, die eene onevene plaats van achteren af innemen, zoo geeft de laatste overal de eenheid, die werkelijk zelve de factor is van de laatste ter-

men aller vergelijkingen van den $(2n+1)$-hoek. In de derde van achteren moeten alle termen door drie, in de vijfde van achteren alle door vijf, in de $(2p+1)^{de}$ alle termen door $2p+1$ gedeeld worden, en men heeft de factoren, die men zocht.

1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1

Het volgende schema geeft het resultaat van de deeling door 1, 3, 5, 7, enz. zoo als beschreven is, iets verder voortgezet.

$\frac{1}{3}$ 1
$\frac{2}{5}$ 1 1
$\frac{1}{7}$ 1 2 1
$\frac{1}{9}$ 1 3 $3\frac{1}{3}$ 1
$\frac{1}{11}$ 1 4 7 5 1
$\frac{1}{13}$ 1 5 12 14 7 1
$\frac{1}{15}$ 1 6 $18\frac{1}{3}$ 30 $25\frac{1}{5}$ $9\frac{1}{3}$ 1
$\frac{1}{17}$ 1 7 26 55 66 42 12 1
$\frac{1}{19}$ 1 8 35 91 143 132 66 15 1
$\frac{1}{21}$ 1 9 $45\frac{1}{3}$ 140 273 $333\frac{2}{3}$ $245\frac{1}{7}$ 99 $18\frac{1}{3}$ 1
$\frac{1}{23}$ 1 10 57 204 476 728 715 429 143 22 1

Vermenigvuldigt men de termen van elk der horizontale reeksen van dit laatste schema met den noemer der breuken, die vooraan staan, zoo heeft men de coëfficiënten der vergelijkingen van de veelhoeken met een aantal zijden ge-

lijk aan den noemer, die steeds de eenheid is; en tevens is deze breuk het constante $2\,(q-1)^{\text{de}}$ verschil van de naar de regterhand schuins afloopende reeks, aan welker hoofd zij staat, als q beteekent het ordegetal in dit schema van achteren af. De naar de linkerhand schuins afloopende reeksen hebben, daar er om den andere dezelfde getallen in voorkomen, constante verschillen, die de opvolgende magten van 2 grooter zijn, dan de genoemde verschillen. Zij zijn achtereenvolgens $\frac{1}{1} \times 2^0$, $\frac{1}{2} \times 2^1$, $\frac{1}{3} \times 2^2$, $\frac{1}{4} \times 2^3$, $\frac{1}{5} \times 2^4$, enz.

14. Nog is er eene eigenschap, die wel niet zoo schoon en eenvoudig is als bij de binomiaalcoëfficiënten, maar haar toch herinnert.

Vermenigvuldigt men de m^{de} met de n^{de} magt van een zelfde binomium, zoo zijn de coëfficiënten van het product die van de $(m+n)^{\text{de}}$ magt volkomen; het is het karakter der magtsverheffing: $\mathrm{F}(m) \times \mathrm{F}(n) = \mathrm{F}(m+n)$.

De coëfficiënten der veelhoeksvergelijkingen van den $2(m+n)+1$-hoek, van den $2(m+n)^{\text{den}}$ graad worden nu wel niet volkomen gevormd door de vermenigvuldiging van de coëfficiënten der vergelijkingen van den $(2m+1)$- en $(2n+1)$-hoek, welke natuurlijk ook eene vergelijking van den $2(m+n)^{\text{den}}$ graad geven, maar toch met zeer veel overeenstemmende coëfficiënten.

Bijzonder eenvoudig is het verschil, als men vier veelhoeken neemt:

$$\mathrm{C}(2m+1), \mathrm{C}(2n+1), \mathrm{C}(2p+1), \mathrm{C}(2q+1),$$

danig, dat $m+n=p+q$, terwijl de graden der vergelijkingen

$$(2m+1) \times (2q+1) \text{ en } (2n+1) \times (2p+1)$$

weinig verschillen; zelfs kan men nemen het vierkant van een $(2m+1)$ hoeks- en het product van eene $(2p+1)$-hoeks- en het product van eene $(2q+1)$-hoeksvergelijking, zoodanig dat $m^2 = p+q$ en tevens

$(2m+1)^2 - (2p+1)(2q+1)$ een gering verschil is.

De verschillen gelden dan voor den veelhoek met het aantal zijden gelijk aan de helft van dit verschil.

Bij voorbeeld:

$$\{C(5)\}^2 = x^8 - 10x^6 + 35x^4 - 50x^2 + 25 = 0$$
$$C(3) \times C(7) = x^8 - 10x^6 + 35x^4 - 49x^2 + 21 = 0$$

dus

$$C(3) \times C(7) - \{C(5)\}^2 = x^2 - 4 = C(2)$$
$$C(5) \times C(11) = x^{14} - 16x^{12} + 104x^{10} -$$
$$- 352x^8 + 660x^6 - 671x^4 + 330x^2 - 55 = 0$$
$$C(7) \times C(9) = x^{14} - 16x^{12} + 104x^{10} -$$
$$- 352x^8 + 660x^6 - 672x^4 + 336x^2 - 63 = 0$$

dus:

$$C(5) \times C(11) - C(7) \times (9) =$$
$$= x^4 - 6x^2 + 8 = (x^2 - 2)(x^2 - 4) = C(4).$$

Eveneens kan men geringe verschillen zien tusschen $C(19) \times C(3)$, $C(17) \times C(15)$, $C(15) \times C(7)$, $C(13) \times C(9)$.

De reden en de bepaling er van moeten uit de volgende paragraphen worden afgeleid.

15. Wij hebben in § 5 en 6 gezegd, dat wij bij de gelijkstelling van de koorden van verschillende veelvouden van bogen wel hebben toe te zien, voor welke veelhoeken wij daardoor de vergelijkingen verkrijgen, en wij voegen er bij, dat wij er op hebben te letten, of dan nog wel de volledige vergelijkingen ontstaan. Hier is het de plaats, om bij de ontleding der weinig veranderde vergelijkingen dat gezegde nader te bepalen. Stellen wij vooreerst: krd $(2n+1)\varphi$ = krd. φ, zoo moet iets van het karakter van den $2n$-hoek en iets van het karakter van den $(2n+2)$-hoek, wiens koorde negatieve boog η = koorde $(2n+1)\varphi$ is, daarin voorkomen, en zelfs iets van het karakter van al de veelhoeken, voor welke het aantal hoekpunten deeler is van $2n+2$ en $2n$,

in zooverre als althans de graad der vergelijkingen $(2n)$ en $(2n+2)$ zulks toelaat, d. i. in zooverre sommige diagonalen van den $(2n+2)$ en $2n$-hoek als zijden van die veelhoeken van een geringer in $2n$ of $2n+2$ deelbaar aantal zijden kunnen worden aangemerkt.

Wij hebben $Sin.(2n+1)\frac{\varphi}{2} = \pm Sin.\frac{\varphi}{2}$, naarmate wij de koorde van het $(2n+1)$-voud des boogs gelijk willen stellen aan de koorde van den negatieven of van den positieven boog *).

Dat is:

$$Sin.(2n+1)\frac{\varphi}{2} - Sin.\frac{\varphi}{2} = 0\ (a) \text{ in het eerste geval,}$$

$$Sin.(2n+1)\frac{\varphi}{2} + Sin.\frac{\varphi}{2} = 0\ (b) \text{ in het tweede geval,}$$

of na herleiding:

$$Sin.n.\frac{\varphi}{2}\,Cos.(n+1)\frac{\varphi}{2} = 0\ (a')$$

$$Sin.(n+1)\frac{\varphi}{2}\,Cos.n\frac{\varphi}{2} = 0\ (b')$$

Al de veelhoeken, die aan (a) of (a') voldoen, zullen voorkomen als factoren van $C(2n+1) = +1$, en al de veelhoeken, die aan (b) of (b') voldoen, zullen voorkomen als factoren van $C(2n+1) = -1$.

Een der factoren van ieder der vergelijkingen (a') en (b') behoort tot den veelhoek van éene zijde meer, de andere tot die van éene zijde minder. Sommige diagonalen

*) Daar de uitdrukking van $Sin.(2n+1)\varphi/_2$ (vergelijk blz. 307) tot factor heeft $Sin.\varphi/_2$ en doordien factor $Sin.\varphi/_2$ ook kan gedeeld worden als men $Sin.(2n+1)\varphi/_2 =$ nul stelt en dus de vergelijking van den $2n+1$-hoek zoekt, zoo heeft men het eerste lid van de formule van een $2n+1$-hoek slechts gelijk ± 1 te stellen om uit te drukken, dat koorde $(2n+1)\varphi = \pm$ krd.φ.

van den $2n$-hoek komen dan voor in (a'), de overige in (b'), en evenzoo is het met $(2n+2)$-hoek, en daar bij deze veelhoeken met even aantal zijden een gedeelte der diagonalen, koorden of diagonalen zijn van de veelhoeken van de helft, van het vierde deel van het aantal zijden, zoo kan men dit ook symbolisch voorstellen, alsof de vergelijkingen dier veelhoeken (de incomplete E's) er in voorkomen.

Men heeft slechts te zien, dat aan a' en b' voldaan wordt als $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2(n+1)}, \frac{\pi}{2n}, \frac{\pi}{n+1}, \frac{\pi}{n}$ is of een onderdeel hiervan, en daarop kan men dan zien, of eene zekere waarde $\frac{\varphi}{2} = \varphi'$ nu $Sin.(n+1)\varphi' = Sin.\varphi'$, dan wel $= -Sin.\varphi'$ levert.

Eischt men bijv.

krd. $9\varphi = \pm$ krd. φ, overeenkomende met

$C(9) = \pm 1$ en met $Sin.\,9\varphi' = \pm Sin.\varphi'$ $(\varphi' = {}^{\varphi}/_{2})$

Aan $Sin.\,9\varphi' = +Sin.\varphi'$ voldoen alleen de hoeken $\varphi' = 18°, = 45°, = 90°$, en aan $Sin.\,9\varphi' = -Sin.\varphi'$ voldoen alleen de hoeken $\varphi' = 36°, = 22°\frac{1}{2}$,

zoodat men voor krd. $9\varphi = +$ krd. φ heeft:

$\varphi = 36°, = 90°, = 180°$, waarvan de eerste waarde aan den tienhoek behoort, de twee andere aan den achthoek, of zoo men wil aan den vierhoek, en voor krd. $9\varphi = -$ krd. φ, $\varphi = 72°, = 45°$, de eerste behoort weder aan den tien- of zoo men wil aan den vijfhoek, de tweede aan den achthoek, aan de diagonalen van den achthoek, die niet tot den vierhoek behooren.

Derhalve:

$$C(9) = +1 \equiv E(10).E(4).E(2) = 0$$

en

$$C(9) = -1 \equiv E(8).E(5).$$

Wil men eene geometrische figuur te hulp roepen, zoo construeert men den $2n$-hoek en den $(2n+2)$-hoek, trekt in ieder eene middellijn door twee overstaande hoekpunten; en telt zoodanige waarde $\varphi/_2 n$ malen of $(n+1)$ malen in denzelfden zin voort, zoo ziet men oogenblikkelijk of de n of $(n+1)$-voudige boog ook boven de middellijn of er onder eindigt. Ook kan men de raaklijn construeren aan den cirkel om den veelhoek beschreven, en wel in een zijner hoekpunten, waaruit men ook de verschillende diagonalen, de koorden, naar de overige hoekpunten getrokken heeft, en nu, daar de hoeken aan den omtrek door de halve bogen gemeten worden, met φ in plaats van met $\varphi/_2$ omtellen, dan worden onmiddellijk de koorden gegeven. Men heeft dan echter naauwlettend toe te zien, wanneer zoodanige koorde m_l als negatief moet beschouwd worden.

16. Ook kan men natuurlijk de resultaten, gegeven door $C(2n+1)=+1$ en $C(2n+1)=-1$, vereenigen door te nemen $\{C(2n+1)\}^2-1=0$, zoo als zulks in volgende tabel geschied is, waarin echter, ter verkrijging van een beter overzigt, de E's, gegeven door $C(2n+1)+1=0$, door het teeken $\times$ zijn afgescheiden van de E's, die te zamen vermenigvuldigd $C(2n+1)-1=0$ leveren.

$\{C(3)\}^2 - 1 = E(4) \times C(2) = 0.$

$\{C(5)\}^2 - 1 = E(4).C(3) \times E(6).C(2) = 0.$

$\{C(7)\}^2 - 1 = E(8).C(3) \times E(6).E(4).C(2) = 0.$

$\{C(9)\}^2 - 1 = E(8).C(5) \times E(10).E(4).C(2) = 0.$

$\{C(11)\}^2 - 1 = E(12).C(5).E(4) \times E(10).E(6).C(3).C(2) = 0.$

$\{C(13)\}^2 - 1 = E(12).C(7).E(4) \times E(14).E(6).C(3).C(2) = 0.$

$\{C(15)\}^2 - 1 = E(16).C(7) \times E(14).E(8).E(4).C(2) = 0.$

$\{C(17)\}^2 - 1 = E(16).E(9).C(3) \times E(18).E(8).E(4).E(2).E(6) = 0.$

$\{C(19)\}^2 - 1 = E(20).E(9).E(4).C(3) \times E(18).E(10).E(6).C(5).C(2) = 0.$

$\{C(21)\}^2 - 1 = E(20).C(11).E(4) \times E(22).E(10).C(5).C(2) = 0.$

$\{C(23)\}^2 - 1 = E(24).C(11).E(8) \times E(22).E(12).E(6).C(3).E(4).C(2) = 0.$

Gaat men van veelhoeken met een even aantal zijden uit, zoo heeft men steeds

$$\{C(2n)\}^2 - 1 = C(2n-1).\ C(2n+1).\ E(2).$$

17. De gelijkstelling van krd. $n\varphi$ = krd. $(n+1)\varphi$ is volkomen en ondubbelzinnig, maar als men twee koorden van andere veelvouden eens boogs aan elkander gelijkstelt, zoo heeft men weder, indien de veelvouden zijn $p\varphi$ en $q\varphi$:

$$Sin.\ p\frac{\varphi}{2} \pm Sin.\ q\frac{\varphi}{2} = 0,$$

$$Sin.\frac{p+q}{2}.\frac{\varphi}{2}\ Cos.\frac{p-q}{2}.\frac{\varphi}{2} = 0\ (a')$$

$$Sin.\frac{p-q}{2}.\frac{\varphi}{2}\ Cos.\frac{p-q}{2}.\frac{\varphi}{2} = 0\ (b').$$

Men heeft dus in den $(p-q)$- en $(p+q)$-hoek de waarden van $\varphi/_2$ te zoeken, die aan deze beide formulen voldoen, en die waarden te toetsen aan de eerste en tweede vergelijking, om te beslissen tot welke zij behooren.

Stellen wij krd. 3φ = krd. 5φ, zoo moet daarin iets van het karakter van den achthoek voorkomen. Werkelijk zien wij iets, maar niet alles.

$$\pm x(3-x^2) = x(5-5x^2+x^4)$$

geeft:

$$x^4 - 4x^2 + 2 = 0 \text{ of: } x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$

en dus als wortels van de eerste vergelijking de wortels van den drievoudigen en dus hier voor den achthoek tevens vijfvoudigen en van den enkelen boog, en als wortels van de tweede vergelijking die van tweehoek en vierhoek E(2). E(4) = 0. Alzoo geven beide te zamen vermenigvuldigd de volledige vergelijking van den achthoek C(8).

$$C(8) = E(8).\ E(4).\ C(2).$$

Stelt men krd. 3φ = krd. 7φ

$$\pm x(3 - x^2) = x(7 - 14x^2 + 7x^4 - x^6)$$

zoo verkrijgt men:

$$x^6 - 7x^4 + 13x^2 - 4 = (x^4 - 3x^2 + 1)(x^2 - 4) = 0,$$

en

$$x^6 - 7x^4 + 15x^2 - 10 = (x^4 - 5x^2 + 5)(x^2 - 2) = 0;$$

de eerste heeft dus tot factoren: C(2) en E(10), de tweede E(4) en E(5); dus haar product geeft: $0 = E(4) \times C(5) \times C(2) \times E(10$; waarin weder dezelfde regel doorstraalt, als in de vorige § is aangegeven.

Verheft men die beide vergelijkingen eerst tot de tweede magt, zoo verkrijgt men natuurlijk hetzelfde resultaat, maar in eene uitdrukking verbonden.

$$9 - 6x^2 + x^4 = 25 - 50x^2 + 35x^4 - 10x^6 + x^8$$

$$x^8 - 10x^6 + 34x^4 - 44x^2 + 16 = 0$$

of:

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2)(x^4 - 4x^2 + 2) = 0.$$

$$9 - 6x^2 + x^4 = 49 - 196x^2 + 294x^4 - 210x^6 + 77x^8 - 14x^{10} + x^{12}$$

of:

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2)(x^4 - 5x^2 + 5)(x^4 - 3x^2 + 1) = 0.$$

Werkelijk zijn nu weder in het eerste voorbeeld de tweehoek, vierhoek en achthoek de eenige veelhoeken, waarvoor krd. $3\varphi =$ krd. 5φ is, en in het tweede voorbeeld de tweehoek, vierhoek, vijfhoek en tienhoek de eenige veelhoeken, waarvoor krd. $3\varphi =$ krd. 7φ is.

18. Indien men voor sinussen of bepaaldelijk voor cosinussen van de uitwendige polygoonshoeken d. i. de supplementen der polygoonshoeken vergelijkingen begeert, zoo zal men wel niet dezen weg gaan, maar liever een ander algebraïsch karakter van den veelhoek ten grondslag leggen: namelijk, dat elke zijde de som is van de projectiën der andere zijden op haar, of het daarvan afgeleide karakter, dat het vierkant op eene van de zijden gelijk is aan

de som der vierkanten op al de overige zijden, vermeerderd met tweemaal het product van elke combinatie dier zijden twee aan twee met de cosinus telkens van dien hoek, welken men moet maken, als men den veelhoek in een bepaalden zin omgaande van de ééne dier zijden op de andere zal overgaan.

Is de zijde $= 1$, zoo is de formule voor den n-hoek uit de eerste eigenschap:

$$1 = Cos.\frac{2\pi}{n} + Cos.\frac{4\pi}{n} + Cos.\frac{6\pi}{n} + \ldots + Cos.\frac{2(n-1)\pi}{n}$$

en uit de tweede eigenschap:

$$1 = (n-1) + 2\left\{(n-2)\,Cos.\frac{2\pi}{n} + (n-3)\,Cos.\frac{4\pi}{n} + \right.$$
$$\left. + (n-4)\,Cos.\frac{6\pi}{n} + \ldots + Cos.\frac{2(n-2)\pi}{n}\right\},$$

of wel bij eenen $(n-1)$-hoek, als men dezen ontstaan denkt uit den n-hoek door het verdwijnen van eene zijde:

$$0 = (n-1) + 2\left\{(n-2)\,Cos.\frac{2\pi}{n-1} + (n-3)\,Cos.\frac{4\pi}{n-1} + \right.$$
$$\left. + (n-4)\,Cos.\frac{6\pi}{n-1} + \ldots + Cos.\frac{2(n-2)\pi}{n-1}\right\}.$$

Na vereenvoudiging door de formule $Cos.\,\varphi = Cos.\,(2\pi - \varphi)$ en dergelijke komt men spoedig tot de vroeger gebruikte:

$$1 + 2\left\{Cos.\frac{2\pi}{n} + Cos.\frac{4\pi}{n} + Cos.\frac{6\pi}{n} + \ldots + Cos.\frac{2(n-1)\pi}{n}\right\} = 0.$$

19. Zoo als deze formulen daar staan, geven zij door onderlinge verbinding aanleiding tot nieuwe formulen. Zoo is bijvoorbeeld uit de tweede en derde:

$$\tfrac{1}{4} = (n-2)\,Sin.\,\tfrac{1}{2}\,\frac{(2n-1)\pi}{n(n-1)}\,Sin.\,\tfrac{1}{2}\,\frac{\pi}{n(n-1)} +$$

$$+ (n-3)\,Sin.\,\frac{(2n-1)\pi}{n(n-1)}\,Sin.\,\frac{\pi}{n(n-1)} + \text{enz.},$$

maar bovendien geven zij, hetgeen hier meer ter zake doet, en waarom wij de overige relatiën, die er gemakkelijk uit af te leiden zijn, voorbijgaan, voor de cosinussen der hoeken zeer spoedig de waarden. Wij noemen slechts den vijfhoek, zevenhoek, negenhoek en vijftienhoek, waarvoor de vergelijkingen oplosbaar zijn. Wij verkrijgen uit de vierde:

Voor den vijfhoek: $1 + 2\,(Cos.72^\circ + Cos.144^\circ) = 0,$

Voor den zevenhoek: $1 + 2\left(Cos.\frac{2\pi}{7} + Cos.\frac{4\pi}{7} + Cos.\frac{6\pi}{7}\right) = 0,$

Voor den negenhoek: $1 + 2(Cos.40^\circ + Cos.80^\circ +$

$$+ Cos.120^\circ + Cos.160^\circ) = 0,$$

Voor den vijftienhoek: $1 + 2(Cos.24^\circ + Cos.48^\circ + Cos.72^\circ +$

$$+ Cos.96^\circ + Cos.120^\circ + Cos.144^\circ + Cos.168^\circ) = 0.$$

Noemen wij weder den middelpuntshoek φ, dan heeft men $x = 2\,Sin.\,\frac{1}{2}\varphi$, $x^2 = 4\,Sin.^2\,\frac{1}{2}\varphi = 2\,(1 - Cos.\varphi)$. Substitueren wij deze waarden van x^2 in de vergelijkingen der veelhoeken, dan worden deze uitgedrukt in functie van de cosinussen der middelpuntshoeken. Wij deden dit voor de onevene veelhoeken tot en met den negentienhoek.

Gemakkelijker nog komt men tot dezelfde vergelijkingen door gebruik te maken van de boven aangegeven betrekking, geldende als $(2n+1)\varphi = 2\pi$:

$$1 + 2(Cos.\varphi + Cos.2\varphi + Cos.3\varphi + \ldots . Cos.n\varphi) = 0$$

Immers, indien men volgens de bekende formulen de cosinus van het veelvoud eens boogs uitdrukt in de opvolgende magten van de cosinus des boogs, zoo heeft men:

Voor m even:

$$(-1)^{m/_2} Cos.m\varphi = 1 - \frac{m^2}{1.2} Cos.^2\varphi + \frac{m^2(m^2-4)}{1.2.3.4} Cos.^4\varphi \ldots +$$

$$+ (-1)^{m/_2} \frac{m^2(m^2-4)\ldots(m^2-(m-2)^2)}{1.2.3.4\ldots(m-1)m} Cos.^m\varphi.$$

Voor m oneven:

$$(-1)^{m+1/_2} Cos.\ m\varphi = m\ Cos.\varphi - \frac{m(m^2-1)}{1.2.3} Cos.^3\varphi +$$

$$+ \frac{m(m^2-1)(m^2-9)}{1.2.3.4.5} Cos.^5\varphi \ldots +$$

$$+ (-1^{m-1/2} \frac{m(m^2-1)\ldots(m^2-(m-1)^2)}{1.2.3\ldots..m} Cos.^m\varphi.$$

20. In het volgend schema zijn de coëfficiënten van de verschillende magten van $Cos.\varphi$, zoo als zij voorkomen na optelling van $Cos.\varphi$, van $(Cos\ \varphi + Cos.2\varphi)$, van $Cos.\varphi + Cos.2\varphi + Cos.3\varphi$, aangegeven, die van de hoogste magten positief. Wij hadden ze weder volgens de schrijfwijze van den driehoek van PASCAL kunnen mededeelen, maar geven de voorkeur aan de verticale schrijfwijze.

	$Cos.^0\varphi$	$Cos.^1\varphi$	$Cos.^2\varphi$	$Cos.^3\varphi$	$Cos.^4\varphi$	$Cos.^5\varphi$	$Cos.^6\varphi$	$Cos.^7\varphi$	$Cos.^8\varphi$	$Cos.^9\varphi$
Driehoek	+1	+2								
Vijfhoek	−1	+2	+4							
Zevenhoek . . .	−1	−4	+4	+8						
Negenhoek. . .	+1	−4	−12	+8	+16					
Elfhoek	+1	+6	−12	−32	+16	+32				
Dertienhoek . .	−1	+6	+24	−32	−80	+32	+64			
Vijftienhoek . .	−1	−8	+24	+80	−80	−192	+64	+128		
Zeventienhoek.	+1	−8	−40	+80	+240	−192	−448	+128	+256	
Negentienhoek.	+1	+10	−40	−160	+240	+672	−448	−1024	+256	+512

Daar de cosinus van een even veelvoud alleen evene magten en een cosinus van een oneven veelvoud alleen onevene magten geeft, zoo worden alzoo bij toevoeging van de cosinus van een volgend veelvoud alleen de coëfficiënten

van de evene of alleen die van de onevene magten veranderd en blijven dus beurtelings deze getallen dezelfde in de volgende rij als in de voorgaande, zoodat ieder tweemaal voorkomt.

Ook valt de merkwaarkige volgorde der coëfficienten hier weder in het oog. Vooreerst is de som dergenen, die op dezelfde horizontale rij voorkomen, gelijk aan het ordegetal van den veelhoek, waartoe zij betrekking hebben; voorts blijkt, dat de coëfficiënten in eene vertikale rij, indien men niet op de teekens let, wier volgorde bijzonder duidelijk is, gevormd zijn uit de sommen van m, m^2, $m(m^2-1)$, $m^2(m^2-4)$ enz. en dus eene arithmetische reeks vormen van de 0de, 1ste, 2de, 3de, 4de, enz. orde, mits men elk dubbel voorkomend getal slechts eenmaal in aanmerking neme. Zij moeten dus weder in naauwe betrekking staan tot de binomiaal-coëfficiënten. Na het vroeger gegevene bewijs zien wij nu dadelijk, dat die $\frac{m(m^2-1)}{1.2.3}$, $\frac{m(m^2-1)(m^2-4)}{1.2.3.4.5}$ werkelijk ook binomiaal-coëfficiënten zijn: $\frac{(m+1)\,m(m-1)}{1.\ 2.\ 3.}$, $\frac{(m+2)(m+1)\,m(m-1)(m-2)}{1.\quad 2.\ 3.\ 4.\quad 5.}$.

Zoo heeft men dan, indien men de coëfficiënten van $Cos.^m\varphi$ deelt door 2^m, de getallen, die de binomiaal-coëfficiënten van dezelfde orde voor de opvolgende magten aangeven ieder tweemaal, en dus ook, indien men in een diagonaal van de linker- naar de regterhand opgaat, de binomiaal-coëfficiënten van de opvolgende magten ieder tweemaal. In onderstaand schema zijn die deelingen ten uitvoer gebragt.

	$Cos.^0\varphi$	$Cos.^1\varphi$	$Cos.^2\varphi$	$Cos^3\varphi$	$Cos.^4\varphi$	$Cos.^5\varphi$	$Cos.^6\varphi$	$Cos.^7\varphi$	$Cos.^9\varphi$	$Cos.^9\varphi$
Driehoek.....	1	1								
Vijfhoek.....	1	1	1							
Zevenhoek.....	1	2	1	1						
Negenhoek....	1	2	3	1	1					
Elfhoek.....	1	3	3	4	1	1				
Dertienhoek...	1	3	6	4	5	1	1			
Vijftienhoek...	1	4	6	10	5	6	1	1		
Zeventienhoek.	1	4	10	10	15	6	7	1	1	
Negentienhoek.	1	5	10	20	15	21	7	8	1	1

De coëfficiënten van deze vergelijkingen in *Cos.* φ worden dus gemakkelijk opgeschreven, gemakkelijker nog dan die van de vergelijkingen die voor de zijden en koorden of voor sinussen der halve middelpuntshoeken gelden.

Al laten zich voorloopig geene praktische toepassingen aan deze vergelijkingen en de eigenschappen harer coëfficiënten verbinden, zoo hopen wij toch, dat hare eigendommelijke theoretische eigenschappen van eenig belang mogen geacht worden. Wij laten het, om niet te uitvoerig te zijn, na, nu nog verdere eigenschappen te onderzoeken.

Na dat dit stukje gedeponeerd was is dan ook reeds een brief van een geacht wiskundige ontvangen, die door het aangehaalde stukje in GRUNERT's *Archiv* opgewekt, zijne aandacht met vrucht hieraan heeft gewijd.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 31sten OCTOBER 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, C. A. J. A. OUDEMANS, J. BOSSCHA Jr., M. C. VERLOREN, J. G. S. VAN BREDA, P. ELIAS, D. BIERENS DE HAAN, F. J. STAMKART, F. C. DONDERS, W. C. H. STARING, A. W. M. VAN HASSELT, C. J. MATTHES, F. KAISER, P. L. RIJKE, G. E. V. SCHNEEVOOGT, R. VAN REES, E. H. VON BAUMHAUER, J. P. DELPRAT, J. VAN GEUNS, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, N. W. P. RAUWENHOFF, J. W. L. VAN OORDT, H. J. HALBERTSMA, P. HARTING.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige Vergadering, rigt de Voorzitter een woord tot verwelkoming aan den Heer P. L. RIJKE, die voor het eerst eene zitting der Afdeeling bijwoont.

Worden vervolgens gelezen missives ten geleide van boekgeschenken, van de volgende H.H. 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 6 October 1863, N°. 175, 5de Afd.); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 22 October 1863, N°. 135, 6de Afd.); 3°. K. M. GILTAY (Rotterdam, October, 1863); 4°. HENRY JAMES, Col. Roy. Engineer, Director of the Topographical Depôt and Superintendent of the Ordnance Survey (Southampton, 8th October 1863); 5°. SCOUTETTEN (Metz, 22 October 1863).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en tot plaatsing in de boekerij.

Daarna wordt kennis genomen van de ingekomen brieven van dankbetuiging voor ontvangen werken der Akademie, te weten: 1°. van den Heer GUNNING, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, 6 October 1863); 2°. van den Heer D. F. VAN DER PANT, 1sten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte (Rotterdam, 19 October 1863).

Aangenomen voor berigt.

Op eene aanvraag van het Bestuur der *Library of the Natural-History-Society te Boston,* tot wederzijdsche toezending van uitgegeven geschriften, wordt gunstig besloten, met overlating aan den Secretaris van de regeling daarvan.

De Secretaris berigt, dat door de Commissie van Redactie der *Verslagen en Mededeelingen* zijn aangenomen geworden de in hare handen gestelde Bijdragen van de HH. KAISER, BLEEKER, STAMKART en VAN KERCKHOFF.

Wordt gelezen een brief van den Heer P. VAN DER STERR, Amsterdam 9 dezer, met twee Tabellen van waargenomen waterhoogten over de maand September j.l.

Verzending naar de Commissie voor de daling van den bodem in Nederland.

De Secretaris rapporteert, dat door den Heer BLEEKER voor de *Verslagen en Mededeelingen* is aangeboden eene *Notice sur quelques poissons de l'île de Harouko.*

Wordt in handen gesteld van de Commissie van Redactie.

De Heer STARING doet eene mededeeling betreffende een merkwaardigen diamant onderzocht door den Heer J. H. KLOOS, Phil. Stud. te Göttingen, waarheen hij hem, bij vergunning van den eigenaar, den Heer M. E. COSTER te Amsterdam, had medegenomen.

In het schrijven van den Heer KLOOS daarover komt het navolgende voor :

„ Het exemplaar prijkt met uitmuntende, sterk glanzende vlakken en vertoont eenen vorm, die mij uit het isometrische systeem geheel onbekend was en dien ik eerst niet wist te ontcijferen.

Mijn nader onderzoek, met Prof. SARTORIUS VON WALTERSHAUSEN uitgevoerd, leerde ons, dat wij met eene groote mineralogische zeldzaamheid te doen hadden, daar de vorm van dit kristal tot nu toe geheel onbekend en hoogst waarschijnlijk éénig is. Het exemplaar heeft eene middellijn van 3.5 m.m. en weegt 129 milligramm., dus ten naastenbij 3/5 karaat. Het meten der hoeken met den Wollastonschen goniometer was, door de uitmuntend ontwikkelde vlakken, volkomen mogelijk en kon met groote scherpte worden uitgevoerd. Uit deze hoekmeting bleek, dat het individuum uit vijf aan elkander liggende tetraëders bestaat, die te zamen eene gestalte vormen, welke door eene dubbele vijfzijdige pyramide wordt begrensd. De hoeken aan de basis zijn alle inspringend, door het voorhanden zijn der negatieve tetraëdrische gestalten; maar slechts een dezer inspringende hoeken is genoegzaam ontwikkeld, om te kunnen worden gemeten; de vier andere zijn naauwelijks met het bloote oog te zien, en hunne grootte kon niet bepaald worden De bijgevoegde figuur stelt het kristal van boven gezien voor, en moet slechts dienen om een oppervlakkig denkbeeld van zijne zonderlinge gedaante te geven. Zoowel de hoeken aan de poolkanten, als die aan de basis der pyramide, geven naauwkeurig den tetraëder-hoek van 70°32′, de eersten natuurlijk het dubbele aantal graden, wijl zij uit de vereeniging van twee tetraëder-hoeken ontstaan zijn. Terwijl de eerste tetraëder zich den tweeden, de tweede den derden,

de derde den vierden en de vierde den vijfden volkomen aansluit, zoo blijkt uit de meting van den inspringenden hoek, dat deze aansluiting tusschen den vijfden en den eersten tetraëder niet zoo volkomen heeft plaats gehad. Ware dit het geval, zoo moest de hoek bij A juist 141°4′ meten, zijnde dit de dubbele tetraëder-hoek, door de hemitropiën van den spinel en het magneetijzer genoegzaam bekend. Wij verkregen daarentegen eene waarde van 148°24′. Het verschil 7°20′ is naauwkeurig de kleine hoek die overblijft, wanneer zich vijf tetraëderhoeken aan elkander voegen ($360^\circ - 5 \times 70^\circ 32' = 7^\circ 20'$). Van eene spleet is echter niets te zien; de natuur heeft dus gedurende de kristalschieting door aanvulling dezer spleet den vorm gesloten en met vijf tetraëders de ruimte volkomen begrensd. Het kleine vlak is slechts aan den eenen poolhoek der pyramide voorhanden; aan den anderen is daarvan niets te ontdekken. Uit de hoeken, die dit vlak met de zijden der pyramide vormt, berekende Prof. SARTORIUS eene verhouding zijner parameters van 1.2—2, welke eenen ikositetraëder zou aanduiden, waarvan de stelling echter nog zeer raadselachtig is.

Deze eigenaardige vijfling is niet alleen nieuw voor den kristalvorm van den diamant, maar eene dergelijke combinatie is tot nu toe in het eerste kristalsysteem geheel onbekend; terwijl de wijze, waarop hier uit vormen die de ruimte niet volkomen kunnen omsluiten, een regelmatig begrensde vorm is ontstaan, eene belangrijke bijdrage voor de krystallographie oplevert.

Prof. SARTORIUS gaf van dezen nieuwen kristalvorm eene voorloopige aankondiging in de *Göttinger gelehrte Anzeigen* van 13 Mei l.l. en behoudt zich voor, om de uitvoerige beschrijving, met de door de meting gevondene getallen, in eene Verhandeling te leveren, die hij over de elementen in 't algemeen gereed maakt."

De Heer STARING zou het zeer bejammeren, bijaldien dit fraaije specimen, dat als edelgesteente geringe waarde heeft, maar voor de studie der mineralogie van groot gewigt is, voor de wetenschappelijke wereld in het vervolg welligt minder toegankelijk wierd, en stelt daarom voor, den Heer COSTER van wege de Afdeeling haren wensch kenbaar te maken, dat het gedeponeerd moge worden in de eene of andere Openbare Verzameling in Nederland.

Na eenige woordenwisseling daarover wordt besloten aan dit voorstel gevolg te geven.

De Secretaris legt over eene door Dr. SASSE te Zaandam aangeboden Bijdrage: *Tot de kennis van den Schedelvorm der Nederlanders*, waarop voorloopig besloten wordt tot verzending naar de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen*.

De Heer VAN DER WILLIGEN spreekt over eene reeks van proefnemingen, waarmede hij zich onledig houdt, ter naauwkeurige bepaling van de refractiecoëfficienten van vloeistoffen voor de onderscheidene lichtstralen met den spectrometer van MEYERSTEIN, een instrument waarvan de verdeeling met behulp van microscopen gaat tot secunden. Hij beschrijft de wijze waarop hij daarbij te werk gaat, en deelt vooreerst de resultaten mede van zijn onderzoek op gedestilleerd water, in onderstaande Tabel te zamen gevat:

	Temperat. 22°.37 C. Iste stand.	Temperat. 16°.58 C. IIde stand.	Temperat. 19°.5 C. midden.	Temp.	18°.75 C. Frauenhofer.	Diff. Frauënhofer. +
A	1.32876	1.32921	1.32899	19.4	—	—
"	1.32966	1.33000	1.32983	19.4	—	—
B	1.33031	1.33064	1.33048	19.4	1.330956	48
C	1.33101	1.33142	1.33122	19.5	1.331710	49
D	1.33282	1.33332	1.33307	19.5	1.333577	51
E	1.33502	1.33553	1.33527	19.5	1.335850	58
b	1.33541	1.33589	1.33565	19.5	—	—
F	1.33698	1.33741	1.33720	19.5	1.337803	60
$\overline{G}$	1.33880	1.33923	1.33901	20.0	—	—
G	1.34049	1.34077	1.34063	19.5	1.341277	65
$\overline{H}$	1.34223	1.34245	1.34234	19.5	—	—
H	1.34338	1.34361	1.34350	19.5	1.344170	67

Variatie voor temperatuur: voor 1° 6.03
Temp. diff. I en II = 5°.8
5.8 × 6.03 = 35,
ook alleen uit IIden stand
Temp. correctie 6.83 per graad
geeft 5.8 × 6.83 = 40.

De Heer BLEEKER biedt aan een afdruk van eene brochure van meergenoemden Heer J. H. KLOOS, ten titel voerende: *Geologische opmerkingen over de Kolen van Borneo.* — Plaatsing in de boekerij.

Voorts doet hij eene mededeeling omtrent het zonderling aanwezen van levende Crustaceën in de buikholte van sommige riviervischjes op Java, het eerst daarin gevonden door den Heer JELLESMA, en licht zijne beschrijving toe met een exemplaar op spiritus, uit zijne eigen verzameling.

De Heer DONDERS geeft verslag van een en ander, hetwelk een geschiedkundig onderzoek omtrent Physiologische Dioptrica hem bereids heeft opgeleverd.

De Heer STAMKART spreekt, naar aanleiding van het door den Heer VAN DER WILLIGEN medegedeelde, over eene eenvoudige handelwijze om een dubbel glazen plaatje te vervaardigen met juist evenwijdige grensvlakken.

Daar niemand meer het woord verlangt, wordt het Proces-Verbaal der tegenwoordige zitting geresumeerd en sluit de Voorzitter de Vergadering.

SUR LA

PRESSION MOYENNE DE L'ATMOSPHÈRE

EN

PLUSIEURS LIEUX DE L'EUROPE.

PAR

C. H. D. BUIJS BALLOT.

La hauteur barométrique en Russie, en Espagne, en Italie, en Angleterre, en France est beaucoup mieux connue depuis que les Bulletins des observatoires impériaux à Paris et à St. Pétersbourg ont publié tous les jours les observations du baromètre. Aussi les communications publiées dans l'intéressant journal du père SECCHI, *Bulletino Meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano,* nous éclaircissent sur la marche du baromètre en Italie et de plus elles fournissent d'amples et précieux renseignements sur la hauteur barométrique en d'autres parties de l'Europe.

Les cinq années 1858—1863 du Bulletin français nous mettent à même d'obtenir la hauteur moyenne mensuelle pour plusieurs lieux; surtout si nous mettons en rapport ces observations avec des observations antérieures continuées à quelques-uns de ces lieux pendant une très-longue suite d'années.

Mais pour cela il faut une chose, savoir: que toujours le même baromètre ait été observé, à la même hauteur au-dessus du niveau de la mer Quand ce n'est pas le cas on n'en peut tirer aucune conclusion. Pour en déduire la distribution de la pression atmosphérique sur le globe, il faut connaître de plus la correction pour chaque instrument et sa hauteur précise. Car je prétends que, si l'on veut être très-exact, il n'est pas bon de réduire les observations au niveau de la mer, puisque la correction est une autre en divers mois, une autre pour des pressions fortes, une autre pour des pressions faibles, une autre pour des plateaux, une autre pour les régions près de montagnes, une autre encore pour des régions loin de montagnes. Si la première condition est remplie (j'insiste sur cela, puisque je puis citer mille exemples que j'ai été frustré dans mes recherches parce qu'elle n'était pas remplie) si l'on a observé avec un instrument tolérablement bon à la même heure, au même lieu, à la même hauteur et si l'on a eu la précaution de ne pas changer l'instrument que dans une nécessité extrême et après avoir comparé consciencieusement les indications du nouvel instrument avec celles de l'ancien, je dis que la météorologie peut être satisfaite, car on peut toujours déterminer la correction de l'instrument, la hauteur au-dessus du niveau de la mer, etc. Mais si je la dis satisfaisante, je la dis en même temps indispensable, de sorte que je juge nécessaire d'avoir toujours deux baromètres à chaque station l'un pour observer tous les jours, l'autre pour le comparer de temps à autre avec le premier p. e. chaque mois. En procédant de cette manière on parviendra à étudier le rapport de la hauteur barométrique non seulement avec la latitude, mais également avec la longitude. Or on a fait trop peu de cas de l'influence de la dernière.

En admettant que dans ces cinq dernières années,

1858—1863, les baromètres n'ont pas été changés aux lieux pour lesquels je communiquerai mes résultats, on peut mettre en rapport les lieux du bulletin avec les lieux pour lesquels la marche annuelle du baromètre est indiquée dans mon mémoire publié en 1861 par l'Académie Royale d'Amsterdam sous le titre: *Sur la marche annuelle du baromètre et du thermomètre en Neêrlande et en divers lieux de l'Europe.* Le mémoire contient une détermination des valeurs normales de chaque jour pour pouvoir calculer les écarts, mais qui n'a pas encore la prétention d'être exacte. Encore cinq à dix anneés de plus, et on les connaîtra très bien. Pour établir cette marche annuelle je pouvais prendre pour base la marche à Varsovie, où pendant cinquante-deux années les hauteurs étaient observées et comparées avec celles de Prague. La comparaison des années 1851—1858 et de 1858—1863 me fait penser qu'à St. Pétersbourg c'est bien le même baromètre avec lequel sont faites les observations du Bulletin et celles qu'on trouve à l'annuaire de M. KUPFFER; j'avais donc douze à treize années pour bien établir la marche à St. Pétersbourg en comparant les mêmes années de Varsovie, dont les observations sont communiquées dans le journal.

Ces observations sont absolument les mêmes que celles qui depuis sont publiées par le Bulletin de l'observatoire impérial de Paris.

C'est bien rare malheureusement qu'on trouve identiques les observations d'un même lieu publiées dans un autre journal. On ne croirait pas qu'un tel chaos se presentât, mais c'est vrai, j'ai deux Brest, deux Madrid, deux Lisbonne, deux Rome, deux Constantinople, etc. Mais pour revenir à Varsovie, je pus comparer sept à huit années d'observation à St. Pétersbourg publiées à l'Annuaire de M. KUPFFER et encore cinq à six années publiées au Bulletin de M. LEVERRIER. Les deux comparaisons sont assez bien d'accord ensemble. Elles ne diffèrent en moyenne que de 0.18 mm.

De la comparaison de douze à quatorze années de St. Pétersbourg et de Varsovie résulte la petite table dans laquelle comme dans les suivantes les noms des lieux sont très abrégés:

ST. PÉTERSBOURG COMPARÉ AVEC VARSOVIE.

	Dec.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Diff. moyenne de St. Pét.-Vars.....	8.57	8.16	8.35	9.07	10.09	10.00	9.19	8.24	7.98	7.75	8 10	8.59
Normale de Vars.	50.99	51.04	50 47	49.07	48.80	49.06	49.38	49.15	49.88	51.36	51.30	50.32
Normale St. Pet. deduite de Vars..	59.56	59.20	58,82	58.14	58.89	59.06	58.57	57.44	57.86	59.11	59.40	58.91
St. Petersb. 23 ans.	58.88	59.10	57.06	57.96	58.77	59.49	57.29	56.81	59.05	59.50	58.50	59.64

La moyenne est moindre que celle des cinq années 1858—1863 de 0.64 mm. Cependant dans *le Bulletino Romano* on a communiqué que rien n'est changé dans les observations.

Toutefois je pense que les observations du Bulletin auront été publiées assez longtemps pour m'autoriser à adopter trois dixièmes de plus pour la valeur normale de chaque mois. Si l'on se rappelle que dans ces contrées le mois de Novembre dernier a fourni une pression barométrique de plus de 18 millimètres au dessus de la normale, on conviendra qu'il faut plusieurs années pour être certain de quelques dixièmes dans les moyennes de chaque mois séparément. Donc je n'ose pas ajouter les 0.64, mais seulement 0.3, puisque la comparaison des années antérieures ne me donnent que 0.18 en faveur des dernières. On trouve de cette manière (si je dis la normale de St. Pétersbourg en tant qu'elle est déduite de Varsovie: P de V, et en tant qu'elle résulte d'observations faites à St. Pétersbourg: P de P ou P P) ce qui suit:

Norml. St. Petersb. $\frac{\text{P de V} + \text{P.P}}{2} + 0.3$	59.52	59.45	58.24	58.38	59.19	59.58	58.23	57.42	58.76	59.80	59.25	59.58

Après St. Pétersbourg c'est Moscou qui est la station la plus intéressante du Bulletin, puisque cette ville est la plus orientale de l'Europe dont je reçois les observations. Or il est évident que si on a des observations simultanées faites à plusieurs lieux, ce sera toujours le lieu le plus près du centre, pour lequel on pourra donner la détermination la plus précise. Donc si une fois la pression atmosphérique à Moscou est bien établie, on la connaîtra très-vite pour tout le terrain entre Varsovie, St. Petersbourg, Moscou, Constantinople.

Eh bien, nous tâcherons de faire quelque chose pour l'ancienne capitale. — On a déjà une série d'observations à Moscou, je vais encore la mettre en rapport avec d'autres lieux. Pour cela j'ai cherché la différence avec St. Pétersbourg et avec Varsovie. Pour cette comparaison j'avais encore quelques observations de M. SCHWEIZER. Je trouve en moyenne :

MOSCOU AVEC ST. PÉTERSBOURG ET VARSOVIE.

	Dec.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Différ. moyenne St. Pet.—Mosc...	10.46	10.59	10.40	10.51	10.96	12.43	12.87	13.02	12.24	11.37	10 65	10.15
Norm. St. Petersb.	59 52	59.45	58.24	58.38	59.19	59.58	58.23	57.42	58.76	59.80	59.25	59.58
Mosc. de St. Pet.	49.06	48.86	47.84	47.87	48.23	47.15	45.36	44.40	46.52	48.43	48.60	49.43
Varsov.—Mosc...	2.03	2.41	2.00	1.39	0.84	2.43	3.68	4.78	4.66	3.69	2.68	1.70
Normale Varsov..	50.99	51 04	50.47	49.07	48.80	49.06	49.38	49.15	48.88	51 36	51.30	50.32
Mosc. de Varsov..	48.96	48.63	48.47	47.68	47.96	46.63	45.70	44.37	44.22	47.67	48.62	48.62

Vingt années d'observation communiquées au *Bulletino Romano* 31 Maggio 1862, Vol I, p. 53, donnent :

Moscou.....	47.38	48.36	43.79	44 89	44.89	45.92	42.52	43.16	45.71	47 72	47.31	48.70

Les dernières valeurs sont trop basses. Donc je les augmenterai d'un millimètre = la différence entre la moyenne

de l'année de cette série et de celle des autres déterminations y comprise la hauteur moyenne des cinq dernières années à la quelle la normale doit être rapportée. Il reste maintenant à prendre la moyenne des trois déterminations; on a :

	Dec.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Moyenne normale Moscou.....	48.80	48.95	47.13	47.15	47.36	46.90	44.86	44.31	45.82	48.27	48.51	49.25

Je suis d'accord avec M. SECCHI (*Bulletino Romano*, 15 Julio) que la hauteur à laquelle on a observé à Moscou est probablement de 142 mètres au dessus du niveau de la mer. Dans cette supposition la hauteur barométrique correspond parfaitement avec celle du Helder à 53° de latitude septentrionale. Je puis supposer aussi que les vingt années mentionnées sont d'autres années que celles de 1858—1863 et si le *Bulletino Romano* en donnait la certitude, j'aurais pu combiner les vingt années avec ces cinq dernières années. Si pourtant plusieurs de ces cinq années ressortent sous ces vingt années, elles auraient eu une trop grande influence. Ce n'est pas ma faute qu'on est si extrêmement négligent avec les observations barométriques, qu'on ne se donne pas même la peine de dire en quel endroit elles ont été faites et dans quelle année, si de plus on publie d'un même lieu, sans en indiquer la cause, des hauteurs barométriques qui diffèrent 1 millimètre en plus ou en moins.

Maintenant j'avais à déterminer les normales de Nicolajew et Odessa. Les séries de huit années, dont le résultat se trouve au *Bulletino Romano* 31 Maggio 1853, sont trop courtes pour faire bien connaître les normales. D'ailleurs les moyennes de ces observations diffèrent beaucoup des moyennes du Bulletin russe. Le premier lieu a eu un baromètre qui marquait trois millimètres plus haut,

le second marquait trois mm. plus bas. C'est pour cela que je prends la moitié d'Odessa plus Nicolajew: $\frac{\text{Od.} + \text{Ni}}{2}$, normale d'un lieu imaginaire si l'on veut, et je cherche la différence de $\frac{\text{Od.} + \text{Ni}}{2}$ avec Moscou et séparément avec Varsovie. Ces deux déterminations combinées avec les observations des huit années donnent la normale $\frac{\text{Od.} + \text{Ni}}{2}$, et il est très-facile d'en déduire Odessa et Nicolajew séparément. Après cette élucidation on comprendra facilement le calcul qui suit.

La comparaison avec Moscou donne:

	Dec.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Nic. de Moscou..	61.14	61.90	59.80	58.22	57.18	57.09	55.23	55.52	57.37	60.11	60.15	60.52
Od. de Moscou...	56.48	57.62	55.55	54.49	53.31	53.52	51.74	50.98	53.57	56.36	56.22	56.95
$\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$ de Mosc.	58.81	59.76	57.68	56.36	55.24	55.28	53.48	53.25	55.47	58.23	58.19	58.48

La comparaison avec Varsovie fournit:

Nic. de Varsov...	61.43	61.58	61.14	58.74	57.78	57.10	56.41	55.91	55.84	59.58	60.39	60.03
Od. de Varsov...	56.77	57.30	56.89	55.01	53.90	53.09	53.02	51.87	52.04	55.82	56.45	55.94
$\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$ de Vars.	59·10	59.44	59 02	56.88	55.90	55.09	54.72	53.89	53.93	57.70	58.42	57.99

On a d'après le Bulletino Romano:

$\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$.....	59.80	59.54	57.01	56.98	54.98	55.05	54.10	53.57	54.77	56.70	57.86	59.92

Donc les trois déterminations nous donnent en moyenne:

Norm. $\frac{\text{Nic.}+\text{Od.}}{2}$..	59.24	59.58	57.90	56.74	55.40	55.14	54.10	53.57	54.72	57.54	58.16	58.63

ce qui diminué de 1.56 mm., puisqu'il faut que la moyenne d'Odessa soit égale à 45.14 comme celles des cinq dernières années, nous fournit:

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Norm. Odessa....	57.68	58.02	56.34	55.18	53.84	53.58	52.54	52.01	53.26	55.98	56.60	57.07

et ce qui augmenté de 1.44 mm., pour avoir la normale à la hauteur de la moyenne de Nicolajew, donne:

Norm. Nicolajew.	60.68	61.02	59.34	58.18	56.84	56.58	56.54	55.01	56.16	58.98	59.60	60.07

D'une manière analogue j'ai calculé les différences de Kiew, de Reval, de Riga, de Helsingfors, avec Varsovie, Moscou et St. Pétersbourg en ajoutant après les valeurs normales de ces lieux et j'ai trouvé:

Kiew de Moscou.	47.73	47.89	45.69	44.97	44.60	44.48	43.10	43.43	45.34	47.73	47.66	48.04
Kiew de St. Pét.	47.98	47.80	46.40	45.69	45.44	44.99	43.83	43.81	47.10	48.93	49.02	48.16
Normale moyenne.	47.86	47.85	46.04	45.33	45.02	44.73	43.47	43.62	46.22	48.33	48.34	48.10

En procédant toujours de la même manière pour Réval et Riga je trouve:

Norm de Réval de St. Pétersb. ...	58.62	58.76	56 57	56.94	57.73	59.35	57.94	57.31	58.14	59.07	58.34	58.83

Pour Riga les différences sont si petites que je n'aurais pas été loin de la vérité, si je n'avais pas modifié la marche obtenue pour St. Pétersbourg et que je n'eusse diminué les valeurs que de 0.1. J'aurais obtenu:

Norm. de Riga de St. Pétersb.....	59.71	59.64	58.84	58.99	60.23	60.39	58.96	57.52	58.54	59.19	58.98	59.36

Pour Helsingfors je ne pus utiliser les observations de la *Correspondance Météorologique de* M. KUPFFER sans réduction partielle, car je vis qu'à partir de Mars 1855, (sans que cela soit indiqué à la tête des colonnes) elles n'étaient plus réduites à 0° comme auparavant et comme les

autres observations. Donc après y avoir eu égard je trouvai la différence, au lieu actuel d'observation, avec la hauteur à St. Pétersbourg

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
De 1852—1859...	0.76	1.20	0.57	0.23	0.01	0.52	—0.01	0.40	0.35	—0.34	0.85	0.65
De 1859—1863...	2.04	2.22	1.99	2.21	0.90	1.18	1.12	1.59	—0.23	1.52	1.55	2.60

ce qui donne, eu égard au nombre d'années et en prenant le tiers des sommes de trois mois suivants:

en moyenne.	1.39	1.27	1.16	0 74	0.65	0.47	0.66	0.44	0.45	0.53	0.97	1.25
et en définitive pour Helsingfors .	58.11	58.18	57.08	57.60	58 54	59.11	57.61	56.98	58.31	59 36	58.28	58.23

J'ai tiré les observations de 1852—1859 de *l'annuaire* de M. KUPFFER; on y trouve Juillet — Nov. 1859 et de même on trouve ces mois Août — Décemb. 1859 dans le *bulletin*. Les différences des moyennes publiées sont pour ces mois 1.26, 0.33, 0.61, 0.14, 0.31 en moyenne 0.72. C'est un des exemples des difficultés auxquelles je faisais allusion (p. 335). La hauteur finale de Helsingfors devait être celle que les dernières observations publiées au bulletin fournissent et le résultat de la dernière ligne satisfait à cette condition; donc il était un peu dangereux d'appliquer une correction.

Par bonheur j'ai reçu assez à temps les observations de Nyné-Taguilsk (Gouv. de Perm) aux Monts Oural, de 1861 et 1862. Ces observations ont été imprimées d'une manière très-bonne et commode dans un recueil annuel et publiées à Paris, imprimerie de J. CLASJE. Réunies aux années 1858, 1859, 1860 elles nous peuvent donner pour première approximation la marche annuelle du baromètre en ce lieu oriental.

J'ai trouvé les différences moyennes avec St. Pétersbourg,

P—N.....	13.54	10.02	12.63	8.98	11.95	17.63	20.25	18.06	19.61	17.21	15.46	15.51

et en joignant au résultat d'un mois celui du mois précédent et du mois suivant selon ma méthode, j'ai obtenu :

Nyne-Taguilsk déduit de St. Pétersbourg :

	Déc.	Janv.	Fevr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
P—N.....	13.02	12.06	10.54	11.19	12.85	16.61	18.65	19.31	18.29	17.43	16.06	14.84
Norm. à St. Pét..	59.52	59.45	58.24	58.38	59.19	59.58	58.23	57.42	58.76	59.80	59.25	59.58
Normale de Nyne.-Tag.....	746.5	747.4	748.9	747.2	747.2	742.8	739.6	738.3	740.5	742.1	743.1	744.5

Elle peut être exacte à un ou deux millimètres près. Pour indiquer cette incertitude j'ai supprimé les centièmes. En calculant j'ai remarqué qu'à Nyne-Taguilsk l'écart de la pression barométrique en Novembre 1862 a été + 16.5 millimètres. Donc la très-grande pression barométrique qui d'après *l'Annuaire météorologique des Pays-Bas* se faisait sentir à Varsovie, Königsberg, Dorpat, St. Pétersbourg, tandis que les écarts étaient nuls ou négatifs au Sud et Sud-ouest de l'Europe, s'étendait jusqu'à ce lieu oriental, et même bien au delà.

Pour la détermination de la hauteur barométrique en France je suis beaucoup obligé à M. le Professeur DAGUIN et à la Societé d'agriculture pratique qui m'a fourni les observations de 1839—1863, savoir les moyennes mensuelles individuelles. J'ai pu les comparer avec celles de Génève de 1847—63 et avec celles du Helder 1845—63. Toute réduction faite au lieu d'observation actuel, on a :

Toulouse dérivé du Helder 1845—1863.

T déduit du H...	46.74	46.76	45.91	46.23	45.80	44.03	46.32	46.25	46.72	45.50	45.72	44.04

Toulouse de Génève 1841—1863.

T déduit de G...	45.22	46.63	45.06	45.46	43.42	44.48	46.14	45.75	46.17	46.15	44.95	45.16

Toulouse selon les observations depuis Janv. 1839 jusqu'à Avril 1863.

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill	Août	Sept.	Oct.	Nov.
T. T.....	47.25	46.91	46.09	45.38	44.00	43.94	45.90	46.79	46.47	45.79	45.02	44.74
	46.40	46 76	45.68	45.69	43.74	43.18	46.12	47.26	46.45	45.81	45.23	43.64

Tout récemment après que j'avais fait ce calcul M. PÉTIT a publié dans les *Comptes Rendus* LV, p. 749, les moyennes barométriques pour Toulouse. Ces chiffres diffèrent de quelques dixièmes avec mon résultat T T. c. a. d.

M. PÉTIT donne:

T. T.....	47.28	46.82	45.72	45.26	43.67	43.94	45.89	46.63	46.27	45.62	44.94	44.76

La différence s'explique facilement: en premier lieu puisqu'ils sont réduits à une autre hauteur au-dessus du niveau de la mer, en second lieu puisque j'ai quelques mois de plus. Il n'y avait pas raison pour refaire mon calcul, la différence au résultat final aurait été fort minime et je n'avais pu comparer les données de M. PÉTIT pour Toulouse avec le Helder et Génève, puisque M. PÉTIT n'a publié que le résultat moyen.

La différence moyenne des observations de Toulouse avec celles de Paris dans les mêmes cinq années 1858—1862 selon le Bulletin de l'observatoire Impérial de Paris est comme il suit:

Cinq ans.....	16.29	16.97	17.91	15.98	17.72	17.83	16.24	16.44	16.48	16.61	16.97	19.26

en moyenne 17.06.

D'une manière analogue à celle dont j'ai fait le calcul pour Toulouse j'avais déduit la marche à l'observatoire Impérial de Paris, qui est mise à la base du calcul des écarts dans l'annuaire de l'Institut des Pays-Bas. Je ne

publie pas encore cette marche normale de Paris puisque les observations a Paris ont été interrompues et que je préfère d'attendre encore une ou deux années pour la fixer définitivement. Au moment je dis seulement que la moyenne de l'année est de 762.43 mm. Voyons comment nous mettons en rapport ces résultats. Les observations à Toulouse ont été faites à diverses hauteurs à 163, à 198, à 195 mètres au-dessus du niveau de la mer. La hauteur actuelle paraît être de 195 mètres. En tout cas il me faut réduire mon résultat à peu près à la pression moyenne annuelle de 745.01, qui est la moyenne des observations des dernières huit années publiées dans le *Journal d'Agriculture pratique et d'économie rurale*, pour le midi de la France.

Si l'on soustrait de la hauteur moyenne à Paris : 762.43
la hauteur moyenne des dernières années à Toulouse : 745.01
on obtient la différence 17.42 au lieu de . . . 17.06.

Je diminue la hauteur pour Paris de 0.1 mm., je prendrai Toulouse = 745.11, donc différence Paris — Toulouse 17.22. De cette manière la différence est à peu près divisée en trois parties égales et il faut diminuer en définitive la pression trouvée pour Toulouse à la hauteur du lieu actuel d'observation (ma moyenne de p. 343) de 0.5 millim., de sorte qu'on obtient :

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Norm. de Toulouse	45.90	46.27	45.19	45.19	43.24	43.65	45.62	45.76	45.95	45.31	44.73	44.48

En ajoutant maintenant les deux marches normales de Paris et de Toulouse, j'obtiens:

	Déc.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
$\frac{\text{Paris} + \text{Toulouse}}{2}$.	54.03	54.26	53.91	54.22	52.07	52.70	54.22	54.17	54.55	54.40	53.30	52.88

On voit que dans ce résultat est implicitement contenue la marche normale de Paris que j'ai dit p. 346 de ne pas donner explicitement. A chacune de ces douze valeurs on pourrait ajouter les différences moyennes de l'année entière que les autres endroits de la France présentent avec Paris, si l'on veut comparer les pressions observées et publieés dans le Bulletin et en calculer les écarts; car le temps n'est pas encore venu pour pouvoir apprécier les différences mensuelles et pour fixer de la sorte une marche un peu différente pour le midi de celle pour l'est ou pour le nord de la France. Pour moi j'ai calculé les valeurs barométriques pour chaque jour de l'année pour le lieu imaginaire $\frac{\text{Pa.} + \text{To.}}{2}$ par l'interpolation ou par la formule de BESSEL pour tous ces lieux. C'est cette valeur normale que je mettrai à la base de mon calcul des écarts pour les différentes stations de la France à commencer de Décembre 1863, le premier mois de l'année météorologique 1864. Or pour avoir la normale de chaque jour pour un lieu quelconque je n'ai qu'à ajouter la différence, qui se trouve dans la dernière colonne de la table suivante, dans laquelle les différences moyennes pour l'année entière sont déduites du même bulletin. J'ajoute que les différences avec Paris sont déduites de toutes les observations publiées dans le Bulletin pendant six ans à peu près. Les résultats des différentes années à l'exception de celui pour Alger s'accordent parfaitement bien.

Différence moyenne avec Paris, Toulouse et $\frac{\text{Pa.} + \text{To.}}{2}$

Paris	= Paris + 0	Toul. + 17.0	$\frac{\text{Pa}+\text{To}}{2}$ + 8.5
Dunkerque	= " — 0.8	" 16.2	" 7.7
Mezières	= " + 0.4	" 17.4	" 8.9
Strasbourg	= " + 0.7	" 17.6	" 9.1
Le Havre	= " — 0.9	" 16.1	" 7.6
Brest α	= " — 1.3	" 15.4	" 7.0
Brest β	= " — 5.6	" 11.5	" 3.0
Nap. Vendée	= " + 2.0	" 19.0	" 10.5
Limoges	= " + 2.2	" 19.2	" 10.7
Montauban	= " + 0.1	" 17.1	" 8.6
Bayonne	= " + 1.0	" 18.0	" 9.5
Lyon	= " + 1.4	" 18.4	" 9.9
Besançon	= " + 1.0	" 18.0	" 9.5
Cherbourg	= " — 2.7	" 14.3	" 5.8
Lorient	= " — 2.3	" 14.7	" 6.2
Rochefort	= " + 0.5	" 17.5	" 9.0
Montpellier	= " — 0.2	" 16.8	" 8.3
Marseille	= " — 0.5	" 16.4	" 8.0
Toulon	= " — 1.0	" 16.0	" 7.5
Avignon	= " — 1.4	" 15.6	" 7.1
Alger	= " + 3.9	" 20.6	" 12.3
Toulouse	= " —17.0	" 0	" —8.5

On voit en comparant les nombres de la première colonne que pour la plupart des lieux la hauteur à laquelle on a observé, n'est pas connue d'une manière exacte, ou bien que les baromètres ne sont pas comparés. Je ne m'étonne point de ce que la moyenne d'Alger soit si forte, car Alger est très près de la ligne de pression maximum ; mais de ce que l'augmentation de pression de Paris à Alger soit si irrégulière. Si on avait pris cette précaution on devrait voir une diminution régulière de la hauteur moyenne du Sud au Nord de la France, de l'Occident à l'Orient comme mes recherches m'ont montré ce résultat entre les villes des Pays-Bas : Groningue, le Helder, Utrecht, Maastricht. On n'a pas

beaucoup d'observations là-dessus. Après ce que M. HANSTEEN a publié, on n'a pas continué ces recherches, comme M. DOVE a fait pour le thermomètre, et on ne possède de données que dans les publications de l'Institut Royal Météorologique des Pays-Bas, dont une partie est extraite par M. SCHMID dans son grand ouvrage et dont l'original se trouve dans les *Uitkomsten van Wetenschap en Ervaring omtrent de verschijnselen op den Oceaan,* où M. ANDRAU, Directeur de la section maritime de l'Institut Royal Météorologique des Pays-Bas a publié des moyennes barométriques à diverses latitudes selon les observations des navires hollandais, faites avec des baromètres comparés. On trouve encore des communications et des considérations très-intéressantes dans le mémoire très-récemment publié de M. A. MÜHRY. M. D. *Beiträge zur Geophysik und Klimatographie,* Heft I.

Pour l'Angleterre, Madrid et Lisbonne, je puis ajouter Constantinople, je m'abstiens encore d'une détermination plus rigoureuse que celle qui se trouve dans mon mémoire cité sur la marche annuelle. Pour l'observatoire Royal de Madrid sous la Direction de M. A. AQUILAR, dont les observations témoignent d'accuratesse, je veux calculer encore la normale. La différence de neuf années et quelques mois, 1 Dec. 1853 — 31 Mai 1863 est en moyenne:

AVEC LES OBSERVATIONS DE TOULOUSE.

	Dec.	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.
Toul.—Madrid...	38.44	38.75	38.77	39.22	38.66	38.70	38.75	39.00	39.00	38.64	38.34	38.25
Norm. Toulouse..	45.90	46.27	45.19	45.19	43.24	43.65	45.62	45.76	45.95	45.41	44.73	44.48
Madrid.....	7.46	7.52	6.42	5.97	4.58	4.95	6.87	6.76	6.95	6.77	6.39	6.23

La moyenne pour l'année entière est de 706.03, les der-

nières dix années ont donné 706.43; or la différence de 0.4 mm. n'est pas grande. On voit comme il serait à souhaiter que toutes les observations fussent aussi bonnes que celles de l'observatoire à Madrid. Une dizaine d'années suffit alors à la détermination de la pression atmosphérique, si seulement on n'applique pas des corrections dont on ne soit pas parfaitement sûr *).

Je me contente de ceci et je ne vais pas plus loin en communiquant une normale pour Lisbonne, puisque j'ai l'espoir d'avoir bientôt beaucoup plus de données, qui pourraient rendre nécessaire une nouvelle détermination peu différente peut-être, mais pourtant une nouvelle détermination. Or il est préférable d'attendre encore, et de ne pas changer si souvent la marche normale. Si seulement une fois on admet le principe mis en tête de cette note et du mémoire sur la marche annuelle, le principe qu'il faut comparer les observations simultanées non réduites, faites à chaque lieu avec un même instrument, on fera de rapides progrès, car tout le monde s'aidera mutuellement à l'appliquer.

La persuasion de la nécessité absolue d'une corporation et communication mutuelle devient de jour en jour plus forte. Les journaux cités plus haut et d'autres encore: *Le Repertorium de* M. KÄMTZ, *La gazette médicale d'orient,*

---

*) J'avais écrit la même remarque que j'ai depuis faite à M. LE VERRIER et qui est publiée par ce savant célèbre dans le Bulletin de l'Observatoire Impérial du 15 Dec. 1863 M. AQUILAR m'a répondu très-obligeamment, m'a fait connaître la formule barométrique par laquelle il réduit toutes les hauteurs observées en supposant qu'au niveau de la mer la température serait plus élévée de 4° C. Or en premier lieu je dis que c'est une supposition gratuite qui ne doit pas être entremêlée aux valeurs données comme des observations, et en second lieu je dis que ce n'est pas la même chose si Madrid fût situé au haut d'une tour de 665 mètres ou, comme c'est le cas en réalité, sur un plateau dans le voisinage de montagnes.

les *Proceedings of the British Meteorological Society* contiennent tous des investigations ou bien des observations. M. PLANTAMOUR a calculé et publié pour ces dernières années les écarts simultanés á Génève et au St. Bernard précisément comme ils sont contenus aux annuaires de l'Institut Royal Météorologique des Pays-Bas, depuis 1855, seulement je crois mieux connaître que lui la marche normale, puisque j'ai appliqué le principe de comparaison d'observations simultanées. Encore le mémoire de M. HENRY STARK-EATON ESQ, *Average height of the barometer in London for* 83 *years*, contient des données qui, combinées avec les séries d'observations à Manchester, Nottingham et les observations journalières du système de l'Amiral Fitz Roy, auront une haute valeur pour la connaissance de la pression atmosphérique en Angleterre. Que donc tous les Météorologistes se tendent les mains, et que l'Europe au lieu de suivre des conseils inconsidérés venant de l'Amérique, donne au contraire un exemple à l'Amérique, comment il faut mettre en rapport les observations simultanées du Baromètre ; comme M. DE HUMBOLDT, DOVE et d'autres ont montré le chemin à M. ESPY et BLODGET, comment il fallait coordonner et mettre en rapport mutuel les observations du thermomètre en divers lieux.

NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE DE SIAM.

PAR

P. BLEEKER.

Il y a déjà plus de quatre ans que j'ai publié quelques données sur la faune ichthyologique de Siam. Dans la séance de la Société Royale des Sciences aux Indes Orientales Néerlandaises du 30 Mars 1859 *) j'ai communiqué quelques observations sur ce sujet d'après les dessins de poissons de Siam faits par M-. LE COMTE FRANCIS DE CASTELNAU. Le principal but de cette communication n'était que d'indiquer la grande affinité de la faune ichthyologique du Meinam, le grand fleuve de Bangkok, avec celle des fleuves de Bornéo et de Sumatra. J'ai indiqué la grande ressemblance de ses faunes par l'énumération des espèces du Meinam que l'exactitude des dessins de M.- DE CASTELNAU m'a permis de reconnaître, et ces espèces n'étaient pas moins de 35, savoir:

Anabas scandens CV.	Trichopus striatus Blkr.
Osphromenus olfax Comm.	Helostoma Temmincki K. v. H.
Trichopus trichopterus CV.	Ophicephalus striatus Bl.

*) *Natuurk. Tijdschr. Nederl. Indië.* Tom. XX. p. 101—102.

Ophicephalus lucius K. v .H.
" Stevensi Blkr.
Datnioides polota Blkr.
" microlepis Blkr.
Ambassis Wolffi Blkr.
Rhynchobdella ocellata CV.
Macrognathus erythrotaenia Blkr.
" maculatus Blkr.
Arius coelatus Val.
" truncatus Val.
Hemibagrus nemurus Blkr.
Pangasius macronema Blkr.
Wallago attu Blkr.
Micronema hexapterus Blkr.
" typus Blkr.
Plotosus canius Ham. Buch.
Clarias batrachus Val.
Morulius chrysophekadion Blkr.
Rohita (Rohita) melanopleura Blkr.
" (") borneënsis Blkr.
Puntius (Barbodes) rubripinnis Blkr.
" (Puntius) bulu Blkr.
Amblyrhynchichthys truncatus Blkr.
Balantiocheilus melanopterus Blkr.
Rasbora dusonensis Blkr.
Macrochirichthys uranoscopus Blkr.
Stolephorus melanochir Blkr = Engraulis melanochir Blkr.
Coïlia borneënsis Blkr.
Tetraodon leiurus Blkr.

J'ai vu à Batavia, dans l'Album des poissons de Siam de M.- DE CASTELNAU, les dessins de plus de cent autres espèces qui, presque toutes marines, habitent aussi les côtes de Bornéo, de Java et de Sumatra. Si alors je ne les ai pas fait connaître c'est parce que j'espérais que M.- DE CASTELNAU eût l'intention de publier les nombreuses observations qu'il avait faites lors de son séjour à Siam, mais il est à regretter que cette espérance ne se soit pas réalisée.

Une circonstance heureuse a de nouveau porté mon attention sur cette matière. M.- BOCOURT vient de rapporter de Siam de riches collections d'histoire naturelle qu'il a déposées au Musée du Jardin des plantes, et le conseil administratif de ce Musée m'a fait l'honneur de me charger de l'examen d'une partie des collections ichthyologiques. Les espèces déjà examinées et dont j'ai déjà envoyé le catalogue à mon savant ami M.- AUG. DUMÉRIL, appartiennent toutes, à l'exception d'un individu de Rhynchobdella

ocellata CV., aux familles des Siluroïdes, des Chacoïdes et des Hétérobranchoïdes. Elles sont au nombre de 19, tandis que les espèces de ces familles que j'ai énumerées d'après l'Album de M.- DE CASTELNAU ne montent qu'au chiffre de 9. Plusieurs espèces sont donc à ajouter aux formes déjà connues et ces espèces n'ont fait que confirmer la grande analogie dont j'ai parlé ci-dessus.

J'ai retrouvé parmi ces espèces l'Arius coelatus Val., le Hemibagrus nemurus Blkr, le Pangasius macronema Blkr, le Wallago attu Blkr, le Plotosus canius Ham. Buch. et le Clarias batrachus Val., figurés déjà dans l'Album de M.- DE CASTELNAU, mais toutes les autres sont nouvelles pour la connaissance de la faune de Siam. De ces espèces les suivantes habitent aussi les îles la Sonde: Hypselobagrus Wolffi Blkr, Pseudobagrichthys macracanthus Blkr, Pseudobagrichthys macropterus Blkr, Hemipimelodus borneënsis Blkr, Ketengus typus Blkr, Belodontichthys macrochir Blkr, Callichrous bimaculatus Swns. et Clarias leiacanthus Blkr. Des espèces, qui restent, le Hypselobagrus tengara Blkr et le Saccobranchus fossilis Blkr sont déjà connus du Bengale, tandis que trois autres sont nouvelles pour la science savoir un Pangasius, un Micronema et le type d'un genre nouveau que j'ai nommé Heterobagrus et dont la description va suivre.

J'ai cru devoir dédier cette espèce de Heterobagrus à M.- BOCOURT. Quant-aux nouvelles espèces de Pangasius et de Micronema, M.- BOCOURT ayant exprimé son désir de se réserver la description d'une ou de deux des espèces soumises à mon examen, je ne fais ici que les indiquer et noter que le Pangasius se distingue par une grande tache postscapulaire noire et que le Micronema est voisin du Micronema typus Blkr, mais s'en distingue suffisamment par une tête relativement plus large et par une bandelette transversale violette sur la base de la caudale.

Je ne donne donc ici que la description du genre Heterobagrus et de son espèce type.

Le genre appartient à la sousfamille des Bagriformes, au Stirps des Bagrini et au Phalanx des Bagri, tels que j'ai établi ces coupes dans le 2e volume de mon Atlas ichthyologique des Indes Orientales Néerlandaises.

HETEROBAGRUS Blkr.

Dentes maxillis et vomero-palatini pluriseriati parvi acuti, vomero-palatini in vittam semilunarem continuam dispositi. Cirri inframaxillares margini maxillae anteriori approximati. Oculi liberi subverticales. Caput compressum, scuto granoso, rostro conico. Crista interparietalis granosa os interspinosum attingens. Dorsum valde compressum. Pinna adiposa elongata. Spinae osseae, dorsalis gracilis longissima edentula, pectorales crassae postice serratae. Pinna analis brevis mediae adiposae circiter opposita. Radii pinnarum semipinnati. Cauda elongata. Caudalis biloba. B. 8. D. 1/7.

Heterobagrus Bocourti Blkr.

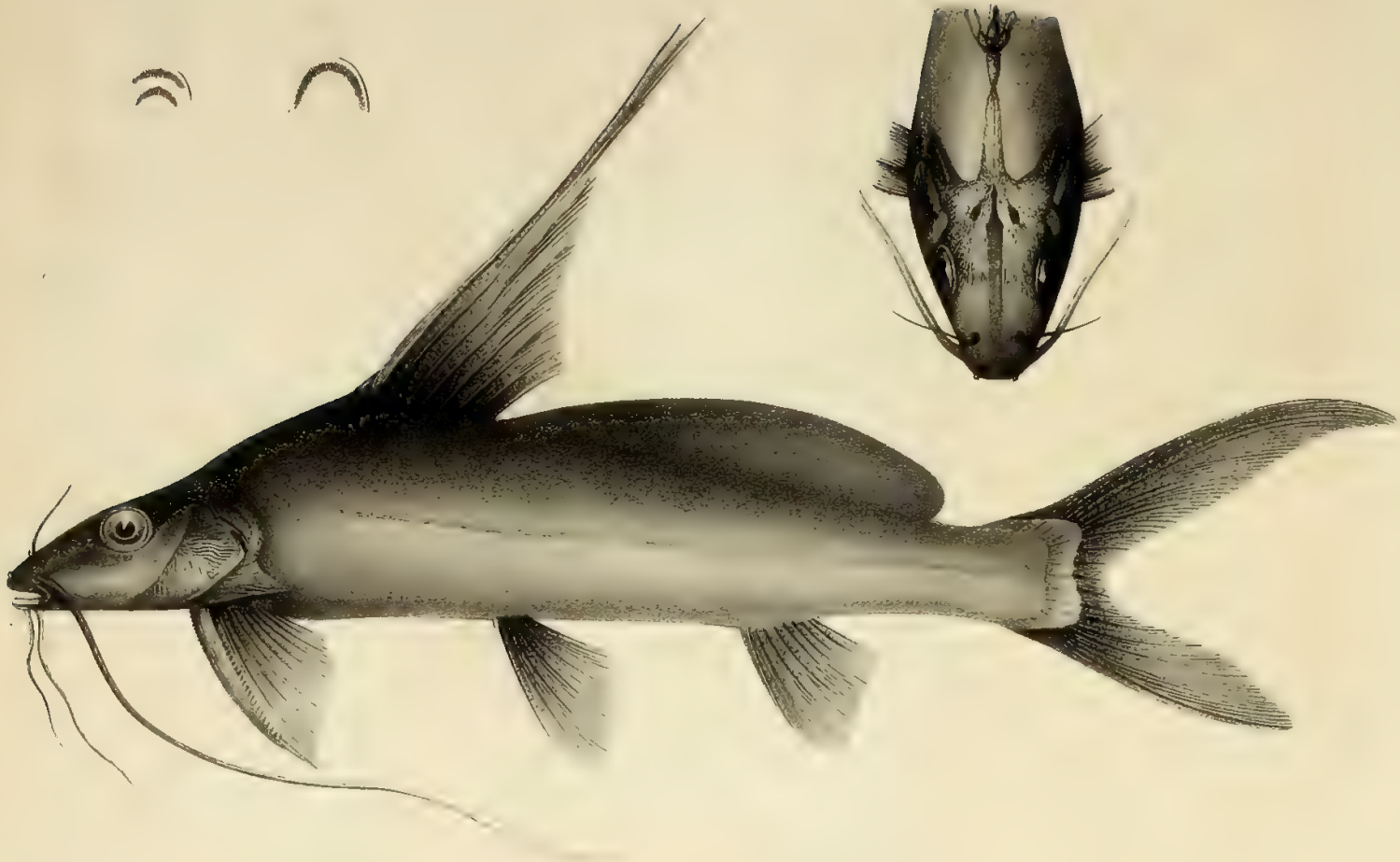
Heterobagr. corpore elongato compresso antice altiore quam lato, altitudine $4\frac{1}{2}$ circiter in ejus longitudine absque, 6 et paulo in ejus longitudine cum pinna caudali; capite depressiusculo acuto $4\frac{1}{3}$ ad $4\frac{1}{4}$ in longitudine corporis absque, $5\frac{5}{6}$ circiter in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine et latitudine capitis $1\frac{3}{5}$ fere in ejus longitudine; linea rostrodorsali vertice concava, nucha, fronte rostroque convexa; oculis lateraliter spectantibus, diametro 4 circiter in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{5}$ circiter distantibus; scuto capitis granuloso granulis confertis aequalibus irregulariter collocatis, sulco longitudinali basin cristae interparietalis attingente diviso

crista interparietali tota rugoso-granulosa, gracili, tota conspicua, triplo circiter longiore quam basi lata, apice rotundato os interspinosum cordiforme rugosum vel granulosum attingente; rostro convexo oculo multo longiore linea anteriore obtuse rotundato; naribus posterioribus oculi diametro circiter ante orbitam perforatis, oculi diametro $\frac{1}{2}$ circiter a naribus anterioribus remotis, dentibus pluriseriatis parvis aequalibus, intermaxillaribus in vittam leviter curvatam, vomero-palatinis in vittam semilunarem, inframaxillaribus in vittam formam ferri equini referentem dispositis; cirris nasalibus regionem postocularem, supramaxillaribus pinnam caudalem, inframaxillaribus externis apicem pinnae pectoralis, inframaxillaribus internis os scapulare attingentibus; ore subinfero; operculo radiatim rugoso; ossibus suprascapulari et scapulari acuto rugosis; linea laterali simplice rectiuscula; axilla poro mucoso bene conspicuo; pinna dorsali radiosa acuta plus triplo altiore quam basi longa, spina et radio 1° corpore plus duplo altioribus, spina gracili compressa lateribus rugosa; pinna adiposa elongata elevata, anali quadruplo circiter longiore, plus quintuplo longiore quam alta oblique et obtuse rotundata, antice dorsali radiosae contigua; pinnis pectoralibus acutis capite vix brevioribus, spina crassa antice granosa lateribus rugosa postice valde serrata; ventralibus acutis pectoralibus paulo brevioribus analem non attingentibus; anali plus tota ejus longitudine ante finem dorsalis adiposae desinente, duplo fere altiore quam basi longa, acuta, non emarginata; caudali profunde incisa lobis acutis superiore (quam inferiore longiore?) $3\frac{3}{5}$ circiter in longitudine corporis; colore corpore pinnisque fuscescente?

B. 8. D. 1/7. P. 1/11. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C 1/15/1 et lat. brev.

Hab. Bangkok, in fluviis.

Longitudo speciminis descripti 235‴.



Heterobagrus Bocourti Blkr

Rem. Ce type nouveau tient le milieu entre les genres Hypselobagrus, Pseudobagrichthys et Bagrichthys. Si l'on n'en voyait que la tête, on n'hésiterait pas de le rapporter au Hypselobagrus. Si, au contraire, l'on ne tenait compte que du dos et des nageoires dorsales, on ne pourrait manquer d'y voir un Bagrichthys. Et si l'on n'en observait que la moitié postérieure du corps, tous les Silurologistes y verraient un Pseudobagrichthys. Mais on ne saurait rapporter l'espèce à aucun de ces types, parce qu'elle ne présente ni la dentition ni l'organisation des barbillons, ni la dentition de l'épine dorsale des Bagrichthys et des Pseudobagrichthys, ni la construction des rayons, ni la position reculée de l'anale, ni l'armature de l'épine dorsale des Hypselobagrus. C'est un type parfaitement distinct, que j'ai nommé Heterobagrus, à cause des déviations citées de l'organisation des types nommés.

Les couleurs de l'unique individu rapporté par M. BOCOURT ont beaucoup souffertes, mais il me semble qu'elles ont dû êtres brunes ou brun-violâtres. Du reste l'individu est assez bien conservé.

Les espèces de Silures actuellement connues de Siam sont les suivantes.

1. Arius coelatus Val. = Cephalocassis coelatus Blkr ol.
2. " truncatus Val. = Cephalocassis truncatus Blkr ol
3. Hemipimelodus borneënsis Blkr.
4. Ketengus typus Blkr.
5. Pseudobagrichthys macracanthus Blkr.
6. " macropterus Blkr.
7. Heterobagrus Bocourti Blkr.
8. Hypselobagrus tengara Blkr. = Bagrus tengara Val.
9. " Wolffi Blkr.
10. Hemibagrus nemurus Blkr = Bagrus nemurus Val.
11. Pangasius . . . . . spec. nov. Boc.

12. Pangasius macronema Blkr.
13. Wallago attu Blkr.
14. Belodontichthys macrochir Blkr.
15. Callichrous bimaculatus Swns. = Pseudosilurus bimaculatus Blkr.
16. Micronema typus Blkr.
17. " hexapterus Blkr.
18. " . . . . . Sp. nov. Boc.
19. Plotosus canius Ham. Buch.
20. Saccobranchus fossilis Blkr.
21. Clarias batrachus Val.
22. " leiacanthus Blkr.

Inutile de dire que des recherches ulterieures quadrupleront probablement ce chiffre.

Leide, 14 Juin 1863.

DEUXIÈME NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE

DE

L'ÎLE DE SAPAROUA.

PAR

P. PLEEKER.

Il y a à peu près huit ans que je visitai l'île de Saparoua et que j'y observai quelques poissons dont je publiai une Notice dans le Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch Indië (Tom. X p. 469). Il n'est parlé dans cette notice que de 18 espèces, les premières qu'on connaissait de cette partie de la faune des Moluques. Depuis, rien n'est publié pour élargir le cadre étroit de nos connaissances sur ce sujet. Il est bien à présumer que la faune ichthyologique de Saparoua ne diffère en rien de celle d'Amboine, mais la science en exige la démonstration et il est donc essentiel de rassembler tous les faits qui puissent y contribuer.

J'ai observé au Museé de Leide 19 espèces provenant de Saparoua dont les noms ne figurent pas sur la liste que j'ai publiée en 1855, de sorte que je suis à même de doubler le nombre des espèces connues de cette île et de le porter à 37, dont voici les noms.

1. Ostracion cubicus Bl.
2. Diodon sexmaculatus Cuv. = D. novemmaculatus Cuv.
3. Balistes armatus Lac.
4. „ aculeatus Bl.
5. Gastrotokeus biaculeatus Heck. = Solenognathus Blochii Blkr ol.
6. Platophrys pantherinus Blkr = Rhombus pantherinus Rüpp.
7. Cheilinus trilobatus Lac. = Cheilinus tetrazona Blkr.
8. Halichoeres Schwarzi Blkr.
9. „ leparensis Blkr.
10. Güntheria trimaculata Blkr = Julis (Hal.) spilurus Blkr.
11. Diapterus macrosoma Blkr = Gerres macrosoma Blkr.
12. „ poetie Blkr = Gerres poetie CV.
13. Prochilus bifasciatus Blkr = Amphiprion bifasc. Bl. Schn.
14. Pomacentrus albifasciatus Schl. Müll. = Pomacentrus leucopleura Blkr.
15. Scolopsides bilineatus CV.
16. Plectorhynchus lineatus Blkr = Diagramma lineatum CV.
17. Pimelepterus tahmel Rüpp.
18. Parupeneus pleurospilus Blkr = Upeneus pleurosp. Blkr.
19. Upeneus vittatus CV. = Upeneoides vittatus Blkr.
20. Holacanthus bicolor Bl.
21. Gymnapistus hypselopterus Günth. = Apistus hypselopterus Blkr.
22. Trachynotus Baillonii CV.
23. Scomberoides sancti Petri Blkr = Chorinemus sancti Petri CV.
24. Caranx boops CV. = Selar boops Blkr.
25. „ torvus Jen. = Selar torvus Blkr.
26. Citula ophthalmotaenia Blkr = Carangoides ophthalmotaenia Blkr.
27. Harpurus Rüppelli Blkr = Acanthurus Rüppelli Benn.
28. Trichidion kuru Blkr = Polynemus kuru Blkr.

29. Atherina duodecimalis Val.
30. Parapercis cylindrica Blkr = Percis cylindrica CV.
31. Platycephalus Quoyi Blkr.
32. Periophthalmus argentilineatus Val.
33. Albula bananus Val.
34. Clupeoïdes macassariensis Blkr.
35. Harengula melanurus Blkr.
36. " moluccensis Blkr.
37. Stolephorus encrasicholoides Blkr = Engraulis encrasicholoides Blkr.

Leide, Juillet 1863.

NOTICE

SUR QUELQUES POISSONS DE

L'ÎLE GRAND-KEY.

PAR

P. BLEEKER.

Jusqu'ici aucune espèce de poisson n'est connue du petit archipel de Key, groupe d'îles qui est situé au centre des archipels de Goram, des Ténimber et des Arou, qui constituent, avec lui, la partie austro-orientale du grand Archipel des Moluques. Jamais aussi je n'ai reçu moi-même des poissons de ces îles, mais j'ai vu récemment au Musée de Leide quelques espèces qui proviennent de la mer qui baigne l'île de Grand-Key. Quoique ces espèces ne soient qu'au nombre de six, je n'hésite pas d'en donner cette notice, parce que c'est toujours un commencement de connaissance ichthyologique par rapport à cette île. Ces six espèces sont les suivantes: Heniscyllium trispeculare Rich., Tetraodon kappa Russ., Diodon sexmaculatus Cuv., Antennarius raninus Cant., Vulsus dactylopus Günth. et Parapercis cylindrica Blkr. Les cinq dernières espèces étaient déjà connues

des Moluques, mais le Hemiscyllium trispeculare est nouveau, non seulement pour la faune des Moluques mais aussi pour celle de toute l'Inde archipélagique et n'a été trouvé jusqu'ici que près de la côte nord-ouest de la Nouvelle Hollande. C'est donc une espèce de plus à inscrire sur la liste des poissons de l'Archipel Indien.

Leide, Juillet 1863.

NOTICE

SUR QUELQUES POISSONS DE

L'ÎLE DE NOUSSA-LAUT.

PAR

P. BLEEKER.

Parmi les collections de poissons dont les galeries du Musée de Leide viennent d'être enrichies, j'ai trouvé plusieurs espèces qui proviennent des eaux qui baignent la petite île de Noussa-Laut, située à l'est de l'île de Saparoua et constituant avec cette île et celle de Haroukou les îles dites Uliassers. Ces espèces sont au nombre de 19, dont voici les noms.

1. Gastrotokeus biaculeatus Heck.
2. Corythoichthys fasciatus Kp = Syngnathus haematopterus Blkr.
3. Cheilinus chlorurus Blkr.
4. Halichoeres Schwarzi Blkr.
5. Platyglossus Hoevenii Blkr = Jul. (Hal.) Hoevenii.
6. Julis lunaris Cuv.
7. Prochilus percula Blkr = Amphiprion percula CV.

8. Pomacentrus pavo Lac.
9. Scolopsides leucotaenia Blkr.
10. Pseudomonopterus volitans Blkr = Pterois volitans CV.
11. Scorpaena aplodactylus Blkr.
12. Pelor didactylus Blkr.
13. Tetragonopterus Meyeri Blkr = Chaetodon Meyeri Val.
14. " ornatissimus Blkr = Chaetodon ornatissimus Sol.
15. Chelmon longirostris CV.
16. Genicanthus Lamarcki = Holacanthus Lamarckii CV.
17. Harpurus rhombeus Blkr = Acanthurus scopas CV.
18. Vulsus dactylopus Günth. = Callionymus dactylopus Benn.
19. Trichonotus setiger Bl. Schn.

Ces espèces, quoique toutes déjà connues des Moluques, sont cependant toutes nouvelles pour la connaissance de Noussa-Laut.

Leide, Juillet 1863.

NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE

DES

ÎLES AROU

PAR

P. BLEEKER.

Bien que nos connaissances par rapport aux espèces de poissons qui habitent l'Archipel des Moluques aient fait de notables progrès, elles sont insignifiantes ou nulles par rapport à grand nombre d'îles qui font partie de cet Archipel. On possède déjà de nombreuses données quant à la faune ichthyologique de Banda, d'Amboine, de Céram, de Bouro, de Batjan, de Ternate et de Halmahéra, et on ne sait que peu ou très peu de celle des îles de Morotai, d'Obi, de Goram, de Saparoua, de Noussa-Laut, de Key et de Wagiou et de Rawak, mais de toutes les nombreuses îles qui restent on ne sait absolument rien jusqu'ici par rapport aux poissons qui habitent leurs côtes ou leurs eaux douces, si ce n'est une seule espèce de Manipa et des îles Arou.

Pour ce qui regarde ces dernières îles on n'en connaissait jusqu'ici que le Dascyllus aruanus CV., mais j'ai récemment examiné une collection, faite aux îles Arou, qui, étant assez riche en poissons, me permet d'énumerer une

première série d'espèces qui habitent les mers de ces îles. Ces espèces sont au nombre de 47. Les îles Arou étant celles de l'Archipel des Moluques qui en font les limites austro-orientales, il n'est pas sans intérêt de remarquer que toutes les espèces de la collection habitent aussi les côtes des îles centrales de cet Archipel. Voici les noms de ces espèces.

1. Monacanthus geographicus Cuv.
2. " trichurus Blkr.
3. " tomentosus Cuv.
4. Platophrys pantherinus Blkr = Rhombus pantherinus Rüpp.
5. Achirus pavoninus Lac.
6. Scarichthys auritus Blkr = Scarus naevius CV.
7. Pseudocarus aeruginosus Blkr.
8. Cheilio inermis Rich.
9. Platyglossus Hoevenii Blkr = Julis (Halichoeres) Hoevenii Blkr.
10. Güntheria coeruleovittata Blkr = Julis (Halichoeres) elegans K. v. H.
11. Julis lunaris Val.
12. Stethojulis phekadopleura Günth. = Julis (Halichoeres) phekadopleura Blkr.
13. Glyphidodon antjerius K. v. H.
14. " rahti CV.
15. Heliases ternatensis Blkr.
16. Tetradrachmum aruanum Cant. = Dascyllus aruanus CV.
17. Holocentrus ruber Rüpp. = Holocentr. orientale CV.
18. Therapon Cuvieri Blkr.
19. Lutjanus bottonensis Blkr = Mesoprion botton. Blkr.
20. " decussatus Blkr = Mesoprion decussatus CV.
21. Lethrinus ornatus CV.
22. Dentex griseus Schl.

23. Grammistes orientalis Bl. Schn.
24. Amia bandanensis Blkr = Apogon bandanensis Blkr.
25. " cyanotaenia Blkr = Apogon cyanotaenia Blkr.
26. " fasciata Blkr = Apogon novemfasciatus CV.
27. Apogonichthys polystigma Blkr.
28. Parupeneus trifasciatus Blkr = Upeneus trifasciatus CV.
29. " barberinus Blkr = Upeneus barberinus CV.
30. Pseudomonopterus antennatus Blkr = Pterois antennata CV.
31. Scorpaena aplodactylus Blkr.
32. " polyprion Blkr.
33. Scorpaenopsis gibbosus Blkr.
34. Tetragonopterus vittatus Blkr = Chaetodon vittatus Bl.
35. Teuthis puella Günth. = Amphacanthus puella Schl.
36. Rhombotides lineatus Blkr = Acanthurus lineatus Lac.
37. Leiognathus edentulus Blkr = Equula ensifera CV.
38. Parapercis cylindrica Blkr = Percis cylindrica CV.
39. Gobius notacanthus Blkr.
40. Batrachus diemensis Rich.
41. Cannorhynchus immaculatus Blkr = Fistularia immaculata Comm.
42. Plotosus anguillaris Lac.
43. Mastacembelus giganteus Blkr = Belone cylindrica Blkr.
44. Saurida nebulosa Val.
45. Gymnothorax isingleenoides Blkr = Muraena isingleenoides Blkr.
46. " tessellatus Blkr = Muraena tessellata Rich.
47. Gymnomuraena micropterus Blkr = Uropterygius micropterus Blkr.

La Haye, Août 1863.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 28sten NOVEMBER 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, H. J. HALBERTSMA, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, H. C. VAN HALL, J. W. L. VAN OORDT, F. W. CONRAD, D. BIERENS DE HAAN, E. H. VON BAUMHAUER, F. J. STAMKART, J. G. S. VAN BREDA, C. J. MATTHES, J. VAN DER HOEVEN, A. H. VAN DER BOON MESCH, S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, N. W. P. RAUWENHOFF, en van de Correspondenten: de Heer C. SWAVING.

Na voorlezing en goedkeuring van het Proces-Verbaal der vorige zitting, verwelkomt de Voorzitter met een woord den Heer SWAVING, Correspondent in Oost-Indië, ter Vergadering aanwezig, onder uitnoodiging van ons dikwijls zijn bijzijn te willen schenken.

De Secretaris berigt, dat de Heeren J. W. ERMERINS, G. VOORHELM SCHNEEVOOGT en de Utrechtsche Leden in 't gemeen, zich hebben verontschuldigd

wegens het niet bijwonen dezer bijeenkomst; laatstgemelden daarin verhinderd door de feestelijke herdenking van Nêerlands herboren onafhankelijkheid, die op den huidigen dag te dier stede plaats vindt.

De Voorzitter herinnert, dat de dag bestemd voor ons eerstvolgend zamenzijn, de 26ste December, gewijd is aan de viering van het Kersfeest, en stelt mitsdien voor, de aanstaande vergadering eene week vroeger of wel later te beschrijven ter keuze van de Leden. Bij stemming blijkt, dat de groote meerderheid (*elf* stemmen tegen *vijf*) den 19den December verlangt, waarbij men zich dus bepaalt.

De Secretaris deelt mede, dat onder dagteekening van 6 dezer van den Heer A. DANIELS, Directeur der Diamantslijperij van den Heer M. E. COSTER, berigt is ontvangen, dat het antwoord op ons aan laatstgenoemden gerigt schrijven ons eerst later zal geworden, nadat de Heer COSTER, thans afwezig, in stad zal teruggekeerd zijn.

Worden gelezen 1°. eene missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken N°. 264, 11de Afd., Spoorwegen, d.d. 9 dezer, inhoudende dat aan het onzerzijds gedane voorstel, dat ter beproeving greenen palen met ruwe petroleum doortrokken, aan de Afdeeling geleverd mogten worden, voor alsnog niet kan worden voldaan.

2°. Een brief van den Heer P. KATER GZ. te Nieuwendam, d.d. 25 dezer, verslag gevende van resultaten van waarnemingen op paalwormen.

Wordt besloten beide stukken te verzenden aan de Commissie tot wering van den Paalworm.

Nog zijn ontvangen, onder geleide van brieven van de H.H. C. VAN DER STERR, Helder 11 dezer, en J. VERHEY, Amsterdam, 10 dezer, *zeven* tabellen van Waterhoogten in het Marsdiep, en *twee* tabellen van Waterhoogten alhier waargenomen; alle welke tabellen naar gewoonte aan de Commissie over de daling van den bodem in Nederland zijn ter hand gesteld.

Worden gelezen missives ten geleide van Boekgeschenken, van de volgende H.H. 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 11 November 1863, 6e Afd. N°. 181); 2°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 7 November 1863, Topographisch Bureau N°. 63, T.); 3°. H. W. DE GRAAF, Secrétaire de la Société entomologique des Pays-Bas (Leiden, 23 November 1863); 4°. E. REUSENS, Bibliothécaire de l'Université Catholique de Louvain (Louvain, Novembre 1863); 5°. GÖPPERT, Präses der Schlesischen Gesellschaft für Vaterländische Cultur (Breslau, 1 September 1863); 6°. DE COLNET D'HUART, Secrétaire de la Société royale des Sciences Naturelles du Grand-Duché de Luxembourg (Luxembourg, 16 Novembre 1863).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en plaatsing der geschenken in de Boekerij.

Eindelijk wordt kennis genomen van een brief van dankzegging voor ontvangen Werken der Aka-

demie, van den Secretaris van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Batavia, 24 Augustus 1863).

Aangenomen voor berigt.

De Secretaris rapporteert, dat de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* geen bezwaar heeft gevonden in de plaatsing der Bijdragen, van ons Medelid P. BLEEKER : *Notice sur quelques poissons de l'île de Harouko* en van Dr. A. SASSE, te Zaandam, *Bijdrage tot de kennis van den schedelvorm der Nederlanders;* beide worden dus in dank aangenomen, en zullen eerlang ter perse gelegd worden.

Wederom biedt de Heer BLEEKER ter opname aan eene *Description de deux espèces inédites de Gnathopogon et de Rasbora de l'île de Java.*

Zal naar de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* verzonden worden.

De Heer H. C. VAN HALL toonde in korte trekken aan, wat er voor de kennis der geneeskrachtige planten onzer koloniën gedaan is; voor de Oost-Indiën veel, door HORSFIELD, BLUME, WAITZ en anderen; voor de West-Indiën zeer weinig.

Door een aantal voorbeelden van medicinale planten uit onderscheidene Afdeelingen toonde hij aan, dat Java vele krachtige geneesmiddelen uit het Plantenrijk bezit, welke daar meer en meer in gebruik behoorden te komen in

plaats van medicamenten die men thans uit Amerika en van elders, over Holland, in onze Oost-Indische Koloniën ontvangt, doch welke door die verzending en langdurige bewaring veel minder bruikbaar zijn dan die welke, versch, op Java zelf worden ingezameld; dat voorts de studie der Oost-Indische medicinale planten ook daarom van veel gewigt is, omdat zij voor de geneeskunde in Europa van belang kunnen worden, weshalve het zeer te wenschen is, dat het onderzoek van de medicinale planten op Java en aangrenzende eilanden, hetwelk reeds tot gewigtige uitkomsten geleid heeft, worde voortgezet en aan de uitoefening der geneeskunde in Europa dienstbaar gemaakt. Zoowel voor het inzamelen dier medicamenten op Java als voor de verzending naar Nederland is gelegenheid genoeg, indien men in Europa zich slechts de moeite wil geven, die krachtige produkten der Oostersche zon met ernst te beproeven en de uitkomsten dier proeven algemeen bekend te maken.

Nopens Suriname en de West-Indische eilanden is veel minder bekend en is de rijke vegetatie dier landstreken nog op verre na niet naar behooren onderzocht. Het ware van belang, dat iemand bepaaldelijk met het onderzoek der Surinaamsche planten, of, liever nog, dat eene Commissie van deskundigen op de plaats zelve hiermede belast werd.

Maar zelfs van hetgeen er in Suriname is en wat men kent, zelfs van datgene, hetwelk men weet, dat een goed handelsartikel zou kunnen zijn, wordt geen genoegzaam gebruik gemaakt. Een aantal nuttige harsen en medicinale basten blijven ongebruikt liggen in de onmetelijke bosschen van Suriname.

De oorzaak van dit weinig gebruik is voor een zeer groot deel toe te schrijven aan de groote duurte van alle arbeidsloon, teweeg gebragt, vooreerst, door het vroeger gemis van vrijheid in den handel, waardoor alles uit Nederland moest worden aangevoerd en alle levensbehoeften in

Suriname hierdoor buitensporig duur waren, wat natuurlijk duurte van alle arbeidsloonen ten gevolge had. Alhoewel thans de aanvoer van alle voortbrengselen met meerdere vrijheid kan geschieden, zoo laten zich de naweeën der vroegere onstaatkundige wijze van handelen nog heden ten dage duidelijk gevoelen, daar eenmaal gewoon geworden prijzen niet spoedig veranderen.

Eene tweede veel gewigtiger oorzaak lag in de *Slavernij*, waardoor veel werk traag of slecht gedaan werd en de beschikbare handen veelal tot het groote werk op de plantaadjes beperkt werden. De vrije arbeidersstand, die door het inzamelen van medicinale gewassen een belangrijken steun in zijn levensonderhoud zoude kunnen vinden, is in deze Kolonie zeer weinig talrijk, daar het getal van vrije Indianen en boschnegers, die men, tegen betaling, tot het werk kan krijgen, zeer gering is en, wat de blanken of andere vrije arbeiders betreft, de vloek der slavernij lag vooral ook daarin, dat *werken* voor een vrij man verachtelijk gehouden werd, omdat men bijna alleen slaven handenarbeid zag doen en men zich hierdoor, arbeidende, eenigzins met slaven gelijk stelde.

Daar nu ook deze oorzaak opgeheven is, voedt de Heer VAN HALL de hoop, dat wij ook in dit opzigt eene betere toekomst tegemoet gaan.

De Heer BLEEKER doet opmerken, dat in de Oost-Indiën van een meer wetenschappelijk onderzoek dan vroeger het geval was, in de laatste twintig jaren met ijver werk is gemaakt geworden, echter niet met dat gevolg dat men er van verwachtte. Intusschen stemt hij, in wêerwil van die min gunstige resultaten, gaarne in met den door den vorigen Spreker geuiten wensch, dat men verder niet in gebreke blijve.

De Heer v. s. m. van der willigen biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan een derde stukje *Over de constanten van reflexie*, waarin hij zijne proeven meêdeelt op Platinum en Sulfuretum Arsenici en voorts op zwavel, den bruinen of amorphen zoowel als gelen, genomen; welke laatste proefnemingen hem tot het besluit geleid hebben, dat de zwavel veeleer tot de ondoorschijnende dan tot de doorzigtige stoffen behoort gerekend te worden.

Wordt besloten tot verzending aan de Commissie van Redactie.

De Heer van der hoeven herinnert het doorzigtige van den gecrystalliseerden zwavel zoo als hij in de natuur voorkomt.

De Heer van der boon mesch maakt opmerkzaam daarop: hoe de zwavel gelijk de natuur hem oplevert, bij smelting geheel van aard schijnt te veranderen.

De Heer von baumhauer merkt aan, dat de zoogenaamde bruine of roode zwavel thans geheel in de wetenschap als vervallen beschouwd wordt, daar gebleken is dat zijne kleur en toestand aan verontreiniging zijn toe te schrijven. Hij noodigt voorts den Heer van der willigen bij zijn verder onderzoek uit, minder op het verschil van crystallisatie, dan op de twee allotropische vormen bedacht te zijn waaronder de zwavel voorkomt, herkenbaar daaraan of hij al dan niet in zwavelkoolstof oplosbaar is.

De Heer matthes betoogt het bestaan van *een zeer naauw verband tusschen eenige kromme lijnen* met name de *Cycloïde*, den *Cirkel*, de *Kettinglijn*

van gelijken weêrstand, de *gewone Kettinglijn* en de *Parabel,* een verband, dat te meer opmerking verdient, omdat het de kromtestralen betreft, die den aard der kromme lijnen het meest kenmerken. De kromtestralen namelijk voor punten waarin genoemde kromme lijnen dezelfde rigting hebben, maken termen uit van eene meetkunstige reeks, bijaldien de toppunten van Cycloïde, Kettinglijnen en Parabel met een punt van den Cirkel zamenvallen, en die lijnen in dat punt de rigting en bovendien de kromming met den Cirkel gemeen hebben.

Daar niemand meer het woord begeert, worden de notulen geresumeerd, en sluit de Voorzitter de Vergadering.

INHOUD

VAN

DEEL XVI. — STUK 3.

bladz.

Over het vormen van de vergelijkingen tusschen de zijde en de diagonalen van een regelmatigen n-hoek en hare eigenschappen. Door C. H. D. Buijs Ballot ..... 293.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 31 October 1863 ..... 327.

Sur la pression moyenne de l'atmosphère en plusieurs lieux de l'Europe. Par C. H. D. Buijs Ballot ..... 335.

Notice sur la faune Ichthyologique de Siam. Par P. Bleeker. *(Avec une Planche)* ..... 352.

Deuxième Notice sur la faune Ichthyologique de l'île de Saparoua. Par P. Bleeker ..... 359.

Notice sur quelques Poissons de l'île Grand-Key. Par P. Bleeker ... 362.

Notice sur quelques Poissons de l'île Noussa-Laut. Par P. Bleeker. 364.

Notice sur la faune Ichthyologique des îles Arou. Par P. Bleeker.. 366.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 28 November 1863 ..... 369.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken ..... blz. XLI—LXX.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

ZEVENTIENDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1865.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

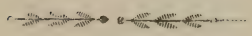
KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

Zeventiende en laatste Deel.



AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1865.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

INHOUD

VAN HET

ZEVENTIENDE DEEL.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

Vergadering	gehouden	op	den	19den	December	1863.	blz.	42.
"	"	"	"	30sten	Januarij	1864.	"	63.
"	"	"	"	27sten	Februarij	"	"	113.
"	"	"	"	26sten	Maart	"	"	139.
"	"	"	"	29sten	April	"	"	187.
"	"	"	"	28sten	Mei	"	"	203.
"	"	"	"	25sten	Junij	"	"	216.
"	"	"	"	24sten	September	"	"	326.
"	"	"	"	29sten	October	"	"	378.
"	"	"	"	26sten	November	"	"	402.
"	"	"	"	24sten	December	"	"	408.

VERSLAGEN.

Vijfde Vervolg op het Verslag over de Verzakking te Nijmegen. 1862 en 1863 door J. P. DELPRAT en F. W. CONRAD. (Met twee Platen) . . . . . blz. 1.

Vijfde Verslag over den Paalworm . . . . . „ 74.

Verslag van den Staat der Sterrewacht te Leiden en van de aldaar volbragte werkzaamheden, in het tijdvak van den eersten Julij 1862 tot de laatste dagen van de maand Junij 1863. Door F. KAISER. . . . „ 169.

VERHANDELINGEN.

J. P. DELPRAT, Over den wederstand van de horizontale koppeling der Tralieliggers bij spoorwegbruggen tegen zijdelingsche uitbuiging. (Met eene Plaat) . . blz. 8.

W. C. H. STARING, Het voorkomen van Diluviale gronden op Java . . . . . " 52.

J. BADON GHIJBEN, Beschouwing van de betrekkingswijzers der vierkantswortels uit onvolkomen vierkanten . . . . . " 121.

V. S. M. VAN DER WILLIGEN, Sur un Système de franges rectilignes, qui s'observent en même temps que les anneaux de *Newton*. (Avec une Planche) . . . " 144.

P. BLEEKER, Notice sur une nouvelle espèce de Xiphasia. (Avec une Planche) . . . . . " 193.

———— Sur une nouvelle espèce de Puntius à épine anale dentelée. (Avec une Planche) . . . . . " 198.

P. J. VAN KERCKHOFF, Over de rangschikking en onderlinge betrekking der organische radikalen. (Met twee Platen) . . . . . blz. 227.

F. J. STAMKART, Over het Amsterdamsche Peil, het A. P. " 261.

V. S. M. VAN DER WILLIGEN, De Constanten van reflectie. III . . . . . " 304.

F. C. DONDERS, Het zien bij verschil in refractie der beide oogen, en de hulpmiddelen, daarbij aan te wenden . . . . . " 309.

F. KAISER, Onderzoekingen omtrent den gang van het hoofd-uurwerk der Sterrewacht te Leiden, de Pendule HOHWÜ, N°. 17 . . . . . " 338.

A. SASSE, Bijdrage tot de kennis van den schedelvorm der Nederlanders . . . . . " 385.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Zeventiende Deel. — Eerste Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1864.

California Academy of Sciences

Presented by Koninklijke Akademie
van Wetenschappen,
Amsterdam.
January, 1907.

VIJFDE VERVOLG OP HET VERSLAG

OVER

DE VERZAKKING TE NIJMEGEN.

1862 en 1863.

DOOR

I. P. DELPRAT EN **F. W. CONRAD**.

De laatste berigten, die wij omtrent de verzakkingen te Nijmegen ontvangen en medegedeeld hebben, liepen tot den 27sten October des voorleden jaars 1862.

De toestand der verzakking werd er voldoende door opgegeven. De Gemeente-Architect van Nijmegen is sedert dien tijd voortgegaan ons de door hem gedane waarnemingen mede te deelen.

Wij trekken daaruit de volgende opgaven :

In de maand November werden, bij een' waterstand van 2 El aan het peil, eenige scheuren in den kademuur digtgemaakt. Na 19 November begon het water te vallen, en weldra vertoonde zich de beweging ook weder.

Den 8sten December stond het water 1.40 El en bij dien verlaagden stand had er ook weder sedert eenige dagen veel verzakking plaats in de strook gronds over het erf de Voogd, Groote Straat, Vischmarkt en vóór het Commiezenhuisje (zie het kaartje), in welke rigting de grond gemiddeld 0.25 El gezakt was, en waardoor de passage zoodanig bemoeijelijkt werd, dat er den 9den December met

het bijwerken in de Groote Straat begonnen moest worden, terwijl de scheuren in den grond dagelijks grooter werden.

Daarna begon het water in de rivier weder te wassen, en den 11den December hielden de evengenoemde verschijnselen ook weder op.

Den 15den December viel er een gat in de straat boven het riool of den waterloop vóór het koepeltje (zie het kaartje), 't welk veroorzaakt werd door het afschuiven van het metselwerk van het riool, waardoor de bovengrond in het riool was gevallen.

Den 24sten December was de waterstand 3.18 El, de beweging had weder opgehouden.

Den 27sten December was men gereed met het bijstraten der gedeelten, waarvan de verzakking 9 December begonnen was.

De Gemeente-Architect deed den 29sten December de hoogte meten van den kademuur bij O en N (zie het kaartje), en hij bevond dat de Kade sedert 24 October niet noemenswaardig gezakt was.

De vooruitschuiving bedroeg ongeveer 0.09 El.

Den 31sten December was het water vallende en stond 2.91 El.

In de eerste dagen van Januarij 1863 bleef de waterstand met geringen val en was op die hoogte. Den 16 Januarij was de waterstand 2.51 El, waarop een schielijke was volgde, zoodat op 26 Januarij de stand was 4.30 El.

Bij dien hoogen stand vindt men nu ook weer geenerlei werking aangeteekend.

Daarna kwam er geregeld val tot 9 en 10 Maart, wanneer de laagste stand was 1.60 El.

Toen werd de verzakking in de straat vóór het Koepeltje weêr duidelijk zigtbaar, en hetgeen op 27 December des voorleden jaars was bijgewerkt, is toen in enkele dagen ongeveer 10 duim gezakt. 11 Maart begon het water weder te wassen tot 20 Maart, wanneer de waterstand

was 2.32 El; aan de verzakkingen was weder geen verandering te zien.

Van den 20sten tot den 24sten Maart is het water langzaam wassende gebleven tot 2.89 El, daarna gevallen tot 31 Maart op 2.39 El, en vervolgens afwisselend wassende en vallende gebleven, altijd boven de 2 El, zonder dat er verandering in den staat van zaken is aangeteekend.

24 April was de waterstand 2.76 El en vallende.

Al deze waarnemingen toonen op nieuw aan, dat de beweging zich alleen bij een' lagen waterstand vertoont, en dat zij bij een' waterstand van 2 El en daarboven, als de grond van water verzadigd is, steeds ophoudt.

Op den 11den Februarij van dit jaar, wanneer de waterstand weder tot 3 El Nijmegensch peil of 9.22 El boven A.P. gerezen, en alles weder in rust was, werd de waterpassing en afstandmeting op de bekende plaatsen herhaald.

De uitkomst daarvan, in vergelijking met de voorlaatste opnemingen, was als volgt:

WATERPASSING VAN HET VERZAKTE GEDEELTE.

VOLG-N°.	AANWIJZING DER PLAATSEN.	1862. 17 Mrt.	1862. 14 Oct.	1863. 11 Febr.
		+ A.P.	+ A.P.	+ A.P.
1	Peilsteen, gevel MEURS	13.57	13.57	13.57
2	Kade bij de peilschaal, op de schaal lett. M.	11.20	11.20	11.20
3	Kade voor de Galerij, op de kaart lett. O.	10.72	10.65	10.65
4	Peilsteen in den Kraan	12.44	12.44	12.44
5	Kade vóór de Groote Straat, op de kaart lett. N.	10.43	10.41	10.41
6	Kade vóór het Rotterdamsche Koffijhuis, lett. G.	11.44	11.44	11.44
7	Hoek ringmuur naast het Koepeltje. . . .	12.74	12.74	12.74
8	Drie ellen lager op denzelfden muur . . .	12.38	12.38	12.36
9	Afgeronde hoek van denzelfden muur bij de Groote Straat.	12.39	12.39	12.30
10	Midden van de Groote Straat.	10.96	10.94	10.90
11	Afgeronde hoek ringmuur van de Oude Vischmarkt en de Groote Straat	12.85	12.80	12.77

UITKOMSTEN VAN DE METING DER AFSTANDEN VAN DEN KADEMUUR TOT DAAR ACHTER GELEGEN PLAATSEN BUITEN DE VERZAKKING.

VOLG-Nº	PLAATSEN DER METINGEN.	1862. 17 Mrt.	1862. 14 Oct.	1863. 11 Febr.
		El	El	El
1	Vóór het Rotterdamsche Koffijhuis van den kant van het plint des pilasters aan de deuropening, Oostzijde van het gebouw.	8.75	8.75	8.75
2	Van de stoep van het huis Langendam tot den spijker, geslagen op 25.93 El uit het midden van het merk voor de Stoombooten op de Kraan	31.98	32.02	32.13
3	Van den hoek van het achterhuis de Zalm op de Vischmarkt, langs de houten palen tot aan den spijker beneden de Kraan, 10.90 El uit het merk als bovengenoemd	38.03	38.08	38.18
4	Van den peilsteen 12.55 El vóór de stoep van MEURS tot den peilsteen 11.20 El aan de Kade.	22.71	22.71	22.71

Wanneer men deze opgaven nagaat, dan blijkt het, dat de zakking van 17 Maart 1862 tot 11 Februarij 1863, dus nagenoeg in één jaar tijds, zich bepaald heeft tot *zes* plaatsen.

			El
Nº.	3. De Kade vóór de Galerij bij O. . .	gezakt	0.07.
"	5. De Kade vóór de Groote Straat bij N.	"	0.02.
"	8. Drie el beneden den hoek ringmuur.	"	0.02.
"	9. De afgeronde hoek bij de Groote Straat.	"	0.09.
"	10. Midden van de Groote Straat	"	0.06.
"	11. Afgeronde hoek van de Oude Vischmarkt.	"	0.08.

En van 14 October 1862 tot 11 Februarij 1863, dus in de laatste vier maanden, tot *vier* plaatsen.

			El
N°.	8.	Drie el beneden den hoek ringmuur. gezakt	0.02.
"	9.	De afgeronde hoek bij de Groote Straat. "	0.09.
"	10	Midden van de Groote Straat . . . . . "	0.06.
"	11.	Afgeronde hoek van de Oude Vischmarkt. . . . . "	0.03

Wij meenen niet dat deze verzakkingen aanmerkelijk kunnen genoemd worden, evenmin als die meer stadwaarts, hoewel die de hiergenoemde overtreffen. Terwijl overigens het verzakkende gedeelte niet in omtrek toeneemt, en alle overige plaatsen staande gebleven zijn.

Van de vier gemeten punten zijn twee volkomen staande gebleven, en bij de twee andere heeft vooruitschuiving plaats gehad, en wel: van 17 Maart 1862 tot 11 Februarij 1863, in één jaar tijds, op twee plaatsen.

			El
N°.	2.	Stoep huis Langedam . . . . . gezakt	0.15.
"	3,	Hoek achterhuis Zalm . . . . . "	0.15.

En van 14 October 1862 tot 11 Februarij 1863, in de laatste vier maanden.

			El
N°.	2.	Stoep huis Langedam. . . . . gezakt	0.11.
"	3.	Hoek achterhuis Zalm . . . . . "	0.10.

Het komt ons voor, dat deze vooruitschuiving ook niet onder de aanmerkelijke kan gerangschikt worden.

Het is niet ondienstig voorgekomen de opnemingen op te geven, die door den Gemeente-Architect op een paar plaatsen, waarvan de juiste stand in 1861 bekend was, zijn gedaan. Hij heeft in April 1863 daarvan eene nieuwe opneming gedaan, en ons twee profils gezonden waarop die veranderingen worden aangetoond.

Het profil A. vertoont den opstand van den muur bij de Vischmarkt.

Het profil B. bij het erf van DE VOOGD.

De gestippelde lijn duidt de hoogte aan op 16 October 1861, wanneer de muren waterpas opgemetseld zijn geweest:

A. tot 13.20 El boven A. P.
B. tot 12.74 El boven A. P.

De lijnen *ab* en *ab* geven den bovenkant aan van de voetpaden langs die muren.

In April 1863 was het gedeelte van den muur A. waar de lantaarn op staat, ter lengte van 3.50 El waterpas en op de oorspronkelijke hoogte gebleven.

Verder op was de afschuiving en zakking begonnen, en teekent zich het meest af ongeveer in het midden der lengte van den muur, ter plaatse waar de verzakkking altijd het sterkst geweest is.

Het overige gedeelte is gelijkmatig gezakt, en lag in April met den bovenvoorkant op 12.77 El boven A. P. met eene geringe daling naar het midden.

De tegenoverstaande nieuwe, B., vertoont dezelfde verschijnselen Een gedeelte is na de opmetseling van 16 October 1861 onveranderd gebleven; het middelste deel is het meest en het overige is gelijkmatig gezakt. De bovenvoorkant ligt op 12.30 El boven A. P., en het midden des muurs bij den ingang 12.20 El boven A. P.

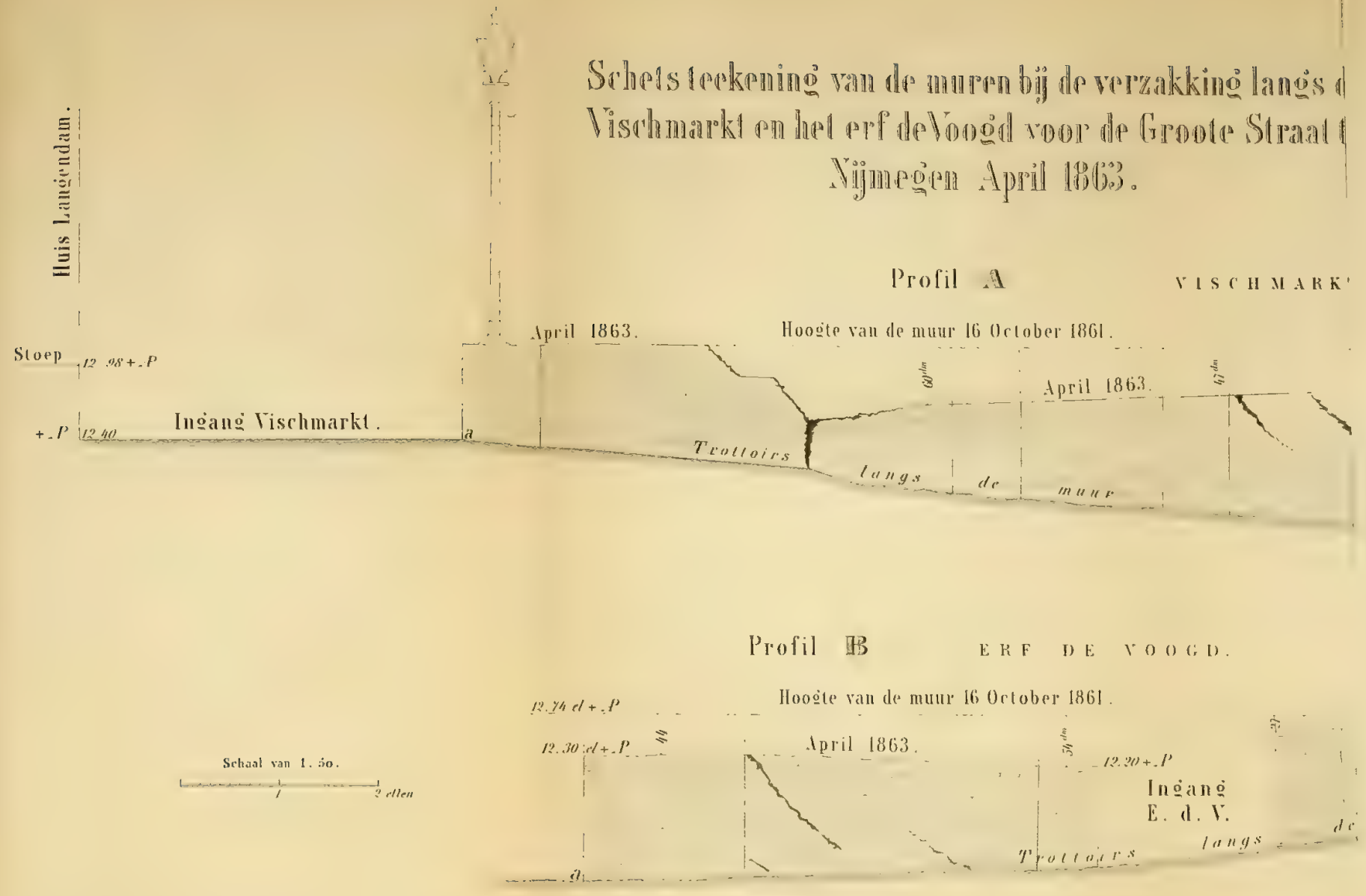
De vlakte van de straat en de voetpaden zijn evenals de muren gezakt, doch van tijd tot tijd voor de geregelde passage bijgewerkt.

De scheuren en gaten in de muren A en B werden in April 1863 digtgemaakt, de bovenkant van de muren is op de hoogte gebleven.

De geheel plaatselijke zakking en het niet vooruitschui-

KAART
van het Riviervak van de Waal
voor
NIJMEGEN.
1863.
De peilingen zijn gedaan den 27 December 1862
bij den middelbaren rivierstand 9.10 el B.P.
Schaal van 1.5000.
Weg naar Arnhem
LENT
Rivier de Waal.
Bruggehoofd
Oude Haven
Stevenspoort
Veerpoort
Valkenhof
Belvedere
Meersluis
Nijmegen.

Schets teekening van de muren bij de verzakking langs d
Vischmarkt en het erf deVoogd voor de Groote Straat t
Nijmegen April 1863.



ven der gronden naar de zijde der rivier wordt hier al weder bevestigd.

Wij voegen hierbij eene schets van het riviervak vóór de stad Nijmegen op eene schaal van 1 à 5000, ons door den Ingenieur VAN DER TOORN verstrekt, waarop de in December l.l. bij middelbaren rivierstand gedane peilingen voorkomen.

Ofschoon de peilraaijen niet overeenstemmen met die waarin door den Gemeente-Architect VAN DER KEMP wordt gepeild, zoo kunnen ze toch ter beoordeeling van het rivierbed dienstig zijn.

De verzakking is door arceringen aangewezen, en de hoogte van den veerweg boven A. P. is aan den kop en bij de vereeniging van het hooge en lage gedeelte aangegeven.

OVER DEN WEDERSTAND

VAN DE

HORIZONTALE KOPPELING

DER

TRALIELIGGERS BIJ SPOORWEGBRUGGEN

TEGEN

ZIJDELINGSCHE UITBUIGING.

DOOR

I. P. DELPRAT.

Bij het toenemende aantal spoorwegbruggen met groote openingen overspannen door gesmeed ijzeren liggers, wordt het meer en meer noodzakelijk de afmetingen der verschillende deelen dier bruggen in juiste overeenstemming te brengen met den wederstand, dien zij aan de daarop werkende krachten te bieden hebben. Het berekenen der spanningen of drukkingen, door de verschillende deelen der brugliggers te dragen, bij bepaalde onderstellingen omtrent de grootte der lasten die op de bruggen werken, heeft geen bijzondere moeijelijkheid en geschiedt door de toepassing van de bekende regels der statica; daarbij wordt dan aangenomen, dat elke ligger alleen door krachten, in een vertikaal vlak begrepen, is aangedaan. Bij groote openingen evenwel wordt de hoogte der liggers, in vergelijking van hunne horizontale dwarsafmetingen, zeer groot, en er

kan bij het ontstaan van horizontale krachten buiten het vlak van den ligger, zijdelingsche uitbuiging plaats hebben, die zelfs het kantelen van den ligger kan veroorzaken. Van daar de noodzakelijkheid om de liggers bestand te maken tegen de werking van zijdelings werkende krachten, zoo als hevige winddrukking of overdwarsche werking der stoomwagens. Men tracht dit doel te bereiken door de liggers aan elkander te koppelen met horizontale en hellende staven, die de twee of meer evenwijdige liggers, die de eigenlijke bruggenbaan dragen, tot een geheel verbinden. Omtrent de krachten, die bij dergelijke koppeling in werking komen en waaruit de afmetingen der koppelstaven zijn af te leiden, vindt men in de geschriften omtrent den bouw van ijzeren bruggen weinige opgaven; het volgende behelst eenige beschouwingen omtrent dit onderwerp, die eenigermate tot handleiding bij de bepaling van den wederstand der koppelingen dienen kunnen.

Wij zullen hier alleen behandelen de zoogenoemde tralieliggers, als het meest bij groote brugopeningen in gebruik; terwijl overigens de toepassing op liggers van andere zamenstelling geen bijzondere moeijelijkheden oplevert.

De tralieliggers bestaan hoofdzakelijk uit eenen bovenrand A A_n (Fig. 1), en uit een daaraan evenwijdigen benedenrand B B_n, aan elkander verbonden door een stelsel van schuine of ook wel loodregte traliestaven, die het tot elkander naderen van de randen beletten. Gewoonlijk wordt het bruggendek gedragen door twee of meer evenwijdige liggers; daartoe worden de overeenkomstige punten B, B_0, B_1 enz. der liggers door dwarsliggers verbonden en daarop het eigenlijke bruggendek aangebragt. Somtijds worden de dwarsliggers tusschen de punten A, A_1 enz. van den bovenrand aangebragt en stelt men daarop het bruggendek, terwijl ook wel de dwarsliggers op eene bepaalde hoogte

tusschen de beide randen aan de traliestaven verbonden worden. Eenvoudigheidshalve zullen wij hier het bruggendek ter hoogte van den onderrand aannemen en alzoo de dwarsliggers in de punten B, B_0, B_1 enz. aangebragt onderstellen.

Wordt de ligger A A_n B_n B in de eindpunten B en B_n door vaste steunpunten gedragen, dan heeft de ligger, behalve zijn eigen gewigt, in de punten B, B_0, B_1 enz., nog te dragen een deel van het gewigt der dwarsliggers, van het bruggendek en van den last die tijdelijk op de brug is aangebragt, al hetwelk is gelijk te stellen aan de werking van vertikale krachten aangebragt in de punten B, B_0, B_1 enz. De wederstand of terugwerking der steunpunten in B en B_n wordt blijkbaar gevonden door de resultanten der krachten in B, B_0, B_1 enz., in twee evenwijdige krachten, door B en B_n gerigt, te ontbinden. Door dan verder de krachten uit B in A overgebragt te ontbinden, volgens A B_0 en A A_1 vindt men de spanning langs A B_0 en de drukking langs A A_1. In B_0 werkt nog eene vertikale kracht die met de spanning langs A B_0 te ontbinden is langs B_0 A_1 en B_0 B_1; op die wijze voortgaande bepaalt men de krachten langs al de opvolgende deelen der randen en langs de traliestaven. Het blijkt daarbij duidelijk, dat de deelen B B_0, B_0 B_1 enz. van den onderrand uitgerekt en de deelen A A_1, A_1 A_2 enz. van den bovenrand zamengedrukt worden; terwijl, bij afwisseling, beurtelings de traliestaven A B_0, B_0 A_1 enz. uitrekkende of zamendrukkende krachten te dragen hebben.

Deze ontbindingen en zamenstellingen van krachten gelden echter alleen voor zoo ver al de deelen van den ligger in een zelfde vertikaal vlak gelegen zijn, doch indien de tralieligger zijdelings uitgebogen wordt of van gedaante verandert, zoodat de horizontale projectie van den bovenrand A A_n geen regte lijn maar eene gebrokene B A'_1 A'_2

enz. voorstelt en de onderrand $B B_n$ eveneens eene gebrokene lijn $B B' B'_1$ enz. vormt en dienvolgens de driehoeken $A B_0 A_1$, $A_1 B_1 A_2$ enz. zich volgens $B A'_1$, $A'_1 A'_2$ enz. projecteren in vertikale vlakken, dan kan de ontbinding en zamenstelling der krachten langs de verschillende deelen $A B_0$, $A A_1$, $B_0 A_1$ enz. niet meer op dezelfde wijze plaats hebben als in geval al die deelen in een zelfde vertikaal vlak begrepen waren.

Stellende de drukkende krachten langs de deelen $A A_1$, $A_1 A_2$, ... $A_{m-1} A_m$ enz. voor door $D_1, D_2, \ldots D_m$ enz., de trekkende krachten langs $B B_0$, $B_0 B_1$ ... $B_{m-1} B_m$ enz. door $S_0, S_1, \ldots S_m$ enz., de trekkende krachten langs $A B_0$, $A_1 B_1$, ... $A_m B_m$ enz. door $U_1, U_2 \ldots U_m$ enz. en de drukkende krachten langs $B_0 B_1$, $B_1 A_2$ .. $B_{m-1} B_m$ enz. door $V_1, V_2 \ldots V_m$ enz., dan zullen de ontbindingen en zamenstellingen dier krachten bij het ontstaan der uitbuiging in de figuur aangewezen de volgende wijzigingen ondergaan. De horizontale kracht D_m in eenig willekeurig deel $A_{m-1} A_m$ van den bovenrand kan niet meer gerekend worden langs het deel $A_m A_{m+1}$ te werken, dewijl de zijden $A_{m-1} A_m$ en $A_m A_{m+1}$ niet meer in elkanders verlengde vallen, maar volgens $A'_{m-1} A'_m$ en $A'_m A'_{m+1}$ geprojecteerd worden. Men moet nu de kracht D_m langs $A'_{m-1} A'_m$, ontbinden volgens $A'_m A'_{m+1}$ en volgens eene andere rigting bijv. loodregt op de oorspronkelijke rigting $A A_n$ van den rand. Er ontstaat dan eene kracht buiten het vlak van den driehoek $A_{m-1} B_{m-1} A_m$, die, zal het evenwigt bewaard blijven, door eene uitwendige kracht in tegengestelde rigting moet worden opgeheven; althans zoo lang men de deelen van den ligger, zoo als $A_{m-1} A_m$, $A_{m-1} B_{m-1}$ enz. slechts volgens hunne lengte getrokken of gedrukt wil hebben, zoodat de wederstand in de punten A_{m-1}, B_{m-1} enz. enkel als die van scharnier-verbindingen wordt in rekening gebragt. Verder

zal eveneens de kracht V_m langs $B_{m-1}\,A_m$ niet meer in het vlak der deelen $A_m\,A_{m+1}$, $A_m\,B_m$ enz. werken: ontbindt men V_m in A_m in vertikale en horizontale rigting, dan valt de horizontale kracht op het verlengde van $A'_{m-1}\,A'_m$ buiten dat vlak en kan daar eveneens volgens $A'_m\,A'_{m+1}$ en volgens eene andere rigting bijv. ook loodregt op de oorspronkelijke rigting van den rand worden ontbonden. Deze laatste kracht moet dan wederom door eene uitwendig aangebragte kracht in tegengestelde rigting in evenwigt gehouden worden. De vertikale kracht uit V_m is verder langs $A_m\,A_{m+1}$ en $A_m\,B_m$ op de gewone wijze te ontbinden. De krachten langs $A_m\,A_{m+1}$ en $A_m\,B_m$, op die wijze verkregen, zullen kleiner zijn dan bij eenen ongebogenen ligger, en alzoo zullen ook de krachten in de overige deelen alle iets kleiner zijn dan bij den niet uitgebogenen ligger. Daar wij hier de zijdelingsche uitbuiging zeer klein onderstellen, zullen de hoeken tusschen het verlengde der zijden $A_{m-1}\,A_m$ met de daaraansluitende, welke hoeken wij algemeen door ε_m zullen aanwijzen, ook zeer klein blijven. De spanningen en drukkingen langs de deelen van den uitgebogenen ligger zullen dan zeer nabij dezelfde, doch iets kleiner zijn dan die van den niet uitgebogenen ligger. Daarentegen zullen er ten gevolge der uitbuiging horizontale krachten ontstaan, die den bovenrand meer en meer zullen uitbuigen, indien zij niet worden tegengewerkt, ook al zijn de oorspronkelijke krachten, die den ligger hebben doorgebogen, verdwenen.

Bij de deelen $B_{m-1}\,B_m$ enz. van den onderrand waarin de trekkende krachten S_m enz. werken, kan men door dezelfde redenering als hiervoren, het ontstaan van uitwendige krachten buiten het vlak van den ligger aanwijzen; doch dewijl daar de horizontale spanningen S_m enz. in tegengestelde rigting werken, verkrijgen de horizontale krach-

ten buiten het vlak der driehoeken $B_{m-1}\,A_m\,A_m$ enz. in B'_m, B'_{m+1} enz. eene tegengestelde rigting van die in A'_m, A'_{m+1} enz., zoodat, terwijl de uitwendige krachten in den bovenrand de doorbuiging doen toenemen, die in den onderrand de oorspronkelijke rigting trachten te herstellen, en dus ook werkelijk den rand in het oorspronkelijke vlak terugbrengen als de uitbuigende krachten ophouden of verdwijnen. Wij bepalen ons daarom alleen bij de berekening van den wederstand in den bovenrand, wiens doorbuiging alleen gevaarlijke gevolgen kan hebben.

Laat in Fig. 2 $A\,A_n$ en $A'\,A'_n$ de horizontale projectiën van twee evenwijdige brugliggers voorstellen, in de punten $A, a_1, a_2 \ldots A', a'_1, a'_2$ enz. verbonden door dwars-koppelingen of staven $A\,A_1, a_1\,a'_1$ enz., waarbij, zooals gewoonlijk, zoowel in den boven- als in den benedenrand schuine koppelingen of staven $A\,a'_1, A'\,a_1$ enz. gevoegd worden. Is nu dit zamenstel op eene of andere wijze in den doorgebogenen stand $A\,A'\,A'_p\,A'_n\,A_n$ gebragt, dan ontstaan er in de punten a_1, a'_1, a_2, a'_2 enz. uitwendige horizontale krachten q_1, q_2 enz., die wij algemeen door den naam van normale krachten zullen aanwijzen. Volgens het hiervoren ontwikkelde, de normale krachten loodregt op de oorspronkelijke rigting van den rand aannemende, zullen zij in eenig punt A_m of A'_m door $(D_m + V_m\,Cos\,\alpha)\,\varepsilon_m$ worden voorgesteld, *hoek* $\alpha = B_0\,A\,A_1$ (Fig. 1) zijnde. Voor de kracht D_{m+1} heeft men $D_m + 2\,V_m\,Cos\,\alpha$ in den ongebogen toestand, en alzoo $D_m + V_m\,Cos\,\alpha = \frac{1}{2}\,(D_m + D_{m+1})$ en derhalve

$$q_m = \tfrac{1}{2}\,(D_m + D_{m+1})\,\varepsilon_m \ldots\ldots\ldots (1).$$

De krachten D_m nemen toe van de einden A en A_n naar het midden gaande, en zijn het grootst daar waar het moment der vertikale uitwendige krachten die op den vertikalen ligger werken, zijn maximum bereikt, zoo-

dat de coëfficiënten der hoeken ε_m in dezelfde mate toenemen.

Zijn de einden A en A_n (Fig. 2) van den bovenrand ten gevolge van hunne verbinding met de einden van den onderrand, behoorlijk in horizontale rigting ondersteund tegen de zijdelingsche werking der normale krachten q, dan kan men de beide aaneengekoppelde bovenranden beschouwen als eenen horizontalen tralieligger aan beide einden gesteund en in de punten $a_1, a_2 \ldots a'_1, a'_2 \ldots$ enz. aangedaan door evenwijdige krachten q_1, q_2, q_3 enz. loodregt op de zijde $A A_n$. Daarbij komt dan het gewigt der deelen niet in aanmerking; ook zijn de krachten q niet standvastig zoo als bij vertikale liggers, maar afhankelijk van de grootte der horizontale doorbuiging.

De koppeling tusschen de beide bovenranden $A A_n$, $A' A'_n$ biedt tegenstand aan de uitbuiging en tracht die randen in hunnen oorspronkelijken stand terug te brengen. Die tegenstand wordt grooter naarmate de uitrekking of verkorting of algemeen de vormverandering der koppeling toeneemt; zoo lang die vormveranderingen zeer klein blijven, zullen zij, bijv. in eenigen regthoek $A_m A'_{m+1}$, evenredig blijven aan den tegenstand dier koppeling, en zal deze dus toenemen evenredig met de grootte der doorbuiging. Hetzelfde zal plaats hebben met de normale krachten q door de doorbuiging ontstaande, zoo lang de hoeken ε zeer klein blijven. Is dus voor zekere kleine zijdelingsche uitbuiging de wederstand der koppeling in evenwigt met de normale kracht q door die buiging ontstaan, dan blijft dit evenwigt bestaan, al wordt de uitbuiging, mits zekere grenzen niet te boven gaande, grooter of kleiner. De eens uitgebogen rand zal dan, al werken de krachten die oorspronkelijk doorbuiging voortbragten, niet meer, uit zich zelf niet tot den oorspronkelijken stand terug keeren, maar den eens verkregenen stand behouden; doch de rand zal zijnen

oorspronkelijkan stand hernemen als de tegenstand der koppeling bij eenige bepaalde uitbuiging grooter is dan de overeenkomstige normale kracht q.

Hier heeft dus hetzelfde plaats als bij de doorbuiging van eene veerkrachtige staaf die volgens hare lengte gedrukt wordt: gaat daar de zamendrukkende kracht zekere grens niet te boven, dan blijft de staaf ongebogen, en, vooraf een weinig doorgebogen zijnde, herstelt zij zich onder de werking der zamendrukkende kracht; overschrijdt echter deze eene zekere grens, dan buigt de staaf verder door.

Ontstaat de zijdelingsche doorbuiging der randen ten gevolge van uitwendige blijvende krachten, dan moet de koppeling, niet alleen de normale krachten q maar ook de blijvende krachten in evenwigt houden. Deze laatste echter veranderen in het algemeen niet als de doorbuiging af- of toeneemt, doch de normale krachten q evenals de tegenstand der koppeling doen dit wel; is dus die tegenstand in evenwigt met de normale krachten q en de blijvende uitwendige krachten, dan zal de tegenstand der koppeling bij toeneming der doorbuiging, mits altijd zeer klein blijvende, de overhand verkrijgen, dewijl die tegenstand evenredig toeneemt met de doorbuiging, en slechts een gedeelte der uitbuigende krachten evenredig grooter wordt. Bij het verminderen der doorbuiging heeft het omgekeerde plaats: de tegenstand der koppeling neemt dan in grooter mate af dan de som der normale kracht q met de blijvende uitbuigende kracht; bestaat er dus, bij eene bepaalde doorbuiging, evenwigt tusschen de koppeling, de blijvende doorbuigende kracht en de normale kracht q, dan zal, zoowel bij het vergrooten als bij het verkleinen der doorbuiging, de oorspronkelijke toestand zich trachten te herstellen; er heeft dan een blijvend evenwigt plaats.

Daarentegen zullen blijvende doorbuigende krachten ook

altijd eenige doorbuiging doen ontstaan, omdat de koppeling eerst dan tegenstand biedt wanneer er eenige vormverandering heeft plaats gegrepen.

Zullen de randen hunne oorspronkelijke rigting hernemen bij het ophouden van de uitwendige krachten, dan moet in elk punt A_m, A_{m+1} enz. de tegenstand der koppeling de werking der normale krachten overtreffen. Ten einde nu te beoordeelen of voor eene bepaalde zijdelingsche uitbuiging van twee evenwijdig aan elkander gekoppelde vertikale liggers de daardoor ontstane terugwerking of wederstand der koppelstaven, de normale krachten q, al dan niet kan overwinnen, zal men na te gaan hebben welke lengteverandering de koppelstaven bij eene bepaalde uitbuiging ondergaan.

Gesteld eenige regthoek $a_m a'_{m+1}$ van Fig. 2 wordt in Fig. 3 door A B C D voorgesteld en ten gevolge der zijdelingsche uitbuiging in een parallellogram A' B' C' D' veranderd, waarbij de zijden hare lengte behouden, doch waarbij de hoek D A B verandert in D' A' B' $= \varphi$, dan is de afwijking of hoek a' A' B' $= \Delta\varphi$ tusschen dien hoek en den regten hoek D A B als eene zeer kleine aangroeijing te beschouwen, waarvan de hoogere magten tegen de lagere mogen verwaarloosd worden. Is nu A B $= a$, A D $= b$, A C $= d$ en de aangroeijing van A C of A' C'—A C $= \Delta d$, dan is volgens bekende regels

$$\Delta d = \frac{a\,b}{d}\,\Delta\varphi \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

De hoek $\Delta\varphi$ is die van de zijde A' B' met de oorspronkelijke rigting dier zijde; als men dus in Fig. 2 de zijden $a_m a_{m+1}$ enz. als oneindig klein aanneemt, is hij gelijk aan den hoek der raaklijn in A_m met de oorspronkelijke rigting A A_n van den ligger. Deze hoek is altijd grooter dan de hoek ε_m tusschen de twee achtereenvolgende zijden

$A_{m-1}A_m$ en $A_m A_{m+1}$, die men als de aangroeijing van den hoek $\Delta\varphi$ kan beschouwen, zoodat, altijd de zijden $A_m A_{m+1}$ enz. als zeer klein aannemende, men zou kunnen stellen:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial y}{\partial x} \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

en

$$\varepsilon = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\,\partial x; \ldots\ldots\ldots (4),$$

de abscissen evenwijdig aan AA_n stellende.

Dewijl de wederstand der koppeling evenredig is aan de aangroeijing $\Delta\varphi$ en de normale krachten evenredig zijn aan den hoek ε kleiner dan $\Delta\varphi$, zal het nadeeligste geval ontstaan bij het geval van $\varepsilon = \Delta\varphi$. Dit zou kunnen plaats hebben in het bijzondere geval, waarbij de koppeling der randen in een enkel punt M (Fig. 4) niet in staat was de normale kracht q aldaar te overwinnen, maar wel in al de overige deelen, zoodat de bovenranden de gedaante $ALMNA_n$ aannamen. In dat geval zal zelfs de hoek $NMm = \varepsilon$ in M den hoek $\Delta\varphi$ overtreffen, zijnde de hoek tusschen het verlengde van LM met MN gelijk aan $2\,\Delta\varphi$, als hoek $NLM = \Delta\varphi$ is, maar er werken dan ook twee koppelstaven LM′ en NM′ door hare uitrekking op het punt M′.

Dezelfde omstandigheid zou plaats grijpen ingeval de doorbuiging plaats had volgens de twee regte lijnen AR, RA_n (Fig. 5). De hoeken ε in R en R′ zouden dan gelijk aan $2\,\Delta\varphi$ zijn, doch in al de overige punten PQ enz. zijn dan de hoeken ε gelijk nul, terwijl daarentegen in die punten de hoeken $\Delta\varphi$ blijven bestaan; in al die punten brengt dan de terugwerking der koppeling de randen in hunnen oorspronkelijken stand terug, behalve in het

punt R, of algemeen in al die punten alwaar de terugwerkende kracht de normale kracht q niet kan overwinnen.

De koppelstaven kunnen slechts eene bepaalde verlenging $\triangle d$ ondergaan zonder dat hare veerkracht benadeeld wordt: mag bijv. die uitrekking niet minder dan de waarde $\frac{\alpha}{\lambda}$ der lengte bedragen, dan is voor $\frac{\triangle d}{d} = \frac{\alpha}{\lambda}$ de grens der uitrekking bereikt, en alzoo mag dan de hoek $\triangle \varphi$ de grens

$$\triangle \varphi = \frac{d \triangle d}{a b} = \frac{d^2}{a b} \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots (5).$$

niet overtreffen. Voor $a = b$ is $d^2 = 2 a^2$ en alzoo

$$\triangle \varphi = 2 \frac{\alpha}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Bij ijzeren staven neemt men veelal $\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{1}{3000}$, alsdan is

$$\triangle \varphi = 0{,}00067 \text{ of } \triangle \varphi = 15'' \text{ ongeveer.}$$

Het blijkt hieruit hoe uiterst klein de hoeken $\triangle \varphi$, en dienvolgens ook de hoeken ε, zullen zijn. Met de hier aangenomene waarde van de uitrekking $\frac{\alpha}{\lambda}$ ondergaat de staaf eene spanning van ongeveer 6 Ned. ponden op de vierkante streep.

Heeft de doorbuiging volgens de regte lijnen A R, R A_n plaats en is R in het midden van den ligger of der brugopening, dan zal de grootte rR der doorbuiging zijn A$r \times \triangle \varphi$, en dus bijv. voor eene opening van 100 el ongeveer 0,0335 el bedragen.

Vormt de doorgebogene ligger geen gebrokene lijn, maar eene veelhoekige of gebogene lijn, dan zou evenwel

de lijn AR, alwaar hoek $rAR = \Delta\varphi$ is, die kromme in A moeten aanraken, of geheel buiten die kromme blijven, zoodat alsdan de doorbuiging voorzeker nog minder dan $rR = Ar \times \Delta\varphi$ of, bij eene opening van 100 el, nog minder dan 0,0335 el zou bedragen. Eene parabool bijv. die AR en RA_n tot raaklijnen in A en A_n zou hebben, snijdt rR in het midden door, de doorbuiging zou dan slechts ongeveer 0,017 el mogen bedragen.

Het bepalen der dwarsafmetingen van de koppelstaven bij eene zijdelingsche uitbuiging der randen, zoo als in Fig. 2 is voorgesteld, vereischt de kennis der normale krachten in de punten A_1, A_2, A'_1, A'_2 enz; behalve dus de kennis der krachten D_1, D_2 enz. langs de verschillende deelen van den rand, moet ook de gedaante der uitbuiging bekend zijn, om daaruit de waarde der hoeken ε_1, ε_2 enz. in A_1, A_2 enz. te kunnen vinden. Die gedaante kan zeer verschillend zijn: niet alleen zou men daarvoor zoo als in Fig. 4 een of meer regte lijnen kunnen nemen, maar ook kan de doorbuiging meer zamengestelden vorm hebben, bijv. eene slingerende lijn. Het nadeeligste geval zal zijn dat in Fig 6 voorgesteld, alwaar overal de hoeken ε het dubbel der hoeken $\Delta\varphi$ bedragen. In elk punt A_m, alwaar de drukkingen D_m en D_{m+1} volgens A_{m-1} A_m A_{m+1} werken, zou dan de kracht q_m zijn

$$q_m = \tfrac{1}{2}(D_m + D_{m+1})\,\varepsilon_m = (D_m + D_{m+1})\,\Delta q \ldots (7).$$

Dewijl nu de grens voor $\Delta\varphi$ bij gesmeed ijzer bedraagt 0,00067, zoo blijkt hieruit, dat ook nu nog de krachten q zeer klein blijven in vergelijking der krachten D_m die in de randen werken. De hoek $\varepsilon = 2\,\Delta\varphi$ is daarbij nagenoeg 30 secunden en dus meestal geheel onmerkbaar.

Het zal voorzigtig zijn, bij het bepalen der afmetingen der schuine koppelstaven, alleen op den wederstand tegen

de uitrekking te letten en den wederstand der schuine staven, die verkort of ineengedrukt worden, buiten rekening te laten. Zoodat bijv. voor eene doorbuiging, zoo als in Fig. 2, alleen de wederstand der staven $A A'_1$, $A_1 A'_2$ enz. in rekening komt, maar niet die der staven $A' A_1$, $A'_1 A_2$ enz., omdat veeltijds de zwakke afmetingen dier staven, in vergelijking harer lengte, zijdelingsche uitbuiging toelaten, waardoor haar wederstand zeer weinig invloed heeft. De loodregte koppeling $A_1 A'_1$, $A_2 A'_2$ enz. daarentegen is om andere redenen altijd sterker en dus beter tot het wederstaan van drukkingen in te rigten. Het is dus verkieslijk bij eene doorbuiging, zoo als in Fig. 2, alleen de staven $A A'_1$, $A_1 A'_2$ enz. in rekening te brengen, en bij eene doorbuiging in tegengestelde rigting de staven $A' A_1$, $A_2 A'_1$ enz.

Beschouwen wij nu het nadeeligste geval, alwaar de normale krachten q hare grootste waarde verkrijgen, alsdan heeft de horizontale projectie der doorgebogene randen de gedaante van Fig. 6, waarbij evenwel de zijden A_{m-1} A_m enz. bijna onmerkbaar van de oorspronkelijke rigting afwijken. In elk der punten A_m, A'_m werken dan twee even groote krachten q_m, ieder gelijk aan $(D_m + D_{m+1}) \Delta \varphi$ in de rigting $A'_m A_m$. In de punten A_{m+1}, A'_{m+1} werken krachten $q_{m+1} = (D_{m+1} + D_{m+2}) \Delta \varphi$ in tegengestelde rigting, en alzoo zullen bij afwisseling telkens de normale krachten van rigting veranderen. Waren nu al de krachten q even groot en het getal aangrijpingspunten even, dan zou de som van al de normale krachten q gelijk nul zijn.

In de werkelijkheid zijn de normale krachten niet even groot, bij eenen gelijkmatig belasten ligger nemen de drukkingen D_m uit de steunpunten naar het midden toe. De rigting $A A'$ als die der positieve krachten nemende, zoo is de som der krachten in:

$$A_1, A_1' \qquad 2q_1 = 2(D_1 + D_2)\,\Delta\varphi,$$

$$A_2, A'_2 \qquad 2q_2 = -\,2(D_2 + D_3)\,\Delta\varphi,$$

$$A_3, A'_3 \qquad 2q_3 = 2(D_3 + D_4)\,\Delta\varphi,$$

$$A_{n-1}, A'_{n-1} \quad 2q_{n-1} = \pm\,2(D_{n-1} + D_n)\,\Delta\varphi;$$

waarvan de som is $2(D_1 \pm D_n)\,\Delta\varphi$, geldende het benedenste teeken voor n oneven en het bovenste voor n even. Nu is bij eenen gelijkmatig belasten ligger blijkbaar $D_1 = D_n$, alzoo voor eene onevene waarde van n of voor een oneven aantal velden $A\,A'_1$ is de som der normale krachten gelijk nul, en voor een even aantal, gelijk aan $4\,D_1\,\Delta\varphi$. Deze laatste resultante, blijkbaar in het midden van den ligger werkende, ontbonden in twee even groote horizontale krachten door de punten A en A_n gerigt, geeft in elk dier punten eene kracht $2\,D_1\,\Delta\varphi$.

De spanning langs de schuine koppelstaven wordt nu gemakkelijk gevonden. Nemen wij in de eerste plaats n even, of het geval waarin de drukking uit de resultante der normale krachten in ieder der punten A_1 A_n wordt $2\,D_1\,\Delta\varphi$. De kracht in A ontbonden volgens $A\,A_1$ en $A\,A'_1$ geeft volgens deze laatste rigting $2\,D_1$ *Cosec* $\beta\,\Delta\varphi$, als β den hoek der schuine koppelstaven met de randen voorstelt; deze kracht weder ontbonden volgens A'_1 A' en $A'_1 A_2$ geeft volgens deze laatste rigting $2\,D_1$ *Cosec* $\beta\,\Delta\varphi$; maar de kracht $2q_1 = 2(D_1 + D_2)\,\Delta\varphi$ uit A_1 en A'_1 vereenigd in A'_1, eveneens ontbonden volgens A'_1 A'_2 en $A'_1 A_2$, geeft volgens deze laatste rigting $2q_1$ *Cosec* $\beta = 2(D_1 + D_2)$ *Cosec* $\beta\,\Delta\varphi$ in tegengestelde rigting van de zoo even gevondene; zoodat ten slotte in de rigting $A'_1 A_2$ op de tweede koppelstaaf overgebragt wordt de spannende of uitrekkende kracht

$$2(D_1 + D_2)\,\textit{Cosec}\,\beta\,\Delta\varphi - 2\,D_1\,\textit{Cosec}\,\beta\,\Delta\varphi = 2D_2\,\textit{Cosec}\,\beta\,\Delta\varphi.$$

Deze kracht overgebragt in A_2 en ontbonden volgens $A_2\ A'_3$ en $A_2\ A_1$ geeft langs eerstgenoemde rigting $2\,D_2\ Cosec\ \beta\ \Delta\ \varphi$; maar de kracht $q_2 = 2\,(D_2 + D_3)\ \Delta\ \varphi$ langs diezelfde rigting ontbonden en langs $A_2\ A_1$ geeft langs de schuine koppelstaaf in tegengestelde rigting der voorgaande kracht $2\,(D_2 + D_3)\ Cosec\ \beta\ \Delta\ \varphi$, zoodat er weder ten slotte langs de koppelstaaf $A_2\ A'_3$ overblijft de spanning $2\,D_3\ Cosec\ \beta\ \Delta\ \varphi$. Het zal niet moeijelijk zijn in te zien, dat op deze wijze voortgaande in het algemeen de spanning $T_1, T_2 \ldots . T_m$ der schuine koppelstaven gevonden wordt door de formule

$$T_m = 2\,D_m\ Cosec\ \beta\ \Delta\ \varphi. \ldots\ldots\ldots (8).$$

Voor het geval van een oneven aantal velden, alwaar dus als de eerste koppelstaaf van A naar A_1' gerigt is en de laatste van A'_{n-1} naar A_n loopt, is de som der drukkingen in A en A'_n gelijk nul, en werken de drukkingen in die punten, ieder gelijk aan $2\,D_1\ \Delta\ \varphi$, in tegengestelde rigting. Dezelfde ontbinding en zamenstelling der krachten als hiervoren kan dan wederom gebruikt worden en geeft voor de spanning langs de schuine koppelstaven ook dezelfde formule (8). In beide gevallen worden de loodregte koppelingen $A'_1\ A'_1$, $A'_2\ A_2$ enz. gedrukt door de krachten q_1, q_2 enz., die uit A_1, A'_2, enz. naar A'_1, A_2 enz. worden overgebragt, alzoo is algemeen de drukking W_m langs die staven

$$W_m = q_m = (D_m + D_{m+1})\ \Delta\ \varphi. \ldots . (9).$$

Bij de ontbinding der krachten hier aangewezen, ontstaan er nog krachten langs de randen, die bij de reeds aanwezige drukkingen D behooren gevoegd te worden, doch wegens de zeer geringe waarde van $\Delta\ \varphi$ kan, zoo als reeds hiervoren is aangemerkt, die bijvoeging achterwege blijven.

Uit de formulen (8) en (9) blijkt, dat de spanningen in de horizontale koppeling toenemen van de einden af

tot daar waar de drukking in de randen het grootst is; welk punt, zoo als bekend is, den ligger in twee deelen verdeelt, zoodanig dat de belasting op elk deel gelijk wordt aan de drukking op het aangrenzend steunpunt. Geeft namelijk de totale belasting van eenen ligger A B (Fig. 7) in A eene drukking Q_1, dan is ook de terugwerking van het steunpunt gelijk aan die kracht en gerigt van beneden naar boven; is nu het punt P zoodanig gekozen, dat de belasting langs A P, hebbende zijn aangrijpingspunt in D, gelijk is aan Q_1, dan is het moment der krachten van A tot P ten opzigte van het punt P (A D $= c$ zijnde) $Q_1 x - (x-c) Q_1 = c Q_1$. Voor een punt p zeer nabij P, zijnde $Pp = \Delta x$, komt er, behalve de krachten Q_1 in A en D, nog eene kracht ΔP langs Pp, die men vereenigd mag aannemen in het midden van Δx of van Pp. Het moment der krachten ten opzigte van het punt p is dus $Q_1 (x + \Delta x) - Q_1 (x + \Delta x - c) - \frac{1}{2} \Delta x \Delta P = c Q_1 - \frac{1}{2} \Delta x \Delta P$. Voor eene negatieve aangroeijing $Pp' = -\Delta x$, wordt ook de aangroeijing ΔP negatief en heeft men dus voor het moment der krachten langs Ap' ten opzigte van p' eveneens $c Q_1 - \frac{1}{2} \Delta x \Delta P$; in beide gevallen minder dan $c Q_1$, het punt P geeft dus een maximum, en aldaar zal dan ook de drukking in den bovenrand en dus ook de spanning in de koppelstaven het grootst wezen. Terwijl dan in den vertikalen ligger de schuine traliestaven nabij de einden de grootste spanning of drukking ondergaan, heeft het omgekeerde plaats bij de horizontale koppeling; altijd in de hier aangenomene onderstelling van eene doorbuiging bij afwisseling naar de tegengestelde zijden in de punten A, A_1, A_2 enz., waarbij de werking der normale of uitbuigende krachten het grootst is.

De grootte der dwarsdoorsnede J_m van eene schuine koppelstaaf, die aan de spanning T_m kan wederstaan, is

onmiddellijk uit de formulen (8) en (9) op te maken. Zij E de modulus der veerkracht of wel $E \frac{\alpha}{\lambda} = k$, als k de spanning op de vierkante eenheid aanwijst, waarbij de staaf de uitrekking $\frac{\alpha}{\lambda}$ van hare lengte ondergaat, dan heeft men voor den wederstand der staaf bij eene uittrekking $\frac{\alpha}{\lambda}$, $J_m k = J_m E \frac{\alpha}{\lambda}$. Is de spanning T_m dan heeft men:

$$T_m = J_m k = \frac{\alpha}{\lambda} J_m E. \quad \ldots\ldots\ldots (10).$$

en volgens (8)

$$2 D_m \, Cosec \, \beta \, \Delta \varphi = \frac{\alpha}{\lambda} J_m E.$$

Maar nu is

$$\Delta \varphi = \frac{d \Delta d}{a b} = \frac{d^2}{a b} \frac{\alpha}{\lambda}$$

alzoo wegens $b = a \, Tang \, \beta$ en $d = a \, Sec \, \beta$,

$$\Delta \varphi = \frac{2}{Sin \, 2 \beta} \cdot \frac{\alpha}{\lambda},$$

en $$D_m = \tfrac{1}{2} \, Sin^2 \beta \, Cos \beta . E . J_m,$$

of $$J_m = \frac{2 D_m}{E \, Sin^2 \beta \, Cos \beta} \quad \ldots\ldots\ldots (11).$$

Voor $\beta = 45°$ wordt dit

$$J_m = 4 \frac{D_m}{E} \sqrt{2} = 4 \frac{D_m}{k} \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{2}. \ldots (12).$$

De grootte der dwarsdoorsnede van de koppelstaven, die uit deze formulen voortvloeit, is echter slechts voldoende

om bij de hier aangenomene doorbuiging in evenwigt te blijven met de normale krachten die ten gevolge der uitbuiging ontstaan; doch daarbij zou de doorgebogen rand zijnen oorspronkelijken vorm niet hernemen, daartoe moet de koppelstaaf eenige meerdere sterkte hebben. Het kan daarenboven gebeuren, dat de uitwendige krachten, waardoor de uitbuiging ontstaat, eenigen tijd blijven werken en dat alzoo de koppelstaven ook deze krachten moeten wederstaan.

De zijdelingsche uitbuiging bij liggers van spoorwegbruggen ontstaat hoofdzakelijk bij het overtrekken van wagentreinen: die treinen worden eigenlijk niet voortbewogen door eene bewegende kracht, gelegen in het vertikale vlak gaande door de as van het spoor, in welk vlak men kan aannemen dat het zwaartepunt van den te bewegenen last is gelegen; maar de beweging heeft plaats door de werking der stoomspanning op de krukarmen der drijfraderen van den stoomwagen ter zijde van dit vlak geplaatst. Beurtelings werken de krukarmen ter weerszijde van dit centrale vlak op het voortbewegen van den last, en terwijl de eene arm met zijn vol vermogen werkt, staat de andere in het zoogenoemde doode punt en oefent geen werking op de beweging uit; bij het overbrengen van de stoomkracht op den last ontstaat er dus een koppel van krachten, dat den stoomwagen beurtelings regts en links van het spoor tracht te bewegen. Het moment van dit koppel is bij eene regelmatige beweging gelijk aan het product uit de kracht waarmede de last of de wagentrein bewogen wordt met de halve spoorwijdte, omdat men zeer nabij den afstand tusschen de krukarmen ter weerszijde van den stoomwagen gelijk aan de spoorwijdte kan stellen. Dit koppel verandert gedurende de beweging van rigting en tracht alzoo den wagentrein eene slingerende beweging te geven, die door den wederstand der spoorstaven wordt belet. Deze

wederstand, overgebragt door de spoorstaven op het bruggendek en door dit op de dwarsliggers die het bruggendek dragen, wordt ten slotte op den tralieligger overgebragt en veroorzaakt aldaar de slingeringen of trillingen, die men bij het overtrekken der wagentreinen waarneemt.

Behalve deze hoofdoorzaak der zijdelingsche uitbuiging, kunnen ongelijkheden in de spoorbaan, minder juiste stelling der spoorstaven enz. aanleiding geven tot zijdelingsche botsingen en alzoo tot uitbuigingen, wier grootte moeijelijk te beoordeelen is. Hevige zijdelingsche wind kan ook dergelijke uitwijkingen en trillingen veroorzaken. Het is in het algemeen niet wel mogelijk de juiste uitwerking zelfs van gegevene zijdelings gerigte krachten op de doorbuiging der liggers te berekenen: die werking toch hangt af van de te bewegene massa, van de wijze waarop het bruggendek is ingerigt en van de verbindingswijze van dit dek met de dwarsliggers. De uitbuigende krachten werken ten eersten op den onderrand der liggers, indien de dwarsliggers waarop het bruggendek draagt aan dien onderrand verbonden zijn; van daar wordt de uitbuiging overgebragt op den bovenrand, die alzoo slechts een gedeelte van de uitbuigende krachten te wederstaan heeft, afhangende van de meer of mindere stijfheid der deelen in het vlak der benedenranden en van die, welke den bovenrand met den onderrand verbinden. Het is nu juist hoofdzakelijk de doorbuiging van den bovenrand, wier kennis het belangrijkst is, dewijl, zoo als hiervoren is aangemerkt, de onderrand van zelf zijnen oorspronkelijken stand na de doorbuiging tracht te hernemen, terwijl integendeel de doorbuiging in den bovenrand door de drukkende krachten in dien rand aanwezig wordt vergroot, hetgeen tot zeer nadeelige werking aanleiding kan geven. Uit dit oogpunt is het plaatsen van het bruggendek ter hoogte van den benedenrand voordeeliger dan ter hoogte van den bovenrand. Men kan

verder in het algemeen opmerken, dat, wanneer de zijdelings uitbuigende krachten nabij het midden der lengte op de brugliggers werken, de uitbuigingen het grootst zullen wezen, even als eene vertikale belasting, in het midden van eenen ligger aangebragt, eene grootere doorbuiging veroorzaakt dan in eenig ander punt.

De volgende beschouwingen kunnen eenigermate leiden in de beoordeeling der grootte van de krachten, die op de zijdelingsche uitwijkingen invloed hebben. Zij in fig. 2 E F de as der brug en J G de spoorwijdte, waarbij E G = E J is; neemt men nu aan, dat de assen der stoomcylinders in den stoomwagen ook den afstand J G hebben, dan zal bij de beweging, de stoomkracht beurtelings werken volgens de lijnen G H en J K, naarmate de krukstang in J K of G H het doode punt heeft bereikt. De te bewegene last oefent zijnen tegenstand uit in de lijn E F; werkt nu de stoomkracht S in het vertikale vlak door G H, dan kan men die kracht in het vertikale vlak E F overbrengen door het bijvoegen van een koppel E G $\times$ S. Zij E F de afstand tusschen de uiterste wielassen van den stoomwagen, dan kan men het koppel tot den arm E F herleiden en in zijn vlak draaijen tot dat zijne krachten loodregt op E F staan, het is dan dit koppel, gelijk aan E G $\times$ S, hetwelk op de zijdelingsche doorbuiging der liggers werkt; die werking zal dus toenemen met den afstand tusschen de stoomcylinders.

Wanneer een koppel werkt op het doorbuigen van eene veerkrachtige staaf aan beide einden ondersteund, dan is de drukking in elk steunpunt, A_1 B fig. 8, even groot, doch in tegengestelde rigting, en gelijk aan de krachten van het koppel herleid tot eenen arm gelijk aan den afstand der steunpunten. De doorgebogene staaf verkrijgt in het algemeen den vorm in de figuur aangewezen, de nadere bijzonderheden daaromtrent zijn uit de bekende regels

tot het bepalen van den vorm der veerkrachtige staven, doorgebogen door daarop werkende krachten, af te leiden: ergens tusschen de beide krachten ontstaat een buigpunt D, gelegen op eenen afstand d uit het midden C der staaf aangewezen door de vergelijking

$$d = \frac{l\,e}{l-p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

waarin l den afstand A B der steunpunten voorstelt, p den arm van het koppel en e den afstand tusschen het midden C der staaf en het midden van den arm des koppels. De wederstand van de staaf en hare doorbuiging zijn daarbij dezelfde alsof de kracht R van het koppel in E werkte op eene staaf in A en D ondersteund, of wel als eene even groote kracht in F op de staaf B D. De grootste doorbuigingen in de deelen A D en D B staan tot elkander als de derde magten der afstanden A D en D B. De wederstand en de doorbuigingen hangen dus niet alleen af van de grootte der koppels, maar ook van de grootte en stelling van hunnen arm.

Het koppel E G $\times$ S (Fig. 2), door de werking van den stoomwagen op den wagentrein voortgebragt en door de spoorstaven op de dwarsliggers overgebragt, kan men aannemen als op den onderrand te worden voortgeplant door de twee dwarsliggers, waarop of waartusschen zich de stoomwagen bevindt, en heeft alzoo tot arm den afstand tusschen minstens twee dwarsliggers, waarop de koppeling plaats heeft. Volgens het hiervoren aangemerkte werkt slechts een gedeelte van dit koppel op den bovenrand, daar de onderrand door zijne koppeling reeds een gedeelte daarvan in evenwigt houdt. Was het bruggendek aangebragt ter halver hoogte tusschen den boven- en benedenrand, dan zou men voor elk der randen de helft van het koppel in rekening kunnen brengen, doch voorzeker

minder op den bovenrand, als het bruggendek aan den benedenrand is vastgemaakt; en daarentegen meer dan de helft, indien het bruggendek aan den bovenrand is verbonden. Aannemende dat er op de doorbuiging van de beide bovenranden $A A_n$, $A' A'_n$ een koppel pR werkt kleiner dan $EG \times S$ door den stoomwagen geleverd, dan is het moment der buigende krachten gelijk aan $\frac{l - p - 2e}{2l} pR$; waarin l de lengte $A A_n$ van den ligger voorstelt en e den afstand van het midden des liggers tot het midden van den arm des koppels. Dit moment verkrijgt zijne grootste waarde voor $e = o$, of wel als het midden van het koppel overeenkomt met dat van den ligger, en is dan

$$\frac{l - p}{2l} pR.$$

Het buigpunt D valt dan juist in het midden G van den ligger.

Aannemende dat de werking van het koppel $EG \times S$ (Fig. 2) door den stoomwagen voortgebragt, geheel wordt opgenomen door twee opvolgende dwarsliggers A_m A'_m en A_{m+1} A'_{m+1}, zoodat de eene ligger naar de eene en de volgende naar de andere zijde uitbuigt en wel ten gevolge eener kracht $\frac{EG \times S}{A_m A_{m+1}} = \frac{EG \times S}{a}$, dan neemt men voorzeker het ongunstigste geval, omdat het koppel $EG \times S$ zoowel door den beneden- als door den bovenrand wordt gedragen en er ook meer dan twee dwarsliggers te gelijk worden aangedaan, dewijl de afstand der dwarsliggers kleiner is dan de afstand der uiterste wielassen van den stoomwagen. Stellende dan $EG = s$, zoo werkt er in A_m, behalve de normale kracht q_m, die het gevolg der uitbuiging is, nog eene kracht $\frac{sS}{a}$, alzoo eene totale kracht

$$q_m + \frac{s\,S}{a}.$$

Men zal dan hebben voor de som der spanningen langs $A_m\ A'_{m+1}$ door q_m en $\frac{s\,S}{a}$ voortgebragt, blijkens de formule (8)

$$\left(2\,D_m \triangle \varphi + \frac{s\,S}{a}\right) Cosec\,\beta.$$

Voor het evenwigt met den wederstand van de koppelstaaf heeft men uit (10)

$$\left(2\,D_m \triangle \varphi + \frac{s\,S}{a}\right) Cosec\,\beta = k\,J_m = J_m\,E\frac{\alpha}{\lambda};$$

en wegens

$$\triangle q = \frac{d^2}{a\,b}\cdot\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{\alpha}{\lambda}\cdot\frac{1}{Cos\,\beta\ Sin\,\beta}$$

$$J_m\,E\frac{\alpha}{\lambda} = J_m\,k = \frac{2\,D_m}{Cos\,\beta\ Sin^2\,\beta}\frac{\alpha}{\lambda} + \frac{s\,S}{a\,Sin\,\beta} \quad . \quad . \quad (14).$$

Door deze formule is men nu zeker, de dwarsafmetingen van de schuine koppelstaaf merkelijk zwaarder te nemen dan voor het evenwigt noodig is. Daarbij komt dan nog, dat er in de werkelijkheid meer dan één veld of lengte a van den rand in dezelfde rigting zal uitbuigen, ongeveer zoo als in Fig. 5 bij R is voorgesteld, waarbij dan in de aangrenzende punten P, Q geen normale krachten q ontstaan, terwijl evenwel aldaar de schuine koppelstaven worden uitgerekt; de daardoor voortgebragte spanningen werken dan nog mede om de randen in hunne oorspronkelijke rigting terug te brengen.

Eene andere werking, waardoor zijdelingsche uitbuigingen ontstaan kunnen, is die van eenen hevigen wind loodregt op de lengte van den ligger gerigt. Bij groote brugopeningen is de hoogte der tralieliggers aanzienlijk, sterke winden kunnen daarop zeer merkelijke drukkingen uitoefenen. De juiste grootte dier drukkingen is niet wel naauwkeurig te bepalen, eensdeels wegens de onzekerheid omtrent de drukking door den wind op de vierkante eenheid tegen een plat vlak uitgeoefend en ten anderen doordien de oppervlakte waartegen de wind bij de liggers werkt, openingen heeft, en men niet geregtigd is, enkel die openingen van de geheele oppervlakte af te trekken, doordien er in zulke gevallen onregelmatige stroomen ontstaan, wier werking niet wel te beoordeelen is.

De drukking van den wind op de vierkante eenheid van den tralieligger bekend stellende, dan kan men elken rand beschouwen als dragende de helft der totale drukking op het vlak van den ligger en alzoo de zamengekoppelde bovenranden als eenen horizontalen ligger die gelijkmatig belast is. Die ligger zal dan in het horizontale vlak worden doorgebogen, ongeveer zoo als in Fig. 2 is voorgesteld, doch met de grootste doorbuiging in het midden. In elk der punten a_1 a_2 enz. werken dan even groote drukkingen in de rigting $a_1 a'_1$, $a_2 a'_2$ enz., en er ontstaan in die punten ten gevolge der doorbuiging nog normale krachten q_1, q_2 enz. evenredig aan de drukkingen D_1, D_2 enz. langs de zijden $A a_1$, $a_1 a_2$ enz. en aan de hoeken ε_1, ε_2 enz. door de zijden $A A_1$, $A_1 A_2$ enz. gevormd. Deze laatste zijn echter bij eene doorbuiging, zoo als in Fig. 2 is voorgesteld, dat is, alwaar de rand eene enkele kromme lijn of veelhoek zonder inspringende hoeken, zoo als in Fig. 4, 5 en 6 vormt, uiterst gering, zoodat de normale krachten q in vergelijking van die door den wind veroorzaakt kunnen verwaarloosd worden, gelijk nader uit een

voorbeeld blijken zal. De regels en formulen voor vertikale tralieliggers, gelijkmatig over hunne lengte belast, zijn dus hier bij de berekening der horizontale koppeling van toepassing. Geeft men nu aan de schuine koppelstaven zulke dwarsafmetingen, dat zij tegelijkertijd aan de werking van den wind en aan die van de overtrekkende wagentreinen wederstand kunnen bieden, naar aanleiding der formule (14), dan zal de horizontale koppeling voorzeker voldoende afmetingen verkrijgen.

Als voorbeeld ter opheldering stellen wij ons voor de hoofdafmetingen der koppeling te bepalen voor eene traliebrug van 100 el opening uit twee evenwijdige liggers bestaande, waarvan in Fig. 9 van A tot A_3 de helft is voorgesteld. De onder- en bovenranden zijn vereenigd door vertikale en schuine staven gerigt onder eenen hoek van 45°. Nemende de hoogte A B van den ligger op 10 el, dan zijn er vijf vakken of velden $A B_1$, $B_1 A_2$ enz. in de halve lengte begrepen. Elk dier velden is wederom in twee gelijke deelen door de vertikale en schuine staven $A' B'$, $A' B'_1$ enz. verdeeld, terwijl in plaats van eene staaf volgens $A'' B'$ eene staaf $A B'$ is aangebragt, ten einde A B alleen volgens hare lengte en niet tevens in A'' nog zijdelings te belasten. In het midden bij $A_5 B_5$ zijn de schuine traliestaven $A'_4 B_5$ enz. doórgetrokken tot op de horizontale randen, dewijl dit zonder bezwaar kon plaats hebben. Den geheelen ligger kan men zich dus voorstellen als te zijn ontstaan door de op elkander plaatsing van twee gelijke afzonderlijke liggers in de figuur door letters met en zonder accenten onderscheiden. De randen vallen op elkander, terwijl de vertikale verbinding A B kan beschouwd worden als uit twee langs elkander vallende staven der beide liggers te bestaan.

Laat nu elke el lengte van den onderrand te dragen hebben 5000 pond, het eigen gewigt van den ligger en

brug daaronder begrepen *); of wel elk deel $BB' = B'_1 B'_1$ = 5 el 25000 pond, dan kan men in elk punt B', B_1 enz. eene belasting $p = 25000$ aannemen, terwijl het punt B, door het deel BB' nog met $\frac{1}{2}\ p$ of met 12500 pond belast wordt. De pijlers of steunpunten B en B_{10} aan de einden hebben dus een gewigt van $100 \times 5000 = 500\ 000$ pond te dragen en alzoo elk punt 250 000 pond $= 10\ p$, en daar het deel BB' onmiddellijk $\frac{1}{2}\ p$ op B overbrengt, zoo heeft de staaf AB slechts eene terugwerkende kracht $9{,}5\ p$ van het steunpunt te dragen.

Beschouwt men nu den ligger als uit twee afzonderlijke op elkander geplaatste liggers te bestaan, dan heeft de zamenstellende ligger $BAB_1 A_1 B_2$ enz. negen punten $B_1, B_2 \ldots B_9$ waarin gewigten $p = 25000$ pond werken; worden die gewigten nu in A en A_{10} gedragen, dan komt van het gewigt $9\ p$ de helft of $4{,}5\ p$ in A, terwijl de tien punten $B', B'_1 \ldots B'_9$, een gewigt $10\ p$ uitmakende, in elk der punten B en B_{10} eene belasting $5\ p$ overbrengen, zoodat er in B en B_{10} de totale belasting $9\ p$ wordt overgebragt, waarbij dan nog komt in B en B_{10} de belasting $\frac{1}{2}\ p$, aldaar onmiddellijk door de aangrenzende deelen BB' en $B'_{10} B_{10}$ geleverd.

De belasting $4{,}5\ p$ door den ligger $BAB_1 A_1$ enz. overgebragt, ontbonden langs AB_1 en AA_1 geeft voor de kracht U_1 langs AB_1 $U_1 = 4{,}5\ p\ Cosec\ \alpha$; die ontbinding langs de volgende schuine staven voortgezet, met inachtneming der gewigten p in B_1, B_2 enz. werkende,

*) In eene verhandeling van de H.H. SCHNEITTER en VAN DIESEN (*Verh. van het K. Instituut van Ingenieurs voor* 1862–63, bladz. 112) wordt als gewigt per strekkende el voor eene brugopening van 100 el opgegeven 7000 pond, het eigen gewigt daaronder begrepen, in de onderstelling dat de brug door ligte stoomwagens zal bereden worden; dit geeft voor elken ligger 3500 pond. Het hier genomen gewigt is dus eer te groot dan te klein.

geeft voor de spanningen U en drukkingen V langs de schuine en vertikale staven de reeksen:

$$U_1 = 4{,}5\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V_1 = 3{,}5\,p,$$
$$U_2 = 3{,}5\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V_2 = 2{,}5\,p,$$
$$U_3 = 2{,}5\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V_3 = 1{,}5\,p,$$
$$U_4 = 1{,}5\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V_4 = 0{,}5\,p,$$
$$U_5 = 0{,}5\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V_5 = 0.$$

Van het andere einde A_{10} aanvangende, zal men voor de kracht langs $A_6\,B_5$ eveneens vinden $0{,}5\,p\,Cosec\,\alpha$, welke met U_5 eene resultante in B_5 gelijk aan $2.0{,}5\,p = p$ geeft, en dus gelijk aan de belasting in dat punt werkende, zoodat langs $A_5\,B_5$ geen drukking of spanning ontstaat en alzoo $V_5 = 0$ wordt.

Op den ligger $B\,A\,B'\,A'\,B_1'$ enz. werkt in A de belasting $5\,p$, dit geeft, hoek $B_1\,A\,B = \alpha'$ stellende $U'_0 = 5\,p\,Cosec\,\alpha'$ en verder even als bij den voorgaanden ligger de reeks:

$$U'_0 = 5\,p\,Cosec\,\alpha', \qquad V'_0 = 4\,p,$$
$$U'_1 = 4\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V'_1 = 3\,p,$$
$$U'_2 = 3\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V'_2 = 2\,p,$$
$$U'_3 = 2\,p\,Cosec\,\alpha, \qquad V'_3 = p,$$
$$U'_4 = p\,Cosec\,\alpha, \qquad V'_4 = 0,$$
$$U'_5 = 0, \qquad V'_5 = -\,p.$$

De drukkende krachten D langs de deelen $A\,A'$, $A'\,A_1$ enz. in den bovenrand en de overeenkomstige spannende krachten S in den benedenrand worden dan:

$D_1 = 4{,}5p\,Cot\,\alpha + 5p\,Cot\,\alpha' = 7p\,Cot\,\alpha$, wegens $2\,Cot\,\alpha' = Cot\,\alpha$.

$D'_1 = D_1 + U'_1\,Cos\,\alpha = 7p\,Cot\,\alpha + 4p\,Cot\,\alpha = 11\,p\,Cot\,\alpha,$
$D_2 = D'_1 + U_2\,Cos\,\alpha = 11p\,Cot\,\alpha + 3{,}5p\,Cot\,\alpha = 14{,}5p\,Cot\,\alpha,$

$D'_2 = D_2 + U'_2 \, Cos\,\alpha = 14{,}5 p Cot\,\alpha + 3 p Cot\,\alpha = 17{,}5 p Cot\,\alpha,$

$D_3 = D'_2 + U_3 \, Cos\,\alpha = 17{,}5 p Cot\,\alpha + 2{,}5 p Cot\,\alpha = 20 p Cot\,\alpha,$

$D'_3 = D_3 + U'_3 \, Cos\,\alpha = 20 p Cot\,\alpha + 2 p Cot\,\alpha = 22 p Cot\,\alpha,$

$D_4 = D'_3 + U_3 \, Cos\,\alpha = 22 p Cot\,\alpha + 1{,}5 p Cot\,\alpha = 23{,}5 p Cot\,\alpha,$

$D'_4 = D_4 + U'_4 \, Cos\,\alpha = 23{,}5 p Cot\,\alpha + p Cot\,\alpha = 24{,}5 p Cot\,\alpha,$

$D_5 = D'_4 + U_5 \, Cos\,\alpha = 24{,}5 p Cot\,\alpha + 0{,}5 p Cot\,\alpha = 25 p Cot\,\alpha,$

$D'_5 = D_5 + U'_5 \, Cos\,\alpha = 25 \, p \, Cot\,\alpha.$

Alsmede

$S_1 = 0,$

$S'_1 = U'_0 \, Cos\,\alpha' = 5 \, p \, Cot\,\alpha' = 2{,}5 \, p \, Cot\,\alpha,$

$S_2 = S'_1 + U_1 \, Cos\,\alpha = 2{,}5 \, p \, Cot\,\alpha + 4{,}5 \, p \, Cot\,\alpha = 7 \, p Cot\,\alpha,$

$S'_2 = S_2 + U'_1 \, Cos\,\alpha = 7 \, p \, Cot\,\alpha + 4 p \, Cot\,\alpha = 11 \, p \, Cot\,\alpha,$

$S_3 = S'_2 + U_2 \, Cos\,\alpha = 11 p Cot\,\alpha + 3{,}5 p Cot\,\alpha = 14{,}5 p Cot\,\alpha,$

$S'_3 = S_3 + U'_2 \, Cos\,\alpha = 14{,}5 p Cot\,\alpha + 3 p Cot\,\alpha = 17{,}5 p Cot\,\alpha,$

$S_4 = S'_3 + U_3 \, Cos\,\alpha = 17{,}5 p Cot\,\alpha + 2{,}5 p \, Cot\,\alpha = 20 p Cot\,\alpha,$

$S'_4 = S_4 + U'_3 \, Cos\,\alpha = 20 \, p \, Cot\,\alpha + 2 \, p \, Cot\,\alpha = 22 \, p \, Cot\,\alpha,$

$S_5 = S'_4 + U_4 \, Cos\,\alpha = 22 p Cot\,\alpha + 1{,}5 p Cot\,\alpha = 23{,}5 p Cot\,\alpha,$

$S'_5 = S_5 + U'_4 \, Cos\,\alpha = 23{,}5 p Cot\,\alpha + p Cot\,\alpha = 24{,}5 \, p \, Cot\,\alpha.$

Voor de andere helft van den ligger vindt men blijkbaar overeenkomstige uitkomsten.

Uit deze berekeningen blijkt, dat de krachten V_5 en U'_5 alsmede de overeenkomstige in de andere helft gelijk nul zijn, en alzoo de deelen, waar langs die krachten werken, konden wegblijven; bij eene ongelijkmatige belasting komen zij echter in werking en kunnen daarom niet gemist worden, even als de traliestaven $B'_4 B'_5$, $B_4 A_5$ enz.

Indien men de deelen of afzonderlijke liggers door letters met en zonder accenten aangewezen, als een geheel

beschouwt, onverbrekelijk verbonden, dan is de verdeeling der drukking $9{,}5\,p$ in B in twee anderen, $4{,}5\,p$ en $4\,p$, op elk der liggers afzonderlijk niet volstrekt noodzakelijk; men kan eene andere verdeeling kiezen. Indien men bijv. de drukking $9{,}5\,p$ in twee gelijke deelen ieder van $4{,}75\,p$ voor elk der zamenstellende liggers verdeelt, dan zullen de krachten V_1 en V_1 tot U_5 en V_5 met $0{,}25\,p\,Cosec\,\alpha$ vermeerderen en de krachten U'_0, V'_0 tot U'_5, V'_5 met even zooveel verminderen. Zoodat men zal vinden $U_5 = 0{,}75 p Cosec\,\alpha$, $V_5 = +0{,}25p$ en $U'_5 = -0{,}25 p Cot\,\alpha$, $V'_5 = -0{,}75 p Cot\,\alpha$, duidende de negatieve teekens krachten in tegengestelde rigting aan; negatieve krachten V zijn dus spanningen en negatieve krachten U drukkingen. In het punt C_5 alwaar nu de staven $A'_4 B'_5$, $A'_5 B'_4$ en $A_5 B_5$ als met elkander verbonden moeten geacht worden, ontstaat dan door de kracht U'_5 en eene harer overeenkomstige uit de andere helft des liggers eene resultante $-0{,}5p$ en dus eene kracht gerigt van C_5 naar B_5, terwijl de kracht U_5 en hare overeenkomstige in B_5 eene resultante in tegengestelde rigting gelijk aan $1{,}50p$ geeft; daarvan afgetrokken de kracht p die in B_5 werkt in de rigting $C_5\ B_5$, blijft er voor de zamendrukkende kracht op het gedeelte $C_5\ B_5$, eene kracht $0{,}5\,p$; juist even groot en tegengesteld aan die in C_5. Terwijl dan bij de eerst aangenomene verdeeling der drukking in A_1 de staaf $A_5 B_5$ geheel kon gemist worden, zal hier dit het geval slechts met het gedeelte $A_5 C_5$ zijn. Ook de spanningen en drukkingen langs de randen zullen door de aangenomene verdeeling veranderingen ondergaan: zij verminderen en vermeerderen beurtelings met $\frac{1}{8}\,p\,Cot\,\alpha$. Het aldus te bepalen stelsel van krachten voldoet overigens even goed als het oorspronkelijke aan de voorwaarden van het evenwigt.

Het schijnt moeijelijk, de beide zamenstellende liggers als een geheel beschouwende, eene bepaalde reden aan te

wijzen, die deze of eenige andere verdeeling der drukking in A, langs de zijden A B de voorkeur kan doen verdienen. Elke verdeeling voldoet aan de voorwaarden voor het evenwigt, geeft aan de, ten opzigte van het midden A_5 B_3, symetriek geplaatste deelen even groote drukkingen en spanningen en is overeen te brengen met de uitrekkingen en verkortingen, welke de deelen van den ligger ten gevolge dier krachten ondergaan. De veranderingen in lengte dier deelen, het zij in positieve of negatieve rigting, blijven namelijk, zoo lang zij binnen de grenzen der veerkracht begrepen zijn, evenredig aan de krachten langs die deelen en omgekeerd evenredig aan den inhoud der dwarsdoorsneden. Stelt men nu die dwarsdoorsneden en de krachten langs elk deel als bekend, dan zijn ook de lengte-veranderingen dier deelen ten gevolge der aangenomene verdeeling als bekend te beschouwen en daaruit is nu altijd de gedaante van den doorgebogenen ligger af te leiden: want zij A B (Fig. 10) de lengte door A B Fig. 9 verkregen, $a a'$ die van A A' en zoo vervolgens met de overeenkomstige deelen, dan kan men met de gegevene lengten de driehoek A B b' construeren, vervolgens het punt a' uit de gegevene lengten A a', $b' a'$, het punt b_1 door de gegevene lengten $b' b_1$ en A b_1, het punt b'_1 uit de lengten b_1 b'_1 en $a' b'_1$ en zoo vervolgens het punt a_1 uit de lengten $a' a_1$ en b_1 a_1 enz., zoodat men eene figuur zal verkrijgen waarin al de deelen juist de lengte zullen hebben met de daarop werkende krachten overeenkomende; zou daarbij dan het laatste punt b_{10} niet op de hoogte van het steunpunt B_{10} van Fig. 9 uitkomen, dan zal eene draaijende beweging van de geheele figuur om het punt A, het punt b_{10} op de verlangde hoogte brengen. De verkorting van den ligger waardoor het punt B_{10} eigenlijk door den ligger verlaten wordt, komt blijkbaar hier niet in aanmerking. Uit de gedaanteverandering van den

ligger, ten gevolge der werking van de aangenomene drukkingen, is dus ook geen bepaalde en alleen mogelijke verdeeling af te leiden. Wil men echter geen verbinding tusschen de traliestaven zoo als $A'_5 B'_4$ en $A'_4 B'_5$ met $A_5 B_3$ in C_5 aannemen, dan blijft alleen de eerst aangenomene verdeelingswijze mogelijk, wij zullen daarom dan ook bij de berekening der dwarskoppeling die verdeeling hier aannemen.

Wij gaan dan nu over om in die onderstelling de afmetingen der schuine koppelstaven bij eene horizontale dwarskoppeling in het gekozen voorbeeld te berekenen; en wel in de eerste plaats de grootte der normale krachten q, die bij de zijdelingsche uitbuiging ontstaan.

In eenig punt A_m Fig. 2 is die kracht vergelijk (1) $q_m = \frac{1}{2}(D_m + D_{m+1})\,\varepsilon_m$. De grootste waarde van D_m is in ons voorbeeld in het midden van den ligger, en wel $D_m = 25\,p\,Cot\,\alpha = 25\,p$. De drukking D_6 in het volgende deel is even groot en wij hebben dus $q_5 = 25\,p\,\varepsilon_5$ De grootste waarde die de hoek ε kan verkrijgen is $2\,\Delta\varphi$, voor het geval alzoo dat de uitgebogene ligger de gedaante van Fig. 5 aanneemt. Bij het gebruik van gesmeed ijzer mag $\Delta\varphi$ de grens 0,00067 of van ongeveer 15″ niet overtreffen. Nemende alzoo $\varepsilon = 0{,}00133$, dan heeft men voor de grootste normale kracht q die bij de onvoordeeligste uitbuiging ontstaan kan

$$q_5 = 0{,}00133 \times 25\,p = 821{,}25 \text{ pond},$$

welke kracht in vergelijking der drukkingen D langs de randen zeer gering blijft.

Ook de grootte der uitwijking buiten de oorspronkelijke rigting van den rand wordt zeer klein; want daar de afstanden $A\,A'_1$ $A'\,A_1$ enz. vijf el bedragen, zoo is die uitwijking $5\,\Delta\varphi = 0{,}00333$ el of iets meer dan drie strepen. Zelfs indien de rand regtlijnig naar het midden is

uitgebogen, zoo als in Fig. 5 bij R, dan bedraagt de totale uitbuiging $50 \triangle \varphi = 0{,}033$ el of iets meer dan drie duimen. De inhoud J_5 der dwarsdoorsnede van de koppelstaaf $A_4 B_5$ wordt gevonden uit (12) als men $\beta = 45°$ of de breedte der brug gelijk aan 5 el neemt. Stelt men $k = 6$ pond, de streep als eenheid nemende, dat is met $\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{1}{3000} E = 18000$, dan vindt men $J_5 = 196{,}4$ vierkante streep, of nog geen twee vierkante duimen. Is evenwel de uitbuiging het gevolg der werking van eenen wagentrein door eenen stoomwagen voortgetrokken, dan moet ook de zijdelingsche drukking van den stoomwagen in aanmerking komen.

Nemen wij daartoe aan, dat de stoomcylinders van den wagen 0,5 el middellijn hebben en met eene stoomspanning van 5 dampkringen of van ongeveer vijf pond op den vierkanten duim werken, dan is de drukking van den stoom op elken krukarm $5 \times 1964 = 9820$ pond, indien men niets aftrekt voor de wrijvingen en tegenstanden in het werktuig zelf. Is nu de afstand midden op midden der krukarmen 1,5 el, dan is de arm van het koppel waardoor die drukking op het midden van het spoor wordt overgebragt 0,75 el en alzoo het moment van het koppel $0{,}75 \times 9820 = 7365$. Slechts een gedeelte van deze werking komt op de bovenranden, doch veiligheidshalve aannemende, dat dit koppel geheel op de koppeling der bovenranden wordt overgebragt en wel in de einden $A'_5 A_5$ (Fig. 9) van het middelste veld, dan is de kracht die in elk der punten A'_5 en A_5 werkt $\frac{7365}{5} = 1473$ pond; gevende eene spanning $1473 \sqrt{2}$ langs de koppelstaaf, en alzoo eene dwarsdoorsnede van $\frac{1}{6} . 1473 \sqrt{2} = 347{,}2$ vierkante strepen, en alzoo te zamen voor het evenwigt dezer spanning met die der normale kracht q_5,

544 vierkante strepen of van nagenoeg 5,5 vierkante duimen, waarbij valt op te merken, dat de werking van den voorbijtrekkenden stoomwagen slechts tijdelijk is en dat alzoo de koppelstaaf met eene merkelijk mindere dwarsdoorsnede zou kunnen volstaan.

Voor de drukking door eenen hevigen wind loodregt tegen het zijvlak van den tralieligger, zou men 150 pond op de vierkante el kunnen nemen: de ligger 100 el lang en 10 el hoog zijnde, levert eene oppervlakte van 1000 vierkante el waarin de openingen ongeveer vier vijfde deel zullen innemen; de drukking tegen den ligger zou dan

$$0{,}2.1000.150 = 30\ 000 \text{ pond}$$

bedragen, waarvan de helft op den bovenrand komt en dus aan elk einde of steunpunt eene drukking van 7500 pond voortbrengt. De drukking, ontbonden langs den rand en langs de eerste koppelstaaf, geeft voor laatstgenoemde kracht $7500\sqrt{2} = 10605$ pond, en vereischt alzoo tegen 6 pond op de vierkante streep, eene dwarsdoorsnede van 1768 vierkante streep of van 17,68 vierkante duim. De spanning in elke volgende schuine koppelstaaf vermindert met $\frac{1}{10}$ van 10605 pond, zoodat in het midden de staaf geen spanning ondergaat.

De normale krachten q, die bij de uitbuiging ontstaan, kan men hier buiten rekening laten wegens de uiterst geringe waarde der hoeken ε die de achtervolgende deelen AA'_1 $A'A_1$ enz. met elkander zullen maken. De grootste waarde van ε kan hier slechts die van $\Delta\varphi = 0{,}00067$, bedragen en dat wel alleen bij de steunpunten A en A_{10} alwaar de drukking D_1 en D'_1, waaruit de waarde van q_1 berekend moet worden, niet groot zijn. Men heeft namelijk uit (1) $q_1 = \frac{1}{2}(D_1 + D'_1)\ \varepsilon_1 = 9p\ \Delta\varphi = 150{,}75$ pond; hetgeen in vergelijking van de 10605 pond, door den wind voortgebragt, kan worden verwaarloosd. Voor de

Fig 1

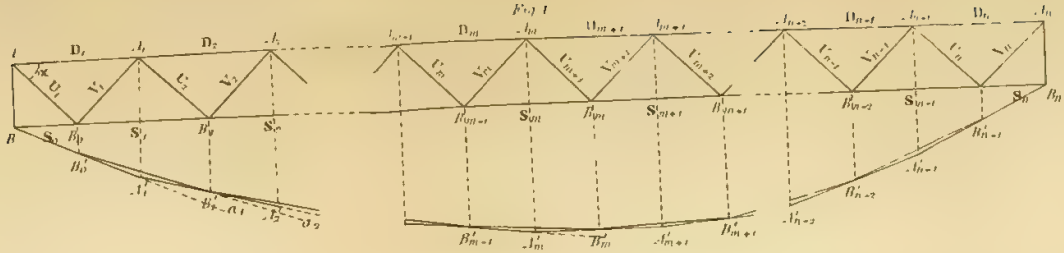


Fig 2

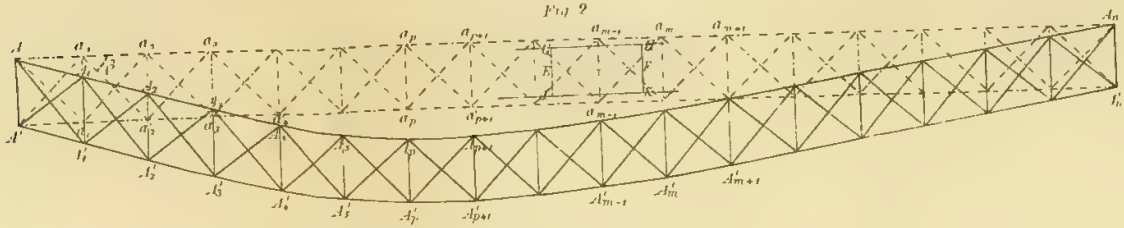


Fig 3

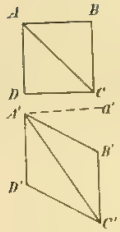


Fig 4

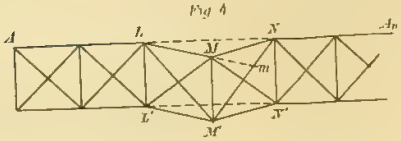


Fig 5

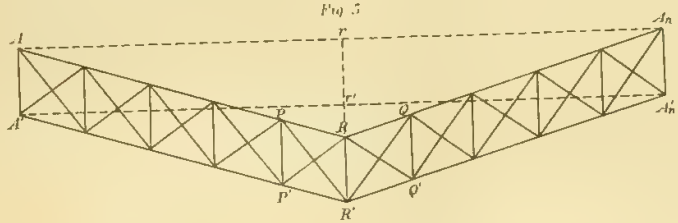


Fig 6

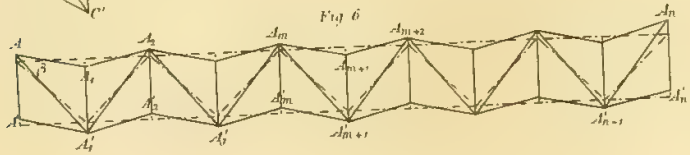


Fig 7

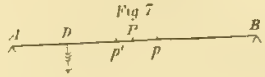


Fig 8

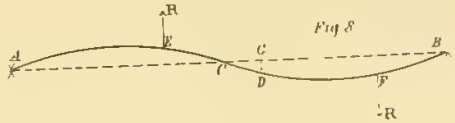


Fig 9

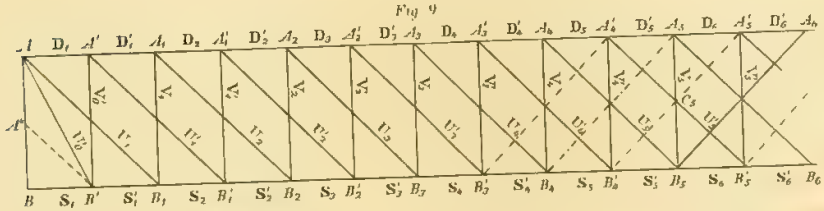
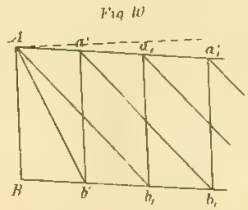


Fig 10



volgende koppelstaven nemen de hoeken ε sterk af, in het midden is $\varepsilon_{10} = 0$ en vervalt daar de normale kracht geheel. In het algemeen blijkt uit dit voorbeeld, dat zelfs bij zeer groote brug-openingen de normale krachten q, die ten gevolge der uitbuiging ontstaan, nooit zeer groot worden, en alzoo de schuine koppelstaven geen zeer aanmerkelijke dwarsdoorsnede behoeven om bij het ontstaan van uitbuigingen den ligger weder in zijnen oorspronkelijken stand te brengen.

Indien er behalve het eigen gewigt van den ligger slechts over een gedeelte der lengte eene bijkomende belasting werkt, zoo als bij het overtrekken van eenen wagentrein die niet de geheele lengte van den ligger inneemt, dan veranderen de drukkingen in de randen; de grootste drukking heeft dan niet meer in het midden plaats, daardoor kan het gebeuren dat ook de normale krachten q, die bij het uitbuigen ontstaan, ook niet meer in het midden van den ligger hare grootste waarde verkrijgen, doch het berekenen dier bijzondere gevallen kan na het hier ontwikkelde geen bezwaar hebben.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 19den DECEMBER 1863.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. L. RIJKE, P. J. VAN KERCKHOFF, R. VAN REES, J. BOSSCHA JR., A. H. VAN DER BOON MESCH, E. H. VON BAUMHAUER, C. J. MATTHES, J. VAN GOGH, C. A. J. A. OUDEMANS, A. C. VERLOREN, J. G. S. VAN BREDA, F. J. STAMKART, P. ELIAS, F. C. DONDERS, J. VAN GEUNS, R. LOBATTO, D. BIERENS DE HAAN, G. E. VH. SCHNEEVOOGT, en C. SWAVING, Correspondent.

Het Proces-verbaal der Gewone Vergadering van den 28sten November j.l. wordt gelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Wordt kennis genomen van brieven ter verontschuldiging wegens het niet bijwonen dezer Vergadering, van de Heeren J. VAN DER HOEVEN, F. KAISER, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, J. P. DELPRAT, P. BLEEKER en N. W. P. RAUWENHOFF.

De Voorzitter deelt den inhoud mede van een schrijven van den Heer J. P. DELPRAT, waarbij deze

berigt den zeventigjarigen leeftijd te hebben bereikt, zoodat hij, volgens de Reglementen der Akademie, van nu aan tot de rustende Leden behoort. Hij verklaart zich niettemin bereid, voor als nog althans het lidmaatschap van eenige Commissiën door hem bekleed, te blijven waarnemen. De Vergadering neemt dit aanbod met erkentelijkheid aan, waarvan ZEd. kennis zal worden gegeven.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. P. T. WAHLBERG, Secretaris van de Académie royale Suédoise des Sciences (Stockholm, 14 Nov. 1863); 2°. den Secretaris der Société des Sciences de Finlande (Helsingfors, 7 Nov. 1863); 3°. A. MENGE, Secretaris der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig (Dantzig, 1 October 1863); 4°. Prof. MAIER, Secretaris der Naturforschenden Gesellschaft in Freiburg (Freiburg, 19 October 1863); 5°. het Bestuur der Société des Arts et des Sciences à Batavia.

Wordt besloten tot plaatsing in de boekerij en tot schriftelijke dankzegging.

Worden gelezen brieven van dankbetuiging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. A. SCHRÖTTER, Secretaris der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien (Weenen, 16 April 1863); 2°. A. MENGE, Secretaris der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig (Dantzig, 10 October 1863); 3°. Prof. MAIER, Secretaris der Naturforschenden Gesellschaft in Freiburg (Freiburg,

19 Oct. 1863); 4°. B. F. MATTHES, Correspondent te Macassar (Macassar, 10 Oct. 1863). Aangenomen voor berigt.

De Secretaris deelt mede, met schrijven van den Heer J. VERHEY, Directeur bij de Publieke Werken te Amsterdam, onder dagteekening van 8 dezer, ontvangen te hebben twee tabellen van waargenomen waterhoogten, welke der Commissie over de daling van den bodem in Nederland zijn ter hand gesteld.

Verder berigt de Secretaris, dat de Bijdragen voor de *Verslagen en Mededeelingen* van de Heeren P. BLEEKER en V. S. M. VAN DER WILLIGEN door de Commissie van Redactie zijn aangenomen geworden.

Door den Heer BLEEKER is thans wederom eene Bijdrage aangeboden: *Sur une nouvelle espèce de Puntius à épine anale dentelée.*

De Heer F. KAISER heeft voor de *Verslagen en Mededeelingen* ingezonden een stuk, getiteld: *Onderzoekingen omtrent den gang van het hoofduurwerk der Sterrewacht te Leyden, de pendule* HOHWÜ *N°.* 17.

Beide die opstellen zullen verzonden worden aan de Commissie van Redactie.

De Heer VON BAUMHAUER bood der Afdeeling een exemplaar aan van de nieuwe uitgave van zijn *Beknopt Leerboek der Onbewerktuigde Scheikunde.*

Hij vestigde daarbij de aandacht op de in deze uitgave gevolgde *unitaire* voorstellingswijze of de unitaire formulen der verbindingen, in tegenstelling met de *dualistische*, welke in de vroegere uitgaven gebruikt was. Spre-

ker betoogde dat de unitaire formulen in het onderwijs, tot goed begrip der reactiën, de voorkeur verdienen boven de dualistische, maar dat de moeijelijkheid tegen de algemeene invoering dezer voorstellingswijze vooral bestaat in onze tegenwoordige nomenclatuur, daar deze geheel en al gebouwd is op de dualistische voorstellingswijze, die van den beginne af in de scheikunde heeft geheerscht en eerst in lateren tijd door de ontwikkeling der bewerktuigde scheikunde, ten minste in dit laatste gedeelte der wetenschap, vrij algemeen door de typische voorstellingswijze is vervangen; tot nu toe is echter de dualistische behouden gebleven in de leerboeken over anorganische scheikunde, behalve in het uitstekende leerboek van ODLING, waarvan echter nog slechts een klein gedeelte het licht heeft gezien.

De Heer VON BAUMHAUER wees vervolgens op de moeijelijkheid, die vooral bij de anorganische ligchamen bestaat tot vaststelling der formule, dewijl men slechts van zoo weinige dezer stoffen het soortelijk gewigt in gasvorm, de zoogenaamde *dampdigtheid*, heeft kunnen bepalen, en besprak de verbeteringen, welke H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE in de bepaling der dampdigtheid heeft gebragt, waardoor de weg is geopend om nog van eenige anorganische stoffen, deze voor het vaststellen der formulen noodzakelijke physische eigenschap te leeren kennen en sommige anomaliën, welke men in de dampdigtheid der stoffen heeft meenen te vinden, weg te nemen; de verklaring van de abnormale dampdigtheid van sommige stoffen is reeds gevonden in de door dienzelfden geleerde aangetoonde *dissociatie* der verbindingen bij hooge temperaturen.

Spreker toonde aan dat tot nu toe slechts van 68 zoogenoemde anorganische stoffen de dampdigtheid bepaald is geworden, waaronder er nog 10 koolstofhoudende zijn, die dus liever tot de organische stoffen gebragt moeten worden; van de overblijvende 58 zijn er 10, waarvan de dampdigtheid abnormaal is (verg. pag. 864 van het *Leerboek*).

Na nog over de regelmatigheid bij de aequivalent-volumina der vaste en vloeibare stoffen en over de soortelijke warmte gesproken te hebben, wees Spreker op onze zoo zeer onvolkomene kennis van de physische eigenschappen der zoogenaamde anorganische stoffen, zoodat men bij het vaststellen van de formulen der meeste stoffen zijne toevlugt moet nemen tot hypothesen en vooral licht moet zoeken bij de, naar het oordeel van den Spreker, veel beter ontwikkelde leer der zoogenaamde organische verbindingen.

Vervolgens kwam ter sprake de atomigheid of hydriciteit der grondstoffen, anders gezegd de verplaatsbaarheid van 1 atoom dier grondstoffen door 1, 2, 3 of meer atomen waterstof, en het verband tusschen de zoogenaamde basiciteit der zuren en de zoogenaamde aciditeit der basen en de hydriciteit der grondstoffen, die in die zuren of basen aanwezig zijn, en werd ten slotte de aandacht gevestigd op de zoogenaamde anhydriden, op de anhydro-zure en de anhydro-basische zouten. Als voorbeelden dezer zouten haalde Spreker aan:

1° bij de *monobasische* zuren, de joodzure potassazouten, van welke de volgende zijn verkregen:

$KJ\Theta_3$ gewoon zout,
$(KJ\Theta_3)_2 . J_2\Theta_5$ half-anhydrozuur zout,
$KJ\Theta_3 . J_2\Theta_5$ anhydrozuur zout.

2° bij de *bibasische* zuren:

a) de zwavelzure sodazouten:

$Na_2\ S\Theta_4$ neutrale of tweemetalige zwavelzure soda,
$Na\,H\,S\Theta_4$ zure of éénmetalige zwavelzure soda,
$Na_2\ S\Theta_4 . S\Theta_3$ anhydro-zwavelzure soda.

Door verhitting van dit laatste zout, hetwelk men verkrijgt door zwavelzure soda met overvloedig zwavelzuur uit te dampen en het residu te smelten, maakt men zwavelzuur-anhydrid: $S\Theta_3$, vrij. Het zoogenaamde *Nordhäu-*

ser zwavelzuur zoude dan *anhydro-zwavelzuur* moeten worden genoemd en voorgesteld worden door de formule :

$$H_2 S\Theta_4 . S\Theta_3 .$$

Spr. uitte tevens het vermoeden, dat onder de in de wetenschap als bepaalde zuren aangenomene dithionig-, dithion-, trithion-, tetrathion-, en pentathionzuren ook anhydrozuren schuilen.

b) de chroomzure potassa-zouten :

$K_2 Cr_2 \Theta_4$	neutrale chroomzure potassa,
$K H Cr_2 \Theta_4$	nog onbekend ; bestaat mogelijk in de oplossing van het volgende zout :
$K_2 Cr_2 \Theta_4 . Cr_2 \Theta_3$	anhydro-chroomzure potassa (dubbel-chroomzure potassa),
$K_2 Cr_2 \Theta_4 . Cr_2 Cl_2 \Theta_2$	chloorchroomzure potassa.

Het chroomzuur-anhydrid : $Cr_2 \Theta_3$, en het chloorchroomzuur-anhydrid : $Cr_2 Cl_2 \Theta_2$, zijn bekend ; het chroomzuur zelf : $H_2 Cr_2 \Theta_4$, is als zoodanig onbekend ; mogelijk bestaat het in de waterige oplossing.

3° bij de *tribasische* zuren :

a) de phosphorzure zouten.

Zooals bekend is worden er drie verschillende phosphorzure zouten aangenomen, een tribasisch, een bibasisch, en een monobasisch, wier dualistische formulen worden voorgesteld door :

$$3\,RO.\,PO_5 , 2\,RO.PO_5 \text{ en } RO.PO_5 .$$

De middelste formule moet zeker verdubbeld worden, dewijl de zuurstof met het aequivalent gewigt 8 daarin in een oneven aantal aequivalenten voorkomt. Het is echter bekend, dat zoowel het mono- als het bibasische phosphorzuur, in aanraking met water, in het tribasische overgaan, even als het anhydro-zwavelzuur en de anhydro-zwavelzure soda door water in zwavelzuur en dubbel-zwavel-

zure soda worden omgezet. Spreker vermeent, dat op eene eenvoudige wijze die drie phosphorzuren teruggebragt kunnen worden tot het gewone tribasische phosphorzuur; de formulen worden dan:

$H_3 P\Theta_4$ gewoon of ortho-phosphorzuur,
$(H_3 P\Theta_4)_4 . P_2 \Theta_5$ pyro- of paraphosphorzuur,
$H_3 P\Theta_4 . P_2 \Theta_5$ metaphosphorzuur.

Spreker wijst daarenboven op de zes verschillende modificaties van de meta-phosphorzure soda en uit het vermoeden, dat de oorzaak hiervan gelegen is in een verschillend anhydridgehalte dezer zouten.

b) de antimoonzure zouten.

Het antimoon moet zonder twijfel in één groep geplaatst worden met den phosphoor en den arsenik; doordien men het vroeger onder de metalen rangschikte, heeft men aan zijne verbindingen namen gegeven, die, wanneer men op de overeenkomst met de phosphoorverbindingen let, geheel verkeerd zijn; zoo wordt het vroegere antimoonoxyd: $Sb O_3$, antimonigzuur-anhydrid: $Sb_2 \Theta_3$; het antimoon-oxydhydraat: $Sb O_3 + HO$, meta-antimonigzuur: $H_3 Sb \Theta_3 . Sb_2 \Theta_3$; het vijfvoudig-antimoonoxyd: $Sb O_5$, antimoonzuur-anhydrid: $Sb_2 \Theta_5$; het gewone antimoonzuur: $Sb O_5 + HO$, meta-antimoonzuur: $H_3 Sb \Theta_4 . Sb_2 \Theta_5$, en het meta-antimoonzuur: $Sb O_5 + 2HO$, para- of pyro-antimoonzuur: $(H_3 Sb \Theta_4)_4 Sb_2 \Theta_5$. Ofschoon ortho-antimoonzuur: $H_3 Sb \Theta_4$, nog niet is aangetoond, zoo is toch het zout van SCHLIPPE, dat in kleurlooze regelmatige tetraëders kristalliseert met de formule: $Na_3 Sb S_4 + 9H_2 \Theta$, een bewijs voor het bestaan dezer zouten; uit dit zout wordt toch door een zuur neêrgeslagen het sulfauraat: $Sb_2 S_5$, overeenkomende met het antimoonzuur-anhydrid.

c) de salpeterzure zouten.

De overeenkomst van de stikstof met den phosphoor, den

arsenik en het antimoon is niet te ontkennen, zoodat ook het salpeterzuur, hetwelk steeds als monobasisch beschouwd is, als tribasisch zoude moeten worden voorgesteld; het zoude dus in de gewone salpeterzure zouten als meta-stikstofzuur optreden, en de salpeterzure potassa zoude door $K'_3\ N\Theta_4 . N_2\ \Theta_5$ voorgesteld moeten worden. Daarentegen zoude het magisterium bismuthi een ortho-stikstofzuur zout zijn: $Bi'''\ N\Theta_4$; het neutrale salpeterzure bismuthoxyd, een meta-stikstofzuur zout: $Bi'''\ N\Theta_4 . N_2\ \Theta_5$. Spr. besprak nog de salpeterzure kwik- en loodzouten en trachtte ook bij deze de verschillende met de phosphorzure zouten overeenkomende verbindingen van het stikstofzuur aan te toonen.

d) de boorzure zouten.

De dampdigtheid van het boorchlorid en van het boorfluorid voeren ons tot de formulen $B\,Cl_3$ en $B\,F_3$; de formule van het stikstof boor: BN, leidt ons evenzeer tot het aannemen van de trihydriciteit van het boor, zoodat het boorzuur-anhydrid: $B_2\ \Theta_3$, gelijk gesteld moet worden met het phosphorigzuur-anhydrid, het arsenigzuur-anhydrid, het antimonigzuur-anhydrid, enz. De gewone borax, waaraan men de formule $Na\,O.\ 2\,BO_3 + 10\,HO$ gegeven heeft, en de octaëdrische, die bij dezelfde formule slechts de halve hoeveelheid kristalwater bezit, gaan bij smelting over in een zout, waaraan men de formule $Na\,O.\ 2\,BO_3$ heeft gegeven. Door behandeling bij gloeihitte met koolzure soda ontstaat een zout met de formule $Na\,O.\ BO_3 + 6\,HO$. Indien men ook het boorzuur als tribasisch beschouwt, moeten deze formulen aldus geschreven worden:

$(Na\,H_2\,B\Theta_3)_2 . B_2\,\Theta_3 + 8\,H_2\,\Theta$ gewone borax,
$(Na\,H_2\,B\Theta_3)_2 . B_2\,\Theta_3 + 4\,H_2\,\Theta$ octaëdrische borax,
$(Na_3\,B\Theta_3)_2 . (B_2\,\Theta_3)_5$ gesmolten borax,
$Na\,H_2\,B\Theta_3 + 2\,H_2\,\Theta$ of $Na_3\,B\Theta_3 . B_2\,\Theta_3 + 9\,H_2\,\Theta$ zoogenaamde enkelvoudig-boorzure soda.

Ten aanzien van de tetrahydrische grondstoffen wees Spr. vooral op het kiezelzuur, hetwelk, zooals bekend is, zich in zoo verschillende verhoudingen met de basen (dualistisch gesproken) vereenigt. Spr. gelooft, dat ook hier het bestaan van anhydro-zure zouten moet worden aangenomen, en besluit zijne voordragt door te wijzen op de woorden zonder beteekenis *zure* en *basische zouten*, waarmede men zich zoo lang in de wetenschap beholpen heeft om over voorkomende moeijelijkheden heen te stappen.

De Heer C. A. J. A. OUDEMANS deelt eenige voorloopige uitkomsten mede, verkregen uit een microscopisch onderzoek van de opperhuid der *Proteaceae*. In tegenoverstelling van hetgeen door VON MOHL en anderen omtrent hetzelfde onderwerp werd voorgedragen, vond hij:

1°. Dat bij het geslacht *Hakea* van de drie paar sluitcellen, welke rondom de ademhalingsspleten voorkomen, dat paar, hetwelk het naast aan de opperhuidscellen grenst, niet tot het onder de opperhuid gelegen parenchym behoort, maar even als de beide andere paren, als uit ware opperhuidscellen bestaande, beschouwd moet worden.

2°. Dat bij het geslacht *Protea* niet twee, maar slechts één enkel paar sluitcellen om de ademhalingsspleet aanwezig is.

Op de vraag van den Heer DONDERS, of contractieverschijnselen in de sluitcellen zijn waargenomen, antwoordt de Heer OUDEMANS ontkennend.

De Heer DONDERS vestigt de aandacht der Vergadering: vooreerst op een bewijs der *onhoudbaarheid van de leer der identische netvliespunten*; ten anderen op de vraag, *door welke zenuwen de Calabarboon op de iris werkt*; eindelijk op *de verminderde spanning van den oogbol, na doorsnijding van den nervus trigeminus*, in verband met des Sprekers theorie van *glaucoma*.

Daar niemand iets meer voor te stellen heeft, worden de aanteekeningen dezer Zitting geresumeerd en sluit de Voorzitter de Vergadering.

HET VOORKOMEN

VAN

DILUVIALE GRONDEN OP JAVA.

DOOR

W. C. H. STARING.

In de geschriften waarin gehandeld wordt over de gronden die het eiland Java zamenstellen, vindt men, niet dan ter loops, op eenige weinige plaatsen, gewag gemaakt van gronden, welke tot het diluviale tijdperk behooren, of althans kunnen behooren; tot dat tijdperk, namelijk, waarmede het tertiaire tijdvak besloten werd, of, wanneer men de onderscheiding van tertiair en quartair aanneemt, tot den aanvang van het quartaire tijdvak. Met de diluviale tijden worden hier diegene bedoeld, gedurende welke, op Nieuw-Holland, holen opgevuld zijn met beenderen van thans uitgestorven buideldiersoorten en een gedeelte der gruislagen ontstonden, die wij zoo wel hebben leeren kennen door haren rijkdom aan stofgoud; gedurende welke, in Zuid-Amerika, de pampasleem-lagen met beenderen van megatherium gevormd, en de beenderholen van Brazilië gevuld werden en gedurende welke tijden in Europa, tijdens het aanwezen van mammouthen, de ook in Nederland welbekende gronden ontstonden, die van een vervoer, op verren afstand, van groote hoeveelheden steengruis getuigen.

Wanneer er op Java niet de minste teekenen van diluviale gronden te vinden waren, zou men moeten aannemen, dat het eiland, gedurende dit geheele, langdurige tijdperk, onder de zee bedolven is geweest, en eerst later daaruit is opgerezen; zoodat er dan geen andere dan eene moeijelijk te onderkennen diluviale zeevorming, en, voor het overige, alleen alluviaal-neptunische en alluviaal-vulkanische gronden op de tertiaire gronden en oudvulkanische trachyten, zouden kunnen liggen. Nu er echter wel eenige aanwijzing van diluviale verschijnselen gegeven schijnt te zijn, wordt het waarschijnlijk, dat er meer gebrek bestaat aan waarnemingen dan aan verschijnselen. Op die enkele aanwijzingen wenschte ik hier opmerkzaam te maken, in de hoop dat zulks misschien aanleiding zoude kunnen geven tot naauwkeuriger onderzoek.

Alvorens daartoe over te gaan, zij 't mij vergund een kort overzigt te geven van hetgene wij thans kennen ten aanzien der geologische zamenstelling van Java, volgens hetgene ik heb aangetroffen in de geschriften van JUNGHUHN, in de verslagen der ingenieurs van het mijnwezen in Oost-Indië, en in hetgene door HOCHSTETTER, VON RICHTHOFEN en anderen gezegd is. De geologie van onze koloniën is, geloof ik, niet zoo bij een ieder bekend, dan dat, zonder dit overzigt, algemeen goed begrepen zoude worden wat ik over het diluvium wenschte mede te deelen.

Gronden ouder dan de tertiaire vindt men op Java niet, tenzij de meening van VON RICHTHOFEN juist is, dat de geelgraauwe zandsteen met kwartskeitjes, die voorkomt in de Kawah Tji Widai, eenen aan den voet van den Patoea, in de Preanger-Regentschappen, liggenden krater, tot eene oudere vorming behoort, die onder de tertiaire gronden ligt en misschien secundair of primair kan zijn. Zeker is het dat zulk een zandsteen nergens anders op Java voorkomt, en dat zijn uiterlijk meer aan een secundair dan aan

een tertiair gesteente doet denken. Veel heeft die laatste evenwel niet te beduiden, want men weet dat, over het algemeen, in den Oost-Indischen Archipel de tertiaire gronden dikwijls in hunne delfstoffelijke zamenstelling veel overeenkomsten hebben met oudere gesteenten, zoo als, onder anderen, de marmers van Sumatra en elders. Tegen dien oorsprong uit het secundaire tijdvak pleit, dat tot dusverre nog nergens in den geheelen Oost-Indischen Archipel, noch op Nieuw-Holland secundaire gronden met zekerheid aangewezen zijn.

De tertiaire gronden, het eerst als zoodanig door JUNGHUHN herkend, bedekken drie vierde gedeelten van Java. Twee breede strooken vormende, liggen zij ten noorden en ten zuiden der lange reeks van twintig nog voortdurend werkende en ruim zoo veel uitgebluschte vulkanen, die Java in de rigting van het oost ten zuiden doorsnijden. Ten noorden van de noordelijke strook tertiaire gronden liggen, in Bantam en Djapara, een paar nog werkende en eenige uitgebluschte vulkanen, die tot eene tweede vulkanen-reeks, evenwijdig aan de eerste loopende, schijnen te behooren. De noordelijke tertiaire strook is dus aan de eene zijde begrensd door vulkanische gronden, terwijl er aan de andere, de noordzijde, langs de kust, zeer uitgestrekte aanslibbingen der tegenwoordige rivieren liggen. Tusschen Samarang en Soerabaja worden de tertiaire gronden bedekt, en in oostwaarts gerigte heuvelgroepen afgedeeld, door de aanslibbingen van de Loesi, de Solorivier en de Brantes.

De noordelijke strook tertiaire gronden ligt, met weinige plaatselijke uitzonderingen, waterpas. De zuidelijke daarentegen helt zeer aanmerkelijk zuidoostwaarts; waarbij zich, in het zuidwesten der Preanger-Regentschappen en elders, menigvuldige, evenwijdige, noordoostwaarts strekkende bergruggen voordoen. In de Vorstenlanden en verder oost-

waarts vindt men eene langzaam uit de zee oprijzende, omstreeks vijf uren gaans breede, onafgebroken oploopende strook tertiaire gronden, die, tegenover de vulkanenrei, met eenen steilen wand, van tot zeshonderd el hoogte, afbreekt.

De tertiaire gronden van Java zijn in zee of aan de monden van voorwereldlijke stroomen bezonken. Noch van deze stroomen noch van de gebergten, uit wier afslijtsel deze gronden bestaan, is een spoor meer voorhanden. Het zijn hoofdzakelijk trachyt-duifsteenen, trachyt-puinsteenen en trachyt-poddingsteenen, die veelvuldig den vorm aannemen van fijnkorrelige zandsteenen, van leemsteenen en van mergels. Deze zandsteenen zijn dikwijls, nu eens door de aanraking met vulkanische gesteenten, dan weder door den invloed van kiezelzuur-houdende wateren, in kwartsgesteenten veranderd. Kalklagen, hoogst waarschijnlijk voormalige koraalbanken, komen daarenboven veelvuldig voor.

De kalken en de duifsteenen leveren versteeningen, van zee- en brakwater-dieren, in menigte op, evenmin als er bruinkolen met afdrukken van landplanten ontbreken, en evenwel is men er nog niet in geslaagd om, door eene naauwkeurige vergelijkende studie dier versteeningen, vast te stellen tot welke groep of groepen, uit het tertiaire tijdvak, de gronden van Java behooren. Voor eocenisch meent GÖPPERT de bruinkolen te moeten houden. Hetgene men voor eocenische nummulieten heeft aangezien, beschouwt VON RICHTHOFEN als miocenische orbitulieten, terwijl men op Java daarenboven vele schelpen als miocenisch heeft gemeend te kunnen bestemmen. Daarentegen is ook geenszins het gevoelen te verwerpen, dat het meerendeel der weekdieren jongpliocenisch is.

Over het algemeen schijnt men bij deze gronden te moeten onderscheiden eene o u d s t e afdeeling zonder zeeschelpen, en bruinkoollagen bevattende, die tusschen kwartsrijke, niet kalkhoudende zandsteenen en leiachtige leemsteenen

liggen; eene tweede, de voornaamste, misschien met de vorige gelijktijdig ontstane, die uit duifsteenen, in hunne verschillende vormen van voorkomen en onder zee gevormd, bestaat; eene derde, waartoe de kalkgesteenten, allen hoogst waarschijnlijk voormalige koraalbanken, behooren; en eene vierde, die uit soortgelijke steensoorten als de tweede bestaat, rijk is aan versteeningen van zeeweekdieren en bruinkoolbeddingen met retiniet, maar geen bruinkoollagen, bevat. Von RICHTHOFEN onderscheidt de tweede afdeeling niet, en JUNGHUHN niet de vierde; maar deze laatste zegt te stellig, dat op Java de kalksteen overal de bovenste afdeeling vormt om niet, als eene voorloopige onderzoekings-hypothese, te moeten aannemen, dat deze vier afdeelingen aanwezig zijn; maar dat het onmiddellijk overdekken van de tweede door de eerste op Java nog niet opgemerkt is. Ook dient men niet te vergeten, dat de tertiaire vorming van Java hoogstwaarschijnlijk gelijktijdig ontstaan is met die van Sumatra, Borneo en Celebes, en dat de verschijnselen, welke deze, elk op haar zelve opleveren, in onderling verband gebragt dienen te worden, om ze alle grondig te leeren kennen.

De tertiaire gronden van Java zijn, gedurende de wording der laatste afdeeling of afdeelingen, doorbroken, plaatselijk opgeligt en overstort door trachyt-gesteenten, die gelijktijdig ontstaan schijnen te zijn met de alleroudste gronden der vulkanen, gelijk die in de oudste kraterranden voorkomen. Von RICHTHOFEN meent, zoo als 't mij voorkomt, zeer teregt, dat al deze oudvulkanische gesteenten trachyten zijn, en dat alleen de verbazend menigvuldige en uiteenloopende verscheidenheid van vormen, waarin die voorkomen, aanleiding heeft gegeven, dat men op Java syenieten, diorieten, aphanieten, augietphorphyren, gabbro's, serpentijnen, porphyren en bazalten heeft onderscheiden. Dat deze oud-vulkanische gesteenten onder zee opgeborreld

zijn, schijnt men voor zeker te mogen houden. Later zijn zij, te gelijk met de tertiaire gronden boven den zeespiegel opgeheven door een plutonisch gesteente, dat nergens voor den dag komt, dan wellig alleen in de helling van den Keloet in Kediri. JUNGHUHN heeft hier namelijk een syeniet opgemerkt, die vele overeenkomsten met de syenieten van Sumatra schijnt te bezitten. Nader onderzoek moet hier echter leeren of men ook dit gesteente niet als een trachyt te beschouwen heeft; terwijl men niet moet vergeten, dat tot dusverre nog geen voorbeelden bekend zijn, van het verschijnen van graniet en syeniet in een later tijdvak dan dat van het krijt.

Gedurende deze, wellig nog steeds voortdurende, oprijzing der tertiaire gronden van Java, hebben de vulkanen begonnen zich te vormen en te vervormen, gelijk zij daarmede nog altijd voortgaan, door het uitwerpen van lavabrokken, van slakken en van asch en het verbreken en wegwerpen der vroeger opgeworpen kraterwanden. Voormaals hebben vele dezer vulkanen lavastroomen uitgestort, maar in historische tijden is daarvan geen enkel voorbeeld meer opgemerkt; want al deze vulkanen zijn tegenwoordig in een tijdperk van uitdooving en zullen, langzamerhand, welk een lang tijdsverloop daarmede ook gemoeid moge zijn, de eene vóór de andere na, geheel en al uitgebluscht worden.

De uitgeworpen stoffen en verweerde bestanddeelen dezer vulkanen hebben de bouwstoffen voor de alluviale of hedendaagsche gronden geleverd. die, langs de rivieren afgevoerd, aan de kusten of, binnenslands, in de valleijen bezonken zijn, en omstreeks een vijfde gedeelte der oppervlakte van Java bedekken. De vlakke kusten der Javazee hebben de meeste gelegenheden opgeleverd tot het doen ontstaan dezer zeebezinkingen, terwijl aan de kust der Indische Zee slechts eenige baaijen door rivierbezinkingen

opgevuld zijn kunnen worden; maar hier vindt men daarentegen uitgebreide koraalbanken met al haar toebehooren van schelpritsen en duinen. Zij vertoonen zich als aan de kust gehechte banken, maar niet als van deze verwijderde riffen, en wijzen alzoo op een voortdurend rijzen van Java's zuidkust. Deze hedendaagsche koraalbanken schijnen hier en daar een oogenschijnlijk onafscheidbaar geheel uit te maken met de zooveel oudere tertiaire kalkbanken, een verschijnsel zoo wonderbaar, dat het zeker nog naauwkeuriger onderzoek behoeft, om als volkomen bewezen aangenomen te kunnen worden.

Uit dit verschijnsel, zoo als het zich thans voordoet, en uit het zwijgen van alle natuuronderzoekers, die Java bezocht hebben, over het voorkomen van andere vormingen dan die tot de zooeven genoemde gebragt kunnen worden, zou men, gelijk ik reeds gezegd heb, moeten opmaken, dat hier het tertiaire tijdvak onmiddellijk door het alluviale tijdperk opgevolgd is; of, beter gezegd, dat er gedurende het ontstaan der diluviale gronden in Nieuw-Holland en andere werelddeelen, op Java geen gronden gevormd zijn die verschillen van de hedendaagsche, of eene veranderde planten- en dierenwereld, en veranderde luchtsgesteldheid aanduiden. Men zou zelfs hieruit kunnen vooronderstellen, dat Java op het einde van het tertiaire tijdvak begonnen is zich uit de zee op te heffen en nog voortdurend voortgaat met oprijzen. Dat dit oprijzen evenwel niet overal zonder tusschenpozingen van rust, en zelfs van dalen, plaats heeft gehad, blijkt, onder anderen, uit de ligging van een paar kolenlagen aan den Breng-breng in de Preanger Regentschappen. Junghuhn heeft het voorkomen dezer lagen niet anders kunnen verklaren, dan door, eerst, een in zee wegzakken tot honderdtwintig el diepte aan te nemen van de benedenste, oorspronkelijk aan de oppervlakte van den grond gevormde kolenlaag. Dit zakken is achtervolgd door

de wording eener reeks tertiaire lagen, die, tot boven water opgehoogd, gelegenheid gegeven hebben, dat zich hierop een krachtige plantengroei ontwikkelde, waaruit de tweede kolenlaag ontstaan is. Deze is door een vulkanischen slijkstroom, die zich thans als duifsteen voordoet, overdekt, en alles is nogmaals zoo diep weggezakt, dat er eene tertiaire zeevorming van driehonderd el dikte op is kunnen bezinken. Daarna is de geheele reeks lagen te zamen vijfhonderd el gerezen, zoodat thans de onderste bruinkoollaag aan den voet van den Breng-breng voor den dag komt.

Eenige weinige feiten schijnen mij echter aan te toonen, dat dit ineenloopen van tertiaire en alluviale gronden slechts schijnbaar is; en dat er daarentegen op Java wel degelijk eigenaardige, tot het diluviale tijdperk behoorende gronden voorhanden zijn, die bewijzen dat hier, althans niet overal, die overgang onmerkbaar, zonder storing, heeft plaats gehad.

In de menigvuldige holen der kalkgebergten van zuidelijk Java, heeft JUNGHUHN te vergeefs naar diluviaal-beenderen gezocht. Daarentegen heeft hij beenderen van groote zoogdieren kunnen onderzoeken, die, uit Djapara afkomstig, in de zwartachtige klei voorkomen, welke aldaar den bovengrond vormt van eenen witten kalkmergel. Deze mergel strekt zich door het noorden van Rembang uit tot in de residentie Samarang. Onder deze beenderen onderscheidt JUNGHUHN de kiezen van Elephas primigenius en van Mastodon elephantoides. Bij het gemis van voorwerpen ter vergelijking, en van de onontbeerlijke plaatwerken, zou het zeer wel mogelijk zijn, dat hier eene kies van den nog levenden Elephas sumatranus was aangezien voor die van den diluvialen Elephas primigenius; maar het herkennen van Mastodon elephantoides, het diluviale dier van den Himalaya, maakt het niet twijfelachtig, of men heeft hier

werkelijk te doen met versteeningen, die uit het diluviale tijdperk afkomstig zijn.

Niet onmogelijk schijnt het mij, ten anderen, toe, dat eene, in het Bantamsche, aan den noordelijken rand der tertiaire gronden voorkomende witte leem met kwartskristallen, door JUNGHUHN beschreven, tot deze zelfde diluviale lagen gebragt moet worden. JUNGHUHN zelf noemt die: vervormde oudere lagen; en men kent, in Europa, in Noord- en in Zuid-Amerika te goed dergelijke groote leembezinkingen uit het diluviale tijdperk, om niet, uit de waarschijnlijke overeenstemming van delfstoffelijke zamenstelling en van ligging, tot gelijkheid van oorsprong te mogen besluiten.

Ik gis, ten derden, dat de losse zand- en kleigronden met brokken verkiezeld hout, die in het regentschap Lebak, in het Bantamsche, voorkomen, tot eene diluviaal-vorming behooren, even als soortgelijke van Tjando in de Preanger-Regentschappen. Zulke verkiezelde boomstammen komen op Java in de tertiaire bruinkoollagen, op de plaats van oorsprong voor, en deze zijn zonder twijfel ook van daar afkomstig; maar in dit losse zand liggende, schijnen ze mij toe losgespoeld te zijn uit hunne oorspronkelijke ligplaats, met een gelijktijdig geheel en al wegvoeren van de bruinkolen zelve; op eene volkomen gelijke wijze alzoo, als, in ons nederlandsch gemengd diluvium, verkiezeld hout uit de neder-rhijnsche bruinkoolvorming, zonder eenige kolen, aangetroffen wordt.

JUNGHUHN beschrijft, ten vierden, beddingen van aanzienlijke uitgebreidheid in de Preanger-Regentschappen, die uit afgeronde kwarts-, jaspis- en agaatbrokken bestaan en afkomstig schijnen te zijn van kwartsgangen in tertiaire gesteenten. Ligt mogelijk is het, dat men ook hier te doen heeft met een diluviale vorming.

Met meer zekerheid zal men, ten vijfden, tot den diluvialen oorsprong mogen besluiten van de gronden met stofgoud, die op de kust van Banjoemaas, bij Tjilatjap en in Kediri, afdeeling Kota Kediri, voorkomen. Op eerstgenoemde plaats heeft JUNGHUHN in 1847, op vijfentwintig palm diepte, dit stofgoud in eene laag dioriet zand, gelijk hij het noemt, aangetroffen; en hoewel de deugdelijkheid dezer vonst later in twijfel is getrokken, zoo schijnt echter het onderzoek van dien grond door MAIER, in 1859, de juistheid van JUNGHUHNS waarneming buiten twijfel te hebben gesteld. Er is niet alleen goud, maar ook platina, chromiumijzer en looderts in dit zand gevonden, en, wat afdoende schijnt, ook de trouwe begeleider van het diluviale stofgoud, titaanijzererts. De overblijfselen van menschelijke kunstvlijt, die ter dierzelfder plaats aangetroffen worden, zullen waarschijnlijk, ook volgens de meening van JUNGHUHN, uit den bovengrond, en niet uit de diep liggende goudhoudende laag, afkomstig zijn. In Kediri, aan de beek Melihan, van de bron Baloong Tierem tot aan het dorp Kedatem, is eveneens bewerkt goud aangetroffen; maar men schijnt toch niet te betwijfelen, of hier is eene stofgoud houdende laag voorhanden. Overal waar men stofgoud wascht, schijnt dat in diluviale lagen te liggen en waar dit, bij uitzondering, in het alluvium voorkomt, vindt men de diluviale lagen, die het oorspronkelijk geleverd hebben, in de nabijheid.

Zou het, eindelijk, al te gewaagd zijn om aan te nemen, dat het uitwerpen van lavastroomen door de vulkanen van Java, in dit vroegere, diluviale tijdperk heeft plaats gehad? Wanneer men nader kennis genomen heeft van de neptunische diluviale gronden, zullen er welligt voorbeelden aan te wijzen zijn van lava's, welke door deze gronden bedekt zijn.

Het aanwezen van gronden uit het diluviale tijdperk

op Java, is dus alleen met eenige zekerheid op te maken, uit het voorkomen der overblijfsels van Mastodon elephantoides en uit de lagen met stofgoud van Banjoemaas en Kediri. Alle andere aanduidingen zijn nog hoogst onzeker, en behoeven een naauwkeurig, vergelijkend onderzoek alvorens zij, als bewijzen, zullen kunnen gelden. Het is eene vraag, gelijk er nog zoo vele te beantwoorden zijn, voordat wij ons zullen kunnen beroemen de geologische gesteldheid van het merkwaardige Java, en niet minder die der Buitenbezittingen, zoodanig te kennen als de wetenschap, op haar tegenwoordig standpunt, regt heeft van ons te eischen.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 30sten JANUARIJ 1864.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, H. J. HALBERTSMA, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, F. J. STAMKART, J. G. S. VAN BREDA, C. J. MATTHES, J. VAN DER HOEVEN, A. H. VAN DER BOON MESCH, N. W. P. RAUWENHOFF, W. N. ROSE, J. BOSSCHA JR., W. C. H. STARING, J. W. L. VAN OORDT, P. HARTING, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT, D. BIERENS DE HAAN, P. ELIAS, A. W. M. VAN HASSELT, F. C. DONDERS, J. VAN GEUNS, C. H. D. BUYS BALLOT, J. P. DELPRAT, G. A. VAN KERKWIJK, E. H. VON BAUMHAUER, F. KAISER, C. A. J. A. OUDEMANS, G. J. VERDAM, R. VAN REES, R. LOBATTO, M. C. VERLOREN, en van de Letterkundige Afdeeling: H. J. KOENEN, J. C. G. BOOT.

De Heeren J. W. ERMERINS, CL. MULDER, H. C. VAN HALL, J. VAN GOGH, JB. BADON GHYBEN, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE en F. W. CONRAD hebben zich schriftelijk verontschuldigd wegens het niet bijwonen dezer vergadering.

Nadat het Proces-Verbaal der vorige bijeenkomst is gelezen, goedgekeurd en vastgesteld, schetst de Voorzitter in de navolgende bewoordingen den omvang van het verlies van den Secretaris der Afdeeling, den Heer W. VROLIK:

M. H.

Op verzoek van het Bestuur der Akademie heeft de Heer J. VAN DER HOEVEN wel op zich willen nemen, ons het levensberigt te geven van den geleerde, uit onzen kring weggerukt. Hij zal U, met het talent hem eigen, op de wetenschappelijke werkzaamheden en verdiensten wijzen, door niemand beter dan door hem te waarderen. Dus zal aan VROLIK eene waardige hulde gebragt worden, gelijk hij aan zoo velen bragt, die wij moesten verliezen. Gij zult het evenwel betamelijk vinden, dat ik met weinige woorden, de bijzondere diensten U herinner, door den overledene aan onze instelling bewezen, als haren Secretaris.

Toen de Akademie gesticht werd, verlangden al de leden VROLIK als Secretaris. Deze gezindheid dankte hij aan de voortreffelijke wijze, waarop hij dezelfde betrekking vervuld had bij de Eerste Klasse van het Kon. Ned. Instituut. Onder moeijelijke omstandigheden opgetreden — terwijl de onderlinge verhouding der leden niet altijd even aangenaam was — wist hij, niet door inschikkelijkheid, maar door opregtheid en openhartigheid, door dienstvaardigheid, de genegenheid van allen te winnen, bij de achting, hem reeds vroeger toegedragen. Zijn ijver, zijne belangstelling, zijne hulpvaardigheid wekten dien geest van zamenwerking en welwillendheid, die sedert heerschende werd, en gelukkig onder ons heerschende is gebleven.

Voor de Akademie werd VROLIK nog meer, dan hij vroeger voor de Klasse geweest was. Zijne zorgen moesten zich

nu tot de geldmiddelen, tot de boekerij, tot de verspreiding der werken uitstrekken, en het is U bekend hoeveel wij daarin ook aan zijne bemoeijingen te danken hebben.

Het beste beheer kon de geldsom niet vergrooten, die alras bleek voor de werkzaamheid der leden te gering te zijn. Maar zoo die werkzaamheid, langen tijd, geheel ongestoord bleef, zoodat eerst later de kwade gevolgen van eene karige bedeeling gevoeld werden, het was omdat persoonlijke tusschenkomst van den Secretaris het Bewind meermalen bewoog, tot buitengewone toelage.

Kon hij daarom, zijner goede zorgen bewust, met tevredenheid op dat beheer terugzien, gelukkiger nog was hij in zijne pogingen ten beste der boekerij, door hem vooral tot eene kostbare bezitting gebragt, en algemeen nuttig gemaakt. — Groot zouden reeds zijne diensten geweest zijn, wanneer deze bepaald waren gebleven tot het ordenen en behoorlijk omschrijven der werken, maar, gij weet het, onze boekerij dankt aan hem vooral die eigenaardige uitbreiding, waardoor zij eene der meest volledige verzamelingen in hare soort is geworden. Gij herinnert het U, met hoe groot welgevallen hij de betrekkingen verhaalde, door hem, ten nutte onzer instelling, op zijne reizen aangeknoopt; — hoe hij, in onze vergaderingen, met blijkbare ingenomenheid, meêdeeling deed van ingekomen boekgeschenken, of de talrijke aanvragen voorlas, door buitenlandsche geleerde ligchamen gedaan, tot ruiling van werken.

Dat welgevallen, die ingenomenheid, had evenwel nog een anderen grond, dan de zorg voor onze boekerij. Tot hare verrijking wenschte hij zeker ruiling, — maar hij wenschte die vooral tot verspreiding van Uwe werken, omdat hem de eere van het Vaderland, de roem zijner geleerden en van deze Akademie na aan het harte lagen.

Ja, deze Akademie lag hem wel na aan het hart. — Te midden van andere bezigheden wijdde hij aan haar aan-

houdend zijne zorgen, met een ijver, alsof hij alleen voor haar leefde. Zijne laatste werkzaamheid was ten haren nutte, en slechts met het leven hield de gedachte aan haar op. — Zijne liefde voor de instelling, zijne eigenaardige voortvarendheid, maakten hem voor ons allen, geen heerscher maar een drijver, naar wiens stemme gaarne geluisterd werd, omdat hij alleen daarheen dreef, waar allen naar toe wilden: — die stem, wij zullen haar niet meer hooren, maar zij zal blijven weerklinken in ons gemoed, als die van eenen vriend, die ons tot het goede opwekte, door woord en daad.

De Heer J. VAN DER HOEVEN draagt vervolgens het toegezegde levensberigt voor, en brengt daarin op welsprekende wijze regtmatige hulde toe aan de vele verdiensten des ontslapene, vooral ook met opzigt tot de Akademie, zoo zeer aan hem verpligt; hij stemt er welwillend in toe, dat zijn opstel in het Jaarboek der Akademie worde opgenomen. Nadat hem voor een en ander de opregte dank der aanwezigen was betuigd, verwijderen zich de zoon en beide schoonzoons van wijlen den Heer VROLIK, die ter Vergadering waren toegelaten geworden.

Wordt gelezen een schrijven van Mevrouw de Wed. VAN DER KUN, geb. NIERSTRASZ, houdende kennisgeving van het afsterven van haren Echtgenoot den Heer L. J. A. VAN DER KUN, Hoofd-Inspecteur van den Waterstaat, Lid onzer Akademie, op den avond van den 26_{sten} dezer. Die mare wordt met diep leedwezen vernomen, en den Secretaris opge-

dragen de betuiging daarvan aan de bedroefde Weduwe over te brengen.

Komen ter tafel missives ten geleide van Boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 8 Januarij 1864, 8ste Afd. N°. 206); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 22 Januarij 1864, 5e Afd. N°. 197); 3°. BUYS BALLOT, Hoofd-Directeur van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut (Utrecht, 19 Januarij 1864, II. Afd. N°. 29); 4°. A. KRUSEMAN (Haarlem, 30 Dec. 1863); 5°. HAUPT, Vorsitzender Sekretär der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlijn, 30 Nov. 1863); 6°. F. RITTER, namens den Vorstand des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande (Bonn, 22 Sept. 1863); 7°. E. H. WEBER, Secretär der math.-phys., en H. L. FLEISCHER, Secretär der phil.-hist. Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 22 en 27 Aug. 1863); 8°. Dr. STRICKER, Secretär der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft (Frankfort 5 Novbr. 1863); 9°. Dr. KRAUSS, Secretär u. Bibliothekar des Vereins für Vaterländische Naturkunde in Württemberg (Stuttgart, 1 Dec. 1863); 10°. Dr. J. ROSENTHAL, Secretär der Physicalisch-medicinischen Gesellschaft (Würtzburg, 5 Sept. 1863); 11°. CHRISTENER, Bibliothekar der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft (Bern, Sept. 1863); 12°. W. DERINGER, Secretär des Naturforschenden Vereins (Riga, 3/15 April 1863); 13°. E. FRIES, Se-

crétaire de la Société Royale des Sciences à Upsal (15 Octob. 1863); 14°. WLAD. GF. MITTROWSKY, Präsident des Naturforschenden Vereins zu Brünn (1 Nov. 1863); 15°. Dr. H. SCHMIDT, Director des Zoologischen Gartens zu Frankfurt a/M. (Jan. 1864); 16°. J. J. VAN KERCKWIJK, Secretaris van het Hoofdbestuur der Vereeniging ter bevordering van Fabriek- en Handwerksnijverheid in Nederland ('s Gravenhage, 4 Januarij 1864).

Wordt besloten tot plaatsing der geschenken in de boekerij en tot schriftelijke dankzegging. Omtrent een paar aanzoeken tot wederzijdsche ruiling van uit te geven werken, wordt aan den Secretaris overgelaten te beslissen, òf en in hoeverre daaraan zal worden voldaan.

Wordt kennis genomen van brieven van dankzegging voor ontvangen geschriften der Academie van de navolgende Heeren, als: 1°. H. HORCH, Bibliothecaris van Z. K. H. den Prins van Oranje ('s Gravenhage, 27 Januarij 1864); 2°. Z. K. H. Frederik, Prins der Nederlanden ('s Gravenhage, 14 Januarij 1864); 3°. den Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 15 Januarij 1864, 5e Afd., N°. 167); 4°. H. VOLLENHOVEN, Referendaris, Chef der Vde Afd. bij het Depart. van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 14 Jan. 1864); 5°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs ('s Gravenhage, 22 Jan. 1864); 6°. GUNNING, Secretaris van het Provinc. Utr. Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, Dec. 1863); 7°. D. F. VAN

DER PANT, 1sten Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam (22 Dec. 1863); 8°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij: tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 27 Dec. 1863 en 16 Jan. 1864); 9°. J. H. DE STOPPELAAR, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen (Middelburg, 14 Dec. 1863); 10°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap gevestigd te Utrecht (Utrecht, Dec. 1863); 11°. D. BUDDINGH, Bibliothecaris der Kon. Akademie te Delft (Delft, 19 Jan. 1864); 12°. WASZINK, Corresponderend lid der Kon. Akademie van Wetenschappen (Batavia, 4 October 1863); 13°. ROBERT THALÉN, Bibliothécaire de la Société Royale des Sciences à Upsal (15 Sept. 1863); 14°. E. H. WEBER, Secretär der Math.-phys. Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 22 Aug. 1863); 15°. CHRISTENER, Bibliothekar der Schweizerischen Gesellschaft für die Gesammten Naturwissenschaften (Bern, 17 April 1863).

Al deze brieven worden aangenomen voor berigt.

Is ingekomen een schrijven van den Heer W. H. MILLER, Secretaris van de Royal Society te Londen, gedagteekend 1ª dezer, meldende, dat de Raad van Bestuur geruimen tijd reeds zich onledig houdt, met de uitgave van een Catalogus voor te bereiden van de wetenschappelijke bijdragen, geplaatst in de Annales van geleerde maatschappijen en Wetenschappelijke tijdschriften van den jare 1800 tot 1863, en beleefdelijk verzoekende om aanvulling van eene bij-

gaande lijst, met aanteekening van zoodanige werken in onze bibliotheek aanwezig, als daarop niet gemist mogen worden.

De Secretaris berigt, dat de Commissie van Redactie geen bezwaar maakt de bijdragen van de Heeren F. KAISER en P. BLEEKER in de *Verslagen en Mededeelingen* op te nemen.

Wederom zijn ingekomen met begeleidende missive van den Heer C. VAN DER STERR, Helder 27 dezer, veertien Tabellen van waargenomen waterhoogten, gedurende de maanden Augustus en September 1859, die, als naar gewoonte, zijn in handen gesteld van de Commissie over de daling van den bodem in Nederland.

De Secretaris rapporteert, kort na den afloop der vorige Vergadering, een schrijven te hebben ontvangen van wijlen ons Medelid VAN DER KUN, met mededeeling van eenige bijzonderheden den Paalworm betreffende, opgedaan bij gelegenheid zijner jongste reis langs de zeehavens aan de kust der Noordzee van Ostende tot Boulogne; welke mededeeling was in handen gesteld van de Commissie tot wering van den Paalworm.

Voor de *Verslagen en Mededeelingen* zijn ingezonden geworden door den Heer P. BLEEKER twee Bij-

dragen, ten titel voerende: *Description de quelques espèces nouvelles des genres Gymnothoraæ, Strophidon et Gymnomuraena de l'Inde Archipélagique* en *Systema Muraenorum revisum.*

Voorts zijn der Afdeeling aangeboden geworden bij letteren van den Heer P. BLOMMENDAL, Overschie, 15 dezer, *Beschouwingen van de drukking des dampkrings, in toepassing op eene nieuwe zuigpompinrigting.*

Alle welke stukken zullen verzonden worden naar de Commissie van Redactie.

De Commissie tot wering van den Paalworm brengt daarop bij monde van den Heer VON BAUMHAUER haar jaarlijksch rapport uit, eindigende met twee voorstellen, om zich namelijk, onder aanbieding van dit verslag, tot de hooge Regering te wenden met het verzoek, dat 1°. bij een der eerste uit te voeren werken op onze kusten eene proeve in het groot worde genomen, waarbij men goed gecreosoteerd hout gebruike zonder bekleeding met koperen platen of wormnagels, en 2°. dat door Z.E. den Gouverneur-Generaal van Neêrlands Indië aan een deskundige op Java een onderzoek op het paalwormwerend vermogen der verschillende aldaar voorkomende houtsoorten worde opgedragen.

De Vergadering vereenigt zich met het Rapport en de Conclusie onder dankzegging aan de Commissie.

Wegens het vergevorderde uur, geeft de Heer VAN

DER BOON MESCH te kennen, dat hij zijne wetenschappelijke bijdrage tot de volgende bijeenkomst wenscht uit te stellen.

De Heer KAISER spreekt over de graadmeting in Midden-Europa door den Luitenant-Generaal BAEYER ontworpen, die de Pruissische Regering tot een voorwerp van hare bijzondere zorgen stelde. Uit de werken van den Luitenant-Generaal BAEYER blijkt, dat ook ons vaderland door de Pruissische Regering is uitgenoodigd, om aan de ontworpen graadmeting mede te werken, en dat, in de hoop op eene gunstige beslissing van onze zijde, het Observatorium te Leyden als een der hoofdpunten in het ontwerp is opgenomen. De Heer KAISER, voorlang reeds geroepen om de Nederlandsche Regering in deze zaak voor te lichten, kon eerst op den dag van gisteren bepaalde voorstellen bij de Regering indienen, omdat de voorbereidende werkzaamheden eene groote zwarigheid aan het licht hadden gebragt. Er ontstond een twijfel aan de naauwkeurigheid der driehoeksmetingen hier te lande door den Luitenant-Generaal KRAYENHOFF volbragt, die aanvankelijk bestemd waren om in de ontworpen graadmeting opgenomen te worden. De Heer KAISER geeft een verslag van eene gestrenge critiek, waaraan de Heer Dr. L. COHEN STUART te Delft op zijn verzoek de metingen van den Luitenant-Generaal KRAYENHOFF onderworpen heeft. Daaruit is gebleken, dat de genoemde metingen de naauwkeurigheid missen die haar steeds toegekend is, en dat ons Vaderland niet op eene eervolle wijze aan de ontworpen groote

graadmeting zoude kunnen medewerken, zonder eene gedeeltelijke hernieuwing der metingen door den Luitenant-Generaal KRAYENHOFF ten uitvoer gebragt.

De Heer BUYS BALLOT biedt der Afdeeling ten geschenke aan eene brochure van zijne hand, getiteld: *Toelichting van de gronden waarop stormen verwacht worden en waarop het hijschen van stormsignalen steunt.*

De Heer C. A. J. A. OUDEMANS biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan een stukje, dat tot opschrift draagt: *Remarques sur le genre Leptonychia de l'ordre des Tiliacées, suivies d'une description de Leptonychia glabra Turcz*, waarop tot verzending naar de Commissie van Redactie besloten wordt.

Daar niemand iets meer voor te stellen heeft, sluit de Voorzitter de Vergadering.

VIJFDE VERSLAG

OVER

DEN PAALWORM.

In de Vergadering van 27 November 1858 maakte onze zoo algemeen geachte, thans helaas ontslapen Secretaris voor het eerst de Afdeeling opmerkzaam op de verwoestingen door den Paalworm aangerigt, waarop zijne aandacht gevestigd was geworden door de bijkans volkomen vernietiging van al de havenpalen te Nieuwendam. Ieder onzer, die deze Vergadering bijwoonde, herinnert zich nog levendig zijne overtuigende woorden, waarmede hij de belangstelling der leden onzer Afdeeling inriep in deze voor ons Vaderland zoo noodlottige plaag. Zijn voorstel ter benoeming van eene Commissie, zoowel tot het bijeenzamelen en onderzoeken van alles wat over dit punt bekend was, alsook tot het opsporen van middelen ter wering van dit kwaad, werd dan ook met algemeene stemmen aangenomen, en VROLIK tot Voorzitter dier Commissie benoemd. Met welken ijver hij in deze Commissie werkzaam geweest is, daarvan getuigen de vier verslagen, die achtereenvolgend in de Afdeeling door hem zijn uitgebragt en die grootendeels zijn werk waren. Door meer bevoegden worde het verlies geschetst, dat de wetenschap, de Akademie en zijne talrijke vrienden door zijn vroegtijdig af-

sterven hebben geleden, Uwe Commissie, waarvan hij de ziel was, mag bij het uitbrengen van haar Vijfde Verslag niet verzwijgen, welk een groot verlies ook zij door den dood van VROLIK heeft ondergaan.

Zoo als uit onze vorige verslagen blijkt, is het aantal der aan het Nieuwe Diep en te Stavoren aan de proefneming onderworpen palen jaarlijks sterk afgenomen, doordien alleen die palen aan een verder onderzoek zijn onderworpen, die bij het onderzoek bleken nog volkomen aan het indringen van den Paalworm weêrstand te hebben geboden, of waaromtrent bij Uwe Commissie nog eenige twijfel bestond. Van de verschillende als behoedmiddelen tegen de verwoestingen door den Paalworm aanbevolen bedekkingen of inpersingen is, zoo als uit het Vierde Verslag blijkt, niets overgebleven dan het creosoot en de paraffineolie.

De uitkomst der proefnemingen gedurende het jaar 1863 is daarom belangrijker dan die van het jaar 1862, omdat wij nu palen hebben onderzocht, die, in de maand Julij 1860 te water gebragt, in het najaar van 1862 daaruit zijn genomen, en na, bij het onderzoek in October van dat jaar, met den dissel ter dikte van om en nabij een centimeter van hunne buitenste laag beroofd te zijn, weder in het water zijn geplaatst. De palen, die ook na deze verwijdering der buitenlaag aan de verwoestingen door den Paalworm hebben weêrstand geboden, bewijzen, dat het gebruikte behoedmiddel niet slechts het hout beschermt tegen het vasthechten van den jongen Paalworm, zoolang de oppervlakte gaaf is, maar ook nog dan, wat in de praktijk van groot gewigt is, wanneer door het aanvaren van schepen, het inslaan van boomhaken, enz. die oppervlakte beschadigd is geworden; terwijl, wat van niet minder belang is, zoodanig bereid hout ook kan gebruikt worden tot zeewerken, bij wier in elkander plaatsing hier en daar stukken moeten worden

afgestoken. Doch vermelden wij eerst den uitslag onzer proefnemingen.

Zoowel aan het Nieuwe Diep als te Stavoren werden in October 1863 de palen uit het water genomen en naar Amsterdam opgezonden, alwaar zij in November door ons werden onderzocht. De *onbereide* greenen en eiken palen waren sterk door Paalworm aangetast en met flink levende individu's gevuld, waardoor het bewijs geleverd werd, dat op beide stations, gedurende het jaar 1863, de Paalworm zijne vernielende werking had uitgeoefend.

Uit Stavoren onderzochten wij den greenen paal met paraffine-olie behandeld, die bij het vorig onderzoek (zie Vierde Verslag) onaangetast bevonden, en toen weder te water gebragt was; bij dit onderzoek vonden wij er een paar sterk ontwikkelde Paalwormen in, even als in een anderen greenen paal, die eveneens met paraffine-olie behandeld, sedert Julij 1860 te Stavoren in het water was geweest, en nog aan geen onderzoek, dus ook aan geen afkapping was onderworpen geworden. Ook de met paraffine-olie behandelde eiken paal, die sedert 1860 te Stavoren in het water was geweest, was sterk door den Paalworm aangetast.

De met paraffine-olie doortrokken palen, die naar het Nieuwe Diep overgezonden waren, gaven dezelfde ongunstige resultaten.

De greenen paal, in 1862 reeds onderzocht en toen nog vrij van Paalworm, maar aangetast door eene andere diersoort, behoorende tot de klasse der crustaceën, welke even eens kanalen vormt, maar van veel geringere afmeting en zonder kalklaag, werd nu op nieuw door dit diertje aangetast bevonden, maar daarenboven vonden wij er nog vele Paalwormen in. De nu voor het eerst onderzochte met paraffine-olie behandelde greenen en eiken palen, die sedert 1860 in het water geweest waren, bevatteden beiden Paalwormen.

De paraffine-olie, over wier werking wij tot dusverre nog eenigen twijfel gevoed hadden, moet dus ook gebragt worden tot de vele stoffen, die het hout niet tegen den Paalworm kunnen beveiligen.

Ons vorig Verslag vermeldt de uitkomst van het onderzoek der palen, volgens voorschrift van den Heer VAN RIJSWIJK behandeld; bij dat onderzoek waren twee eiken en een der twee greenen palen sterk door Paalworm aangetast gevonden; in den tweeden greenen paal waren daarentegen geen Paalwormen aangetroffen en deze was daarom weêr te water gebragt; bij ons laatste onderzoek bleek ook die paal sterk aangetast te zijn, zoodat ook het door den Heer VAN RIJSWIJK aanbevolen middel onvoldoende moet geacht worden. Er blijven dus alleen de gecreosoteerde palen over, en welke is de ondervinding die wij daarvan hebben opgedaan?

Wij herinneren uit onze vorige verslagen, dat wij aan het onderzoek hebben onderworpen een stel palen, gecreosoteerd in de Amsterdamsche fabriek der Maatschappij tot houtbereiding tegen bederf, en een ander stel in Engeland gecreosoteerd in de fabriek van den heer BOULTON. De eerste zijn te water gebragt in Julij 1860, de laatste in Augustus 1861. Bij het eerste onderzoek in 1862 waren de greenen palen uit de Amsterdamsche fabriek zoowel te Stavoren als aan het Nieuwe Diep onaangetast gebleven; van alle zijden met den dissel van hunne buitenlaag bevrijd, werden zij toen weder in het water gebragt, en bij ons laatste onderzoek, waar natuurlijk de buitenlaag op nieuw werd afgekapt, is geen spoor van Paalworm gevonden, wij zullen ze nu op nieuw te water doen brengen. Een eveneens in de Amsterdamsche fabriek gecreosoteerde greenen paal, sedert 1860 te Stavoren, en een andere aan het Nieuwe-Diep aan het water blootgesteld, en nog niet onderzocht, bleken bij ons laatste onderzoek volkomen gaaf

te zijn, en zullen dus op nieuw aan een onderzoek onderworpen worden.

In de gecreosoteerde eiken palen uit de Amsterdamsche fabriek waren, zoowel in die van Stavoren als in die van het Nieuwe Diep, sporen van Paalworm gevonden. Uit de laatste was het aangetaste gedeelte uitgehakt, en de paal weder te water gezet, bij ons laatste onderzoek bleek, dat juist weder op dezelfde plaats Paalwormen waren ingedrongen; wij hebben die plaats weêr doen uithakken, en zullen den paal aan een nieuw onderzoek onderwerpen.

De in de Amsterdamsche fabriek bereide eiken paal, sedert 1860 aan het Nieuwe Diep aan den invloed van het zeewater blootgesteld, en nog niet onderzocht, bleek bij ons laatste onderzoek door den Paalworm hier en daar aangetast.

De met den laatsten overeenkomende eiken paal uit Stavoren, bleek bij ons laatste onderzoek vrij van Paalworm; wel vonden wij op één plaats kleine gaatjes van 1 millimeter doorsnede, doch het gemis van een kalkkoker en de rigting dezer gaten loodregt op de houtvezels doen ons vermoeden, dat deze gangen niet aan den Paalworm, maar aan een ander dier moeten worden toegeschreven, dat het hout waarschijnlijk vóór de creosotering heeft doorknaagd; wij hebben die plaats doen uithakken, en zullen den paal op nieuw te water doen brengen.

De gecreosoteerde palen, die wij uit de fabriek van den heer BOULTON ontvingen, waren dennen, beuken en populierhout. Ons vorige Verslag vermeldt de voorloopig gelukkige uitkomsten met deze palen verkregen, ons laatste onderzoek heeft die bevestigd. Noch de bij het eerste onderzoek van hunne buitenlaag ontdane, noch de voor het eerst onderzochte palen zoowel uit Stavoren als uit het Nieuwe Diep hebben het minste spoor van aantasting door den Paalworm vertoond.

Deze zijn de uitkomsten van het onderzoek Uwer Com-

missie gedurende het jaar 1863. Zij had gehoopt in dit Verslag resultaten te kunnen mededeelen aangaande de proefnemingen met palen doortrokken met ruwe steenolie, waarvan in het vorige Verslag reeds gesproken is; hare pogingen echter tot verkrijging van aldus bereide palen waren steeds vruchteloos gebleven, en zij greep dus gretig de gelegenheid aan, welke haar aangeboden werd door eene missive van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken, van 22 Julij 1863, 3e Afdeeling N°. 143, begeleidende een adres van den heer B. J. LIENDERS te Venlo, waarin deze aan Z. E. het doortrekken van palen met steenolie als behoedmiddel tegen de vernieling door den Paalworm aanprees. Op voorstel der Commissie beantwoordde de Afdeeling deze missive door de volgende, de dato 13 October, 1863.

„In de jongste gewone Vergadering der Natuurkundige „Afdeeling van de Koninklijke Akademie van Wetenschap„pen is ingebragt de brief van Uwe Excellentie, gedagtee„kend 's Gravenhage 22 Julij 1863, N°. 143, 3de Afdeeling, „strekkende tot geleide van teruggaand adres van den Heer „P. J. LIENDERS te Venlo."

„Reeds sedert geruimen tijd tracht de Afdeeling gevolg „te geven aan het voornemen, dat zij ook in haar jongst „Verslag over den Paalworm, aan Uwe Excellentie kenbaar „maakte, om proeven met Petroleum als beveiligingsmiddel „van hout tegen den Paalworm te nemen. Hare zienswijze „strookte dus ten eenemale met die van den Schrijver van „het adres. — Maar de moeite zit in de wijze van door„trekken van het hout met Petroleum. — Diegene, welke „door den Schrijver van het adres wordt voorgesteld, beveelt „zich niet aan door practische uitvoerbaarheid. — Sedert „geruimen tijd heeft dan ook een Lid der Afdeeling daar„omtrent met bevoegde autoriteiten gecorrespondeerd en, na

„vele vroegere vruchtelooze pogingen is het gelukt bij de „Commissie voor de Staatsspoorwegen bereidvaardigheid te „ontmoeten, tot het opnemen in haar bestek van het door„trekken met Petroleum van een stel palen. — Daartoe „wenschte genoemde Commissie eene magtiging van Uwe „Excellentie. — Indien nu door de 11de Afdeeling, Spoor„wegen, bij Uw Departement, aan de Akademie met Petro„leum doortrokken palen worden geleverd, is de Commissie „der Afdeeling bereid proeven daarmede te nemen, ten op„zigte van den weêrstand dien zij bieden tegen de vernie„ling van den Paalworm."

„Tot heden is Creosoot, mits goed bereid en goed aan„gewend, het eenige middel waarvan zij reden heeft iets „goeds te verwachten. Het Petroleum heeft daarmede veel „overeenkomst. — De vraag zal dus wezen, welk van de „beide middelen, Creosoot of Petroleum, zoo onze proeven een „goeden uitslag blijven vertoonen, het gemakkelijkst en het „goedkoopst op groote schaal aanwendbaar zal blijken te zijn."

„De Afdeeling verzoekt derhalve door tusschenkomst Uwer „Excellentie te mogen ontvangen:

10 Greenen palen, 2 El lang van 1 vierk. palm.
10 Eiken palen, dito dito.

„met ruwe Petroleum doortrokken, welke door de Commissie „uit de Afdeeling op haar station te Nieuwe Diep aan de „proefneming zullen worden onderworpen."

Het antwoord echter van Z. E., de dato 9 Nov. 1863, 1e Afdeeling (Spoorwegen) N°. 264 ontvangen, doet geen spoedige afdoening dezer zaak verwachten. De missive luidt als volgt:

„Ik had de eer te ontvangen Uw rapport van 13 Octo„ber jl. N°. 73, betreffende het bezigen van Petroleum ter „beveiliging van hout tegen Paalworm."

„Aan Uw voorstel, dat ter beproeving greenen palen met „ruw Petroleum doortrokken aan de Afdeeling worden ge„leverd, kan voor als nog niet wel worden voldaan."

„Tegen de bereiding van hout met Petroleum op eene „der stapelplaatsen van de Staatsspoorwegen, waar die be„reiding zou moeten geschieden, is bezwaar."

„Op die stapelplaatsen is toch meestal eene groote hoe„veelheid bereide en onbereide dwarsliggers en creosootolie „voorhanden en ligt zouden dáár door het zoo zeer ontvlam„bare ruwe Petroleum ongelukken kunnen ontstaan."

„Indien de bereiding met creosootolie op eene der sta„pelplaatsen geheel is afgeloopen en het hout vervoerd, zou „op die stapelplaats hout met ruw Petroleum kunnen wor„den doortrokken, zoo niet reeds vóór dien tijd dergelijke „bereiding elders mogt zijn beproefd."

De Commissie mogt zich ook in het afgeloopen jaar verheugen in de belangstelling, welke de Regering, de Waterstaat en partikulieren in hare onderzoekingen blijken te stellen. De Hoofdingenieur van den Waterstaat in het 6e district (Noord-Brabant), de Heer RIJSTERBORGH, deelde aan de Afdeeling het volgende Verslag mede, van den Ingenieur van den Waterstaat L. H. J. J. MAZEL, betrekkelijk het ontdekken van den Paalworm in de schutsluis aan de uitmonding van Mark en Dintel.

„Na de droogmaking van de scheepvaartopening van de „*sluizen* van *Mark en Dintel* is het gebleken, dat door den „Paalworm daaraan veel schade is toegebragt."

„De puntstukken van de hooge vloeddeuren, welke slechts „gedeeltelijk met koperen platen zijn bedekt, zijn, voor zoo„ver dit niet geschied was, geheel doorknaagd, zoo ook aan „de binnenzijde van den slagbalk en de puntstukken der „ebdeuren."

„Op den eikenhouten vloer in de sluiskamer ziet men „bijna overal nog de sporen van den Paalworm."

„De puntstukken en slagbalken voor de waaijerdeuren, „zijn mede bijna geheel doorknaagd, doch opmerkelijk is, dat „de slagbalk van deze waaijerdeuren, aan de binnen- of zoet- „waterzijde, ook geheel door dien worm is aangedaan."

„Van de twee eikenhouten ebdeuren, in 1851 geheel ver- „nieuwd, zijn de onderste gedeelten van de voor- en achter- „harren, zoomede de schrankschoren en bekleeding, in vrij „erge mate door dien worm beschadigd, en heeft men zelfs „de sporen daarvan gevonden in de achterharren van de „waaijerdeuren in 1858 vernieuwd, en wel aan de boven- of „zoetwaterzijde van het sas."

„Nu reeds een naauwkeurig onderzoek in te stellen, tot „hoe ver de Paalworm in die verschillende gedeelten is door- „gedrongen, was niet mogelijk, daar men zich dit jaar be- „paald heeft tot het verrigten der noodzakelijkste herstellin- „gen, vereischt om het volgende jaar met gerustheid te kunnen „afwachten."

„In het jaar 1864 zal dit gedeelte van de sluis weder „drooggemaakt worden, de verschillende puntstukken en slag- „balken vernieuwd, en de eikenhouten vloer door eenen van „hardsteen worden vervangen, en daarbij al het houtwerk, „dat door den Paalworm aangerand kan worden, met blad- „koper of koperen platen te bedekken, of wel met ijzeren „wormnagels te bespijkeren; zoodat alsdan de sluisvloer met „toebehooren met een koperen, ijzeren of steenen harnas „voorzien zal zijn tegen dien alles vernielenden vijand."

„De eikenhouten ebdeuren zullen vervangen worden door „deuren vervaardigd van gecreosoteerd greenen hout, doch de „waaijerdeuren zullen weder van eikenhout worden vervaar- „digd, op voldoende hoogte met bladkoper te voorzien."

„Bij het wegbreken van de meest aangetaste deelen van „de puntstukken der hooge vloerdeelen heeft men geen

„Paalwormen, maar verscheidene Ringwormen (Lycorus fucata) „gevonden; zie bladzijde 18 van het *Verslag over den Paal-* „*worm*, uitgegeven door de Natuurkundige Afdeeling der „Koninklijke Akademie van Wetenschappen."

„De gebreken thans zoo spoedig doenlijk moetende her- „steld worden, zal een naauwkeurig onderzoek tot het vol- „gende jaar moeten worden uitgesteld, om na te gaan in „welke mate de verschillende deelen zijn aangetast, doch „vleije mij nog in de gelegenheid te kunnen zijn hierop „alsdan terug te komen, en daarover een meer uitvoerig „Verslag te kunnen uitbrengen."

„Daar de overtuiging nu verkregen is, dat bij de sluizen „van Mark en Dintel, ook die onderdeelen zijn aangetast, „welke meest in zoet water gelegen zijn, moet men daaruit „opmaken, dat van de suatiesluis mede enkele plaatsen door „den Paalworm kunnen zijn aangetast, en men het raadzaam „geoordeeld heeft aan het Heemraadschap voor te stellen, „die opening in 1865 af te dammen en te onderzoeken, „en zoo daaraan belangrijke herstellingen en vernieuwingen „moeten plaats grijpen, die alsdan in 1866 te doen uitvoeren."

De door zijne onderzoekingen over den Paalworm zoo verdienstelijke Heer P. KATER, te Nieuwendam, deelde, bij missive van 25 Nov. 1863, mede, dat gedurende het afgeloopen jaar de Paalworm zich aldaar niet heeft vertoond; zijne proefhouten, op verschillende tijden onderzocht, bleken geheel daarvan verschoond te zijn. Z. E. heeft nog levende Paalwormen, die hij, door het zeewater in de flesschen van tijd tot tijd te vernieuwen, nu reeds meer dan drie jaren in leven heeft gehouden; de Ringworm echter, waarvan in het vorige Verslag sprake was, is, nadat Z. E. dien 35 maanden in leven had gehouden, gestorven.

Hoogst aangenaam was aan de Commissie de toezending door ons geacht, helaas voor weinige dagen overleden, me-

delid, den Heer VAN DER KUN, die eene reis langs eenige havens van Frankrijk en België had gedaan, van de volgende nota:

„De Ingénieur des ponts et chaussées CREPIN is sinds „eenige jaren te *Ostende* belast met het doen van proeven „omtrent den Paalworm, met hout dat onder zijn opzigt is „gecreosoteerd."

„Hij verhaalt, dat het onder zijne leiding bereide hout, „sinds *zeven* jaren op uitmuntende wijze van het lastige „dier bevrijd blijft."

„Het was hem bekend, dat proeven in Engeland zeer goed „waren gelukt, terwijl dit in andere landen niet het geval was."

„Zoo had een Ingenieur te Bordeaux, met aldaar bereid „hout ondervonden, dat het van den Zeeworm door de cre„osoot niet was bevrijd: eenige te Ostende bereide dwars„liggers, later naar Bordeaux gezonden, hadden dáár, even „goed als te Ostende, aan het doel beantwoord."

„Volgens den Heer CREPIN, oefent de wijze van bereiding „van het hout, en vooral de hoedanigheid van de *olie* die „men bezigt, zeer grooten invloed uit."

„De Heer CREPIN heeft mij in staat gesteld, de twee in„liggende brochures aan de Commissie voor den Paalworm „aan te bieden."

„Ik voeg er, ter *inzage*, bij eene brochure van den Heer „ROTTIER, waarvan ik slechts *een* exemplaar heb, dat ik „mitsdien moet terugvragen."

„Vermoedelijk zijn deze stukjes aan de Commissie reeds „bekend; zij houde mij niettemin de toezending ten goede."

„Te Boulogne werd mij door den Ingenieur LE BLANC „verhaald, dat, bij de in aanbouw zijnde havenwerken te „*Sunderland*, men de havenhoofden in gecreosoteerd hout „maakt, onder de leiding van den Ingenieur MEIK (Resident „Engineer)."

„Ook te Ostende gebruikt men gecreosoteerd greenen hout „aan de havenhoofden; het wordt evenwel op eenige hoogte, „doch op mindere hoogte dan vroeger, met wormnagels be„kleed."

„Bij de ontworpen werken voor de havenhoofden te Nieuw„poort, zou men, volgens den Heer CREPIN, mede van ge„creosoteerd greenen hout gebruik maken."

„Eene algemeene opmerking, die ik op de gedane reis „langs eenige havens in Frankrijk en in België, aan de „kust der Noordzee, heb gemaakt, is, dat de werking van „den Zeeworm veel geringer is in die havens, alwaar van „tijd tot tijd uitstrooming van landwater plaats heeft."

„Welligt is dit van invloed op de uitkomst te Ostende „verkregen. Te Duinkerken, waar vroeger veel Zeeworm was, „heeft men er thans geen last van; wat daarvan de reden „is, bleef voor mij duister."

De eerste brochure van den Heer CREPIN was aan uwe Commissie bekend; de daarin vervatte resultaten heeft zij medegedeeld in haar Derde Verslag op pag. 8 en 9, de tweede brochure heeft betrekking op later te Ostende genomen proeven, die ten volle de ondervinding bevestigen, door uwe Commissie gedurende hare vijfjarige proefnemingen opgedaan.

Zoo als wij in ons Derde Verslag gezegd hebben, bewezen ook de proeven te Ostende genomen met beukenhout, dat op de wijze van BOUCHERIE met zwavelzuur koperoxyde was doortrokken, dat dit zout het hout niet tegen den Paalworm beschut.

De door den Heer CREPIN medegedeelde proeven met gecreosoteerde palen hebben alleen betrekking op greenen hout. De eerste, vroeger medegedeelde, proeven schijnen genomen te zijn met palen, waarvan de creosotering veel te wenschen overliet, hetgeen blijkt uit de uitdrukking, dat *de creosoot alleen de oppervlakte van het hout door-*

dringt, en dat bij de gecreosoteerde palen, waarin bij het eerste onderzoek eene zaagsnede was gemaakt, bij het tweede onderzoek juist dáár de Paalworm bleek te zijn ingedrongen.

Voor de latere, in de tweede brochure beschreven, onderzoekingen is de creosotering der greenen palen met zeer veel zorg geschied. Daartoe is goed droog hout genomen, dat gedurende $2\frac{1}{2}$ uur in een ijzeren cylinder aan eene luchtverijling van 0,21 à 0,27 mm. kwikdrukking is blootgesteld, waarna de creosoot, vooraf tot 55° C. verwarmd, werd toegelaten; de vulling van den cylinder met creosoot duurde 15 minuten en de daaropvolgende persing $4\frac{1}{2}$ uur, waarbij men tot eene drukking van $8\frac{1}{2}$ atmospheren ging. De palen hadden daardoor gemiddeld 80% van haar oorspronkelijk gewigt aan creosootolie opgenomen. Tot deze creosotering was creosootolie gebruikt, waarin minstens 10% phenylalkohol (phenylzuur) door een bepaald onderzoek was aangetoond. De administratie der Belgische Staatsspoorwegen schrijft namelijk aan deze stof zoowel de bederf- als ook de paalwormwerende eigenschap van de zoogenaamde creosootolie toe. Na het liggen gedurende ruim een jaar in het water te Ostende, waar de Paalworm sterke verwoestingen aanrigt, kon aan geen dezer palen eenig spoor van het indringen van den Paalworm worden opgemerkt. De Heer CREPIN besluit zijn rapport met deze woorden, die wij volkomen beamen:

„Il est donc permis dès à présent de pressentir l'influ„ence qu'exercera l'emploi des bois de sapin créosotés dans „les travaux à la mer, tant sous le rapport de l'économie „que sous celui de la durée des ouvrages en charpente. Nous „pensons que l'on peut renoncer au mailletage sans crain„dre l'invasion du taret, et nous avons la conviction que „les bois de sapin créosotés peuvent être employés avec

„succès à la construction d'estacades, revêtements en char-„pente, portes d'écluses, vannes etc."

„Pour ce qui concerne la construction des estacades, nous „devons faire remarquer que l'aubier du sapin s'imprégnant „beaucoup mieux de créosote que le bois parfait, il sera „avantageux de prescrire l'emploi de bois ronds au lieu de „bois équarris, ordinairement mis en usage."

„Les bois ronds seront beaucoup mieux imprégnés sur „toute la surface qu'il s'agit surtout de préserver, et par „suite de l'économie sur le prix du bois, on pourra emplo-„yer sans augmentation de dépense des bois présentant un „plus grand volume, et conséquemment une plus grande „résistance."

„Ces résultats n'ont peut-être pas été obtenus d'une ma-„nière aussi concluante dans les divers pays où des expé-„riences semblables ont été entreprises; aussi, croyons nous „devoir appeler l'attention des personnes intéressées sur le „mode de préparation des bois, et surtout sur la qualité „des créosotes employés."

Uit een zeer verdienstelijk onderzoek niet over het paalwormwerend, maar over het bederfwerend vermogen van de z. g. creosootolie door den Heer M. D. ROTTIER, hetwelk opgenomen is in de *Bulletins de l'Académie Royale de Belgique*, 2me Série tome XV, N°. 3, schijnt de bewering, dat het phenylalkohol-gehalte van de creosootolie hare deugdzaamheid zoude bepalen, in twijfel te moeten worden getrokken; de Heer ROTTIER schrijft hare werkzaamheid toe aan eene groene olie, die eerst bij eene hoogere temperatuur (260° C) vlugtig is. Wat hiervan zij, zullen latere onderzoekingen moeten leeren; dit is echter uitgemaakt, dat de aard der gebruikte creosootolie, en de wijze van inpersing in het hout van zeer grooten invloed zijn; onze proeven bevestigen dit ten volle.

Reeds eene oppervlakkige beschouwing eener doorsnede van de gecreosoteerde palen uit de fabriek van den Heer BOULTON toont aan, hoe volkomen het inpersen der creosootolie aldaar plaats vindt; waarbij de palen, in de Amsterdamsche fabriek gecreosoteerd, zeer ten achteren staan. Vooral de eiken palen zijn zeer onvolkomen doortrokken, en juist hieraan is het toe schrijven, dat deze bij onze proefnemingen zoo weinig gunstige resultaten hebben opgeleverd. Deze onvolkomene doortrekking kunnen wij echter niet geheel en al aan de bewerking toeschrijven; daar de struktuur van dennen-, beuken- en populierhout, de eenige houtsoorten, die wij uit de Engelsche fabriek ontvingen, niet is te vergelijken met die van het veel digtere eikenhout, waarin de creosootolie natuurlijk veel moeijelijker doordringt. De Heer A. SNATERSE, tegenwoordig direkteur der Amsterdamsche fabriek, is dan ook met ons van gevoelen, dat de bewerking in zijne fabriek verbeteringen moet ondergaan; bij missive van 30 October 1863 deelt hij ons mede: „Door proefnemingen zijn wij tot de meening ge„leid, dat wij een paar zeer gewigtige verbeteringen nog „zouden kunnen aanbrengen in het creosoteren als middel „tegen den Paalworm," en verzoekt Z. E. ons de vergunning om nog palen, naar deze verbeterde methode bewerkt, te mogen inzenden, om aan onze proefneming te worden onderworpen; het spreekt wel van zelf, dat wij dit aanbod volgaarne hebben aangenomen. Nu echter de Staat zijne eigene inrigtingen bezit tot creosotering der dwarsliggers voor de Staatsspoorwegen, vermeenen wij de aandacht der Regering op de straks vermelde, in België genomen proeven te moeten vestigen.

Vatten wij de uitkomsten onzer proefnemingen te zamen, vooral in verband met de op dezelfde wijze, alleen voor zwavelzuur koperoxyde en creosootolie in België genomen proeven, zoo vermeenen wij geregtigd te zijn tot de volgende conclusiën:

I°. Dat het besmeren der oppervlakte van het hout met de meest verschillende stoffen, om ze alzoo met eene huid te bedekken, waarop de jonge Paalworm zich niet zoude kunnen hechten, bevonden is onvoldoende te zijn, dewijl wanneer de huid door de schuring of het oplossend vermogen van het water of door andere oorzaken, ook slechts op een klein stipje, beschadigd is geworden, die dikwijls voor het oog onzigtbare beschadiging den toegang aan het nog microscopische diertje verschaft. Ditzelfde geldt wel is waar voor de bekleeding van het hout met koperen platen of met de zoogenaamde wormnagels, zoo als daaruit blijkt, dat door ons ook in met wormnagels bekleede palen paalwormgangen zijn gevonden, maar deze omkleedingen weêrstaan beter dan de zoo even besproken bestrijkingen, aan de verschillende invloeden; daarenboven wordt door de oxydatie van het ijzer der wormnagels op de oppervlakte van den paal eene harde zamenhangende korst van ijzerroest gevormd, die het indringen van den Paalworm verhindert.

II°. Dat het doortrekken van het hout met oplosbare anorganische zouten, die men als voor dieren vergiftige stoffen beschouwt, het niet tegen de verwoesting van den Paalworm beschut; de reden daarvan moet voor een deel daarin gezocht worden, dat deze zouten door het zeewater uit het hout worden uitgeloogd, voor een ander deel daarin dat sommige dezer zouten voor den Paalworm niet vergiftig schijnen te zijn.

III°. Dat onder al de verschillende door Uwe Commissie onderzochte middelen er slechts één is, hetwelk met groote waarschijnlijkheid een waar behoedmiddel tegen de verwoesting van het hout door den Paalworm kan worden genoemd, namelijk de creosootolie; doch dat bij het gebruik van dit middel op de hoedanigheid van de creosootolie, op de wijze waarop het hout daarmede doortrokken

wordt, en eindelijk op de soort van hout, die men aan de creosotering onderwerpt, vooral moet worden gelet.

IV°. Dat een nader uitvoerig onderzoek moet worden ingesteld op de creosootolie, anders gezegd de zware olie, die bij de destillatie van de steenkolenteer wordt verkregen, om te bepalen, aan welke der vele in deze olie voorkomende stoffen de wering van den Paalworm voornamelijk moet worden toegeschreven. Bij dit onderzoek kunnen tevens proeven met steenolie worden genomen, hoewel door den veel te hoogen prijs van deze olie, vergeleken met dien van de creosoot-olie, ook bij gelijke werking de voorkeur aan de creosoot-olie zal moeten gegeven worden.

Hiermede zoude Uwe Commissie hare taak als geëindigd kunnen beschouwen, ware het niet dat zij haar oordeel over de werking van de creosoot-olie op een langer onderzoek dan van drie jaren wenschte te vestigen.

Uwe Commissie vermeent echter, dat uit haar onderzoek reeds dit met zekerheid is gebleken, dat eene goede creosotering het hout tegen de vernieling door den Paalworm beschut; voor hoe langen tijd echter moet eene langere ondervinding leeren, eene ondervinding, die niet kan verkregen worden alleen door proeven, zoo als die door Uwe Commissie kunnen worden genomen. Zij is van oordeel, dat de Afdeeling zich, onder aanbieding van dit Verslag, tot de Hooge Regering moet wenden met het verzoek, dat Zij bij een der eerste uit te voeren werken op onze kusten eene proef in het groot neme, waarbij zij het gebruik van goed gecreosoteerd hout (liefst geen eikenhout) voorschrijve en de bekleeding met koperen platen of wormnagels achterwege late. Eene zoodanige proef kan voor het vervolg allen twijfel omtrent deze voor ons Vaderland en onze Koloniën zoo gewigtige aangelegenheid wegnemen.

Vooral met het oog op onze koloniën moeten wij nog de vraag behandelen, of er houtsoorten voorkomen, die

zonder eenige bereiding te hebben ondergaan, weêrstand bieden aan de vernieling door den Paalworm. Onze ongunstige ondervinding omtrent het zoogenaamde *mamberklak*, is in ons Derde Verslag medegedeeld; doch zoo als in ons Vierde Verslag is gezegd, hebben wij een hernieuwd onderzoek op dit hout ingesteld, waarvan wij in ons volgend Verslag het resultaat hopen mede te deelen.

In het door den ijverigen Algemeenen Secretaris der Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid, den Heer F. W. VAN EEDEN, gegeven verslag over de Internationale Tentoonstelling te Londen in 1862, voorkomende in het 4de Deel van het Tijdschrift dier Maatschappij, is op pag. 59 het volgende opgeteekend:

„Hetgeen echter de grootste waarde der gomboomen uit-
„maakt, is hunne duurzaamheid ook tegen den zoo gevrees-
„den Paalworm. Onder N°. 20 (West-Australië) was een
„paal van Jarrah-hout (Eucalyptus rostrata), die 29 jaar
„geplaatst is geweest aan een havenhoofd in de zee bij
„Freemantle. Het onderste gedeelte was onder water bloot-
„gesteld aan de aanvallen van den Paalworm, die in deze
„streken elk ander hout binnen zeer korten tijd vernielt;
„het middelste had afwisselend van wind en water en de
„top van zon en regen te lijden gehad. Een ander stuk
„van hetzelfde hout (N°. 39) heeft 31 jaren onder den
„grond gelegen, zonder door de witte mieren beschadigd
„te zijn. Het Jarrah-hout wordt, om deze eigenschappen,
„in Australië en Indië vooral voor spoorwegliggers ge-
„bruikt, terwijl de daarvan gebouwde schepen niet behoe-
„ven gekoperd te worden."

En op pag. 60:

„Verder waren ingezonden twee deurposten van Stringy-
„bark (Eucalyptus obliqua), die van 1815, dus 46 jaren,
„in den grond hebben gestaan, en andere stukken, die 40
„en 20 jaren in dergelijken toestand geweest zijn, zonder

„te hebben geleden. Een stuk van het hol van het stoom-
„schip *William IV*, gebouwd in 1830, en van eene soort
„van gomhout afkomstig, vertoonde geen noemenswaardig
„bederf."

Een uitvoeriger verslag daaromtrent vindt men in de *Uittreksels uit vreemde tijdschriften*, uitgegeven door ons Koninklijk Instituut van Ingenieurs 1863—1864, November, pag. 20.

Eindelijk moeten wij, ten opzigte van exotische houtsoorten met dankbaarheid vermelden de aan de Afdeeling gerigte missive van Z. E den Minister van Koloniën, gedagteekend 25 Maart 1863, N°. 78.

„Nadat, ten vorigen jare, door het Congres-Bestuur van
„het in de maand Junij j.l. te Middelburg gehouden 17de
„Nederlandsch Landhuishoudkundig Congres, eene voorloo-
„pige mededeeling had plaats gehad dér op genoemd Con-
„gres te behandelen punten rakende den kolonialen landbouw,
„heeft mijn ambtsvoorganger uit de mede ter behandeling
„gestelde vraag, omtrent het wederstandsvermogen van ver-
„schillende houtsoorten in Nederlandsch Indië tegen den
„invloed van den *Paalworm*, aanleiding genomen tot het
„verzoek aan den Gouverneur-Generaal van Nederlandsch
„Indië, om van de daartoe betrekkelijke, door genoemden
„Minister als Directeur der burgerlijke openbare werken in
„Nederlandsch-Indië en door den Inspecteur voor het Bosch-
„wezen in Nederlandsch Indië, den Heer J. H. G. JORDENS,
„aan het Indisch Bestuur gedane voorstellen, een afschrift
„aan het Departement van Koloniën te doen toekomen en
„daarbij tevens over te leggen den bijbehoorenden overzigts-
„staat van hetgeen hieromtrent door de hoofden van gewes-
„telijk bestuur op- en buiten *Java*, alsmede door de chefs
„van de Waterstaats-afdeelingen is gerapporteerd."

„Die afschriften zijn bij mijn Departement ontvangen, en
„ik heb de eer ze aan de Koninklijke Akademie van We-

„tenschappen ter kennisneming aan te bieden, met vrijlating „om daarvan bij nadere verslagen omtrent den Paalworm, „voor zooveel het der Akademie wenschelijk zal toeschijnen, „gebruik te maken."

„Na gebruik worden de stukken bij het Departement van „Koloniën terug verwacht."

Gaarne maken wij gebruik van de door Z. E. gegeven vergunning door als bijlage I bij dit verslag te voegen het gedeelte van de missive van den Heer JORDENS, hetwelk betrekking heeft op de verschillende houtsoorten, en als bijlage II den overzigtsstaat van de rapporten der hoofden van gewestelijk bestuur op en buiten Java, alsmede der chefs van de Waterstaats-afdeelingen.

Dewijl de overzending van een genoegzaam aantal palen der verschillende houtsoorten naar Nederland om aldaar aan eene proef te worden onderworpen, vrij kostbaar zoude zijn, vereenigt zich Uwe Commissie met het voorstel, door den toenmaligen Directeur der burgerlijke openbare werken, den Heer UHLENBECK, gedaan, dat door Z. E. den Gouverneur-Generaal aan een deskundige op Java een onderzoek op het paalwormwerend vermogen der verschillende houtsoorten worde opgedragen. Mogten onder deze houtsoorten gevonden worden die, zoo als gezegd wordt, 20 en meer jaren aan die vernieling weêrstand bieden, de kosten aan dat onderzoek besteed, zouden ruimschoots vergoed worden door de schatten, die jaarlijks van Gouvernementswege besteed worden om te vernieuwen, hetgeen door den Paalworm is vernield.

Even als bij onze vorige verslagen, voegen wij hierbij de uitkomsten van het door den Heer VON BAUMHAUER voortgezette onderzoek naar het zoutgehalte van het water op de stations *Nieuwendam*, *Vlissingen*, *Harlingen* en *Stavoren*, gedurende het jaar 1863, waaruit blijkt:

I°. Voor *Nieuwendam*, dat gedurende het geheele jaar het zoutgehalte van het water hooger is geweest dan in het jaar 1862, en op een paar uitzonderingen na tusschen 12 en 14 p. m. heeft gevariëerd. Opmerkelijk is het zeer hooge zoutgehalte op 31 December 1863, waar het ongeveer 27 p. m. heeft bedragen.

II°. Voor *Vlissingen*, dat even als in de vorige jaren het zoutgehalte aldaar vrij constant geweest is; het heeft tusschen 30 en 33 p. m. afgewisseld.

III°. Voor *Harlingen*, dat terwijl in December 1862 het zoutgehalte was gedaald tot 18 p. m., het van dien tijd af weêr langzaam tot in de maand Mei, doch toen sterk, is toegenomen, zoodat het in de maand Julij 30,5 p. m. bereikte. Sedert dien tijd is het weder afgenomen, zoodat het in December tot op 23 p. m. was gedaald.

IV°. Voor *Stavoren*, dat in de drie eerste maanden van het jaar het zoutgehalte laag is geweest, tusschen 11 en 14 p. m., dat het in de zes volgende maanden daarentegen hoog, doch zeer uiteenloopend was, tusschen 17 en 24 p. m., om in het laatst van het jaar weder eenigzins te dalen, evenwel met groote variatiën.

Amsterdam, 30 Januarij 1864.

J. W. L. VAN OORDT.

P. HARTING.

E. H. VON BAUMHAUER.

BIJLAGE I.

Door de bekende verwoestingen die de Paalworm aanrigt in de zee-weringen, hoofden, haven- en sluiswerken, schepen, enz., heeft de ondergeteekende voortdurend getracht om zoo mogelijk houtsoorten op te sporen, welke de eigenschap bezitten van duurzamer wederstand te bieden aan den schadelijken invloed van dat weekdier, dan de gebruikelijke in Nederland en op Java.

In verschillende nota's en verslagen had hij de eer de aandacht te vestigen op zoodanige houtsoorten, waaraan die eigenschap in meerdere of mindere mate wordt toegeschreven.

De eerste dier soorten was het nanyhout (*nania vera*, *myrtaceae*), in zijne nota van 6 Januarij 1851 en verslag van 27 Augustus 1852 genoemd, en welke hoofdzakelijk voorkomt in de Molukken op Ceram, Ambon, Boero, Halmaheira en de omliggende eilanden. Ten einde toekomstig de aanzienlijke kosten van overvoer van deze zwaarwigtige (1.29 ℔) houtsoort van de Molukken naar Java te vermijden, was hij er op bedacht om ze herwaarts over te brengen en aan te planten in gronden, waarvan de gesteldheid overeenkomst heeft met de voortbrengende gronden der Molukken, en op plaatsen waarvan de afvoer gemakkelijk en op min kostbare wijze kan geschieden.

Tot dat einde had hij de eer bij zijn verslag van den

9den September 1856, N°. 33, voor te stellen om proeven te nemen tot overbrenging (o. a.) van het nany-gewas, naar het eiland Noessa Kambangan, onder de afdeeling Tjilatjap, residentie Banjoemas.

In zijn verslag van den 7den Junij 1860, N°. 46, wordt gewezen op het nanyhout, dat voortgebragt wordt in de residentie Ternate op de eilanden-groepen van Kajoa en Batjan, en in het verslag van den 20sten December 1860, N°. 66, op de levering van die zelfde houtsoort van Halmaheira, Djailalo.

Onder de van Seram medegebragte monsters hout, welke door den ondergeteekende bij geleide-brief van den 20sten October 1852, aan den Directeur van den artillerie-konstructiewinkel te Soerabaya overhandigd werden, waren twee exemplaren van nany-hout (*nanypoeti*, *nania vera*), ter lengte van 8 voet bij 1 voet middellijn ieder, waarvan het eene bestemd werd om door wetenschappelijke en praktische proeven het draagvermogen, soortelijk gewigt, enz., te onderzoeken, terwijl het tweede, daartoe bepaald medegebragt, zoude dienen om door plaatsing in het dok of elders op eene door den Paalworm beheerschte plaats, proeven te nemen, hoe lang deze houtsoort aan de verwoesting van dit dier wederstand zoude bieden.

Sedert de toenmalige Directeur van den konstructiewinkel, Luitenant Kolonel der artillerie, C. G. VON DENTZSCH, die uit eigen beweging belangstellend het nemen der voorgestelde proeven op zich had genomen, vervangen is, heeft de ondergeteekende geen nadere bijzonderheden omtrent de voortzetting der door ZEdG., begonnen proefnemingen kunnen vernemen.

Volgens mondelinge mededeelingen van den tegenwoordigen Directeur dier fabriek, schijnt het tot proef van den wederstand tegen den Paalworm aangevoerde monster geheel verloren te zijn geraakt.

Nadere onderzoekingen gedurende zijne jongste reis door de Molukken gedaan, bevestigen wel volgens ooggetuigen even als hem in 1849 door wijlen den assistent-resident RIJKSCHROEFF te Amboina werd verzekerd, dat de nanyhouten palen onder het zeehoofd ter hoofdplaats aldaar, van twintig tot veertig jaren duren, doch een naauwkeurig onderzoek der oude nanypalen van het afgebroken en vernieuwde zeehoofd te Ternate heeft de bewijzen geleverd, dat de dunnere palen van het oude hoofd aldaar door den Paalworm zijn aangetast.

Hoewel de geringe afmetingen van die palen, van ongeveer een halven voet middellijn, eenigen grond opleveren om het indringen van den Paalworm toe te schrijven aan mogelijke onvoldoende rijpheid van het gebezigde hout, terwijl de palen van het zeehoofd te Ambon, van één tot twee voeten middellijn metende, uit rijpere nanystammen gekozen zijn, acht de ondergeteekende het wenschelijk om het betrekkelijk wederstandsvermogen van nanyhout tegen den Paalworm naauwkeuriger te onderzoeken.

Zijne onderzoekingen in de residentie Bantam en op de eilanden in Straat Sunda, benevens een gedeelte der kusten van de Lampongs in 1857, leerden hem de marabon of marbon (*Pahudia s. Intsia amboinensis; Papilionaceae*) en de boengoer (*Lagerstroemia Reginae s. Adambea glabra; Lythrarieae*) kennen, als in die streken geacht het best de werking van den Paalworm te weêrstaan. Bij het verslag van den toestand der bosschen dier streken, 29 October 1857, N°. 74, had de ondergeteekende de eer de aanplanting van die schaars voorkomende houtsoorten in daartoe geschikte oorden en gronden voor te stellen.

J. H. R. KÖHLER noemt ook de in de Lampongs voorkomende medang als duurzaam onder water (*Tijdschrift voor nijverheid in Nederl. Indië*, Dl. II, Afl. III. pag. 259).

Het onderzoek der bosschen van den Lingga- en Riouw-Archipel in 1859 gaf aanleiding om de aandacht te vestigen op eenige resineuse houtsoorten, als de merawan, meranti, ampedul- of stubbul-ajam, kroeing (*Dipterocarpeae* sp.), de medang (*Laurineae*), de pelawan (*Myrtaceae*), benevens de hardere krandjie (*Galedupa arborea*), tampinies, tambesoe (*Fagraea peregrina*) en teroentong (*Aegiceras obovatum*; *Aegicereae*) als door de inlandsche bevolking meer of minder tegen den Paalworm bestand geacht, doch waarvan de ondergeteekende alleen van de laatstgenoemde soort blijken zag van duurzaamheid in de palen onder de zeehoofden van *Riouw* en *Sengarang*, terwijl de eerstgenoemde naauwkeuriger onderzocht dienen te worden.

In de belangrijke bijdrage tot de kennis van boomen en planten dier streken van G. F. DE BRUYN KOPS, opgenomen in het *Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde*, Jaarg. I. Afl. IX en X, pag. 272 en volgenden, worden ook genoemd als bestand tegen den Paalworm, de amedal ajam, merantee paja, resak boeket, tampinis en troutoom (*Aegiceras majus*).

Op Java's Zuidkust in de afdeeling Patjitan en elders wordt voor paalwerk in zee gebruik gemaakt van stammen van verschillende kalapa-soorten (*Cocos nucifera*; *Palmae*) en in den Oosthoek van Java van de Siwalen (*Borassus flabelliformis*; *Palmae*). Laatstgenoemde soort werd zelfs in vroegere jaren (1821) in de residentie Bezoeki tot dat doel aangekweekt; doch alle zijn weinig duurzaam bevonden, doordien het merg van het hart dier stammen spoedig bederft en vergaat, terwijl de omringende harde houtachtige zelfstandigheid zonder nog door den Paalworm aangetast te zijn, hol zijnde de noodige kracht mist en ligt breekt.

Hoewel niet durvende aannemen, dat er houtsoorten

in deze gewesten worden aantroffen, die onvoorwaardelijk bestand zijn tegen de verwoestingen van den Paalworm, meent de ondergeteekende echter dat er voorkomen die daartegen duurzamer wederstand kunnen bieden dan de tot dus verre gebruikelijke houtsoorten, zoowel bij de zeewerken op Java, waar het kostbare jattihout (*Tectona grandis*) meestal gebezigd en spoedig door den Paalworm vernield wordt, als vooral in Nederland, waar van verschillende dennen- (*Pinus*) en eiken- (*Quercus*) soorten hoofdzakelijk gebruik wordt gemaakt.

BIJL

KORTE INHOUD DER STUKKEN, HANDELEND
PAALWORM, EN DIE WELKE V

AGENDA-NUMMER.	DATUM EN NUMMERS DER STUKKEN.	VAN WELKE AUTORITEITEN.	KORTE INHOUD.
2614 $^{26}/_{6}$	2273 25 Junij 1860.	Resident van Bantam.	Biedt aan eene missive en rappo onderwerp handelende, van den e zenden Ingenieur zonder zich in b gen ter zake te begeven.
2727 $^{7}/_{7}$	2310 31 Junij 1860.	Resident van Batavia.	Biedt aan rapporten van zijn ond ambtenaren, waaruit in substantie den, dat er in de residentie geen noch tegen den zeeworm bestand soorten aanwezig zijn.
686 $^{12}/_{2}$	164 11 Februarij 1861.	Adsistent- Resident van Buitenzorg.	Biedt aan eene missive van der waaraan hij zich refereert.
293 $^{21}/_{1}$	$841/_{14}$ 18 Januarij 1861.	Adsistent- Resident van Krawang.	Biedt aan eene opgave van de die in de afdeeling gevonden wor
5005 $^{8}/_{12}$	4045 6 December 1860.	Resident der Preanger Regentschappen.	Biedt aan het ter zake ingedie van den Ingenieur, waaruit blijkt *Preanger Regentschappen* geen ho is, bestand tegen den paalworm. soorten worden opgegeven, waarv worden vervaardigd aan de Zuider ter niet van langen duur zijn.
2515 $^{19}/_{6}$	1782 16 Junij 1860.	Resident van Cheribon.	Biedt aan eene missive van de waaruit blijkt, dat er geen deug tegen den paalworm bestand zijn ten gevonden worden in de Res ribon.
3239 $^{4}/_{1}$	1009 28 Julij 1860.	Resident van Tagal.	Zendt in het ter zake uitgebrag den Ingenieur, waarin gezegd w met eenige houtsoorten proeven g door dezelve nabij het havenho in zee te slaan. Na zes maanden

TSOORTEN, DIE BESTAND ZIJN TEGEN DEN DAAMSTE WORDEN GEHOUDEN.

ER DEUGDZAAMSTE HOUTSOORTEN STAND ZIJN TEGEN DEN PAALWORM.	OPMERKINGEN VAN DEN DIRECTEUR DER OPENBARE WERKEN.
berigten van Inlanders wordt het out niet aangetast door den paal- praauw van dit hout vervaardigd inig zorg meer dan een halve eeuw beste hierop volgende houtsoorten, t tegen den afwisselenden invloed e en vochtigheid bestand zijn, wor- nd: *Ingasgale, Kihiang* ook wel ge- oe, *Laban, Kisereh, Anggrit Kapi- arathan, Sicheum* of *Siguing, Joeseny eng, Poetat darat, Lingsir, Madang* dere.	Het rapport van den Ingenieur bevat eene beschrijving van den aard, het voorkomen en de deugzaamheid der hier vermelde houtsoorten volgens berigten van inlanders en volgens eigen ondervinding. Van elke houtsoort wordt verder melding gemaakt of het veel of weinig in de Residentie te verkrijgen is, zoodat het rapport nog al waarde heeft. De Ingenieur zegt ook dat er geen hout is, volkomen bestand tegen den paalworm. De Ingenieur in de Lampongsche districten geeft echter op, dat het *Boengoer*-hout bestand is tegen den paalworm en van meerdere zijden wordt dit beweerd.
Geen.	
Geen.	
outsoorten worden opgenoemd, en is aangegeven als bestand te- aalworm. De deugdzaamste zijn *aban, Tangalie, Lamaran, Kiekat- ngman, Kapinango, Kie-Kiang* en voorraad is echter niet groot en en zijn 30 voet lengte en 1½ voet	De Ingenieur te Bantam geeft ook op, dat *Boengoer* en *Laban* zeer goede houtsoorten zijn.
Geen.	
Geen.	
Tangoeloeng-hout is mede een proef lie heeft doen zien dat dit hout ook d is tegen den paalworm.	In een ander rapport, namelijk dat van den Ingenieur in de *Lampangsche districten*, wordt beweerd dat het *Tangoeloeng*-hout wel bestand is tegen gezegd insekt. De Resident van *Banjoewangie* geeft het op als zeer deugdzaam

AGENDA-NUMMER.	DATUM EN NUMMER DER STUKKEN.	VAN WELKE AUTORITEITEN.	KORTE INHOUD.
608 $^{6}/_{2}$	186 29 Januarij 1861.	Resident van Bezoekie.	Biedt aan het ter zake uitgebra van den Ingenieur zonder zich in e schouwingen ter zake te begeven.
$1017/_{1}$	770 25 December 1860.	Adsistent- Resident van Banjoewangie.	Biedt aan eene opgave van de d ste houtsoorten.
2839 $^{10}/_{7}$	$1730/_{26}$ 30 Junij 1860.	Resident van Banjoemaas.	Biedt aan eene missive van den waarbij eene opgave is gevoegd zaamste houtsoorten. De Resident bij persoonlijke ondervinding, te wet *Siwalan*-hout best bestand is tegen worm.
2914 $^{14}/_{7}$	1836 9 Julij 1860.	Resident van Bagelen.	Deelt mede, dat door den inlander huisbouw gebezigd worden *Kayoe L* *goe* en *Wangkal*.
5225 $^{29}/_{12}$	$2787/_{6}$ 20 December 1860.	Resident van Kadoe.	Geeft op dat het *Sambodja*-hout zaamheid uitmunt en bestand is paalworm. Dit hout wordt wega duurzaamheid veel als teeken op d der Javanen gebezigd, het *Sambo* van geringe afmetingen.
2581 $^{23}/_{6}$	$832/_{6}$ 18 Junij 1860.	Resident van Djokdjokarta.	De Resident vereenigt zich met h van den opziener der Burgerlijke werken, waarin gezegd wordt, da proeven bewezen hebben dat de hierm komende houtsoorten, de beste zij *Sambodja*-hout het best tegen den bestand is, maar dat dit hout niet afmetingen te verkrijgen is.
2057 $^{25}/_{5}$	1455 15 Mei 1860.	Resident van Soerakarta.	Deelt mede, dat in de Residen houtsoort bekend is, die niet door worm wordt doorknaagd, maar dat *lingo* bij het afbreken van eene ho het daaraan gebezigde *Kayoe Thal*, dan 80 jaren oud was, niet door worm was aangetast.
27 $^{2}/_{1}$	3172 24 December 1860.	Resident van Madioen.	Deelt mede, dat de paalworm ni is in de Residentie.
$1063/_{46}$	507 16 Junij 1860.	Adsistent- Resident van Patjitan.	Meldt, dat er geen houtsoort a bestand tegen den paalworm.

ER DEUGDZAAMSTE HOUTSOORTEN TAND ZIJN TEGEN DEN PAALWORM.	OPMERKINGEN VAN DEN DIRECTEUR DER OPENBARE WERKEN.
an eenigermate en beter tegen den bestand dan het *djattie*-hout; waar- de *Sading* beter, waarmede ech- en proeven genomen zijn. Deze nen voor in de bosschen van Djun- ger.	De *Siwalan*-palm biedt iets langer weder- stand tegen den paalworm dan djattie-hout, de kern van den palm vergaat echter zeer spoe- dig en mag men om deze reden deze hout- soort niet voor duurzame paal- en zeewerken aanbevelen. Het kan nuttig zijn de deugdzaamheid van den *Sading*-palm te onderzoeken.
ngoeloen *Siwalan Mangier, Tjem-* e en *Poetat* worden als de deugd- tsoorten opgegeven.	Zie het aangeteekend bij *Bezoekie* nopens den *Siwalan*-palm en bij de *Lampongsche dis- tricten* nopens het *Tangoeloen*-hout, zoo mede *Soerabaya, Tagal Krawang* en *Banjoemaas.*
Laban, Kapoerantja, Kraminan, *lieh, Ampeh Hoengoe* en *Kloepoe* leugdzame houtsoorten opgegeven.	*Kayoe Laban* wordt meermalen als eene deugdzame houtsoort opgegeven. Zie onder anderen bij *Bantam, Krawang* en *Samarang.*
deugdzaam worden opgegeven *aban* en *Woengoe.*	Zie hiervoren nopens het *Kayoe Laban.* Bij *Banjoemaas* komt voor *Kayoe Hangkal*, terwijl hierbij de *Wangkal* opgenoemd wordt, welligt is dit eene en dezelfde soort, slechts van naam verschillende.
and tegen den paalworm wordt *a*-hout opgegeven en als de deugd- *ngtra, Weroe; Woengoe, Pietjies* en welke niet veel te verkrijgen zijn.	Omtrent de deugdzaamheid van het *Sam- bodja* hout wordt ook melding gemaakt door den Resident van Djokdjokarta.
en *Woengoe* zijn de beste hout-	De Resident van *Banjoemaas* maakt mel- ding van het *Hoengo*-hout als zeer deugdzaam. Hierbij wordt het *Woengoe*-hout als zoodanig aangewezen, welligt is dit eene en dezelfde soort, slechts van naam verschillende. Zie voorts bij Kadoe omtrent het *Woengoe*- hout.
odja-hout wordt veel voor graf- le Javaansche graven gebezigd.	
t dat *Kayoe Thal* bestand is te- lworm.	Het kan dienstig zijn om proeven met dit hout te nemen.
Geen.	
Geen.	

AGENDA-NUMMER.	DATUM EN NUMMERS DER STUKKEN.	VAN WELKE AUTORITEITEN.	KORTE INHOUD.
583 $^{8}/_{2}$	209 31 Januarij 1860.	Resident van Kedirie	Treedt in geen beschouwingen, maa aan de rapporten zijner ondergeschikte naars en ook eenige monsters hout.
2243 $^{2}/_{6}$	1713 23 Mei 1860.	Gouverneur van Sumatra's Westkust.	Biedt aan het ter zake door den I uitgebragt rapport waarmede de Gou zich vereenigt.
48 $^{2}/_{1}$	2692 29 December 1860.	Adsistent- Resident van Benkoelen.	Geen hout bekend, dat tegen den p bestand is.
641 $^{9}/_{2}$	136 $_{10}$ 26 Januarij 1861.	Resident der Lampongsche districten.	Refereert zich aan het schrijven van genieur, en zegt dat het *Boengoer-h* welk bestand is tegen den paalworm de afdeeling *Sekampong* gevonden wo
80 $^{5}/_{1}$	2194/$_{1}$ 26 December 1860.	Resident van Palembang.	Als bewijs voor de deugdzaamheid ijzerhout wordt opgegeven, dat de vervaardigde stijgers in de rivier *Mo* dan een eeuw wederstand kunnen bi den afwisselen invloed van droogte waaraan zij door de bestaande eb in die rivier zijn blootgesteld. Gedur jaren was een stukje ijzerhout aan h ter blootgesteld geweest, zonder dat den zeeworm is beschadigd geworde
262 $^{18}/_{1}$	115 14 Januarij 1861.	Resident van Banka.	Biedt aan het rapport van den I waarmede hij zich vereenigt.
2492 $^{16}/_{6}$	102 3 Mei 1860.	Adsistent- Resident van Biliton.	Zegt, dat de ondervinding zeer w geleerd omtrent houtsoorten, welke paalworm bestand zijn. De inlanders dat er geen zoodanig hout te vinde
3475 $^{18}/_{8}$	536 11 Augustus 1860.	Resident van Riouw.	Voor palen ter ondersteuning der gebouwde woningen der Chinezen de eerste plaats gebruik gemaakt v *nies*-hout. De tweede houtsoort, die in aanmerking komt, is de *Trontong*. het van elders kan worden verkreg

VE DER DEUGDZAAMSTE HOUTSOORTEN IE BESTAND ZIJN TEGEN DEN PAALWORM.	OPMERKINGEN VAN DEN DIRECTEUR VAN OPENBARE WERKEN.
deugdzaam worden opgenomen: *Tangoeloen*, *Woengoe* en *Wadang*, zoo *Laban*.	Alweder wordt het *Laban*-hout als deugdzaam hier opgegeven, hetgeen met verschillende andere opgaven overeenkomt. Van de hier opgegeven houtsoorten worden in het verslag van den Ingenieur beschrijvingen gegeven, die lezenswaardig zijn,
n hout, dat bestand is tegen den paal- De Ingenieur geeft het *Kayoe Taroen-* als zeer deugdzaam op en zegt, dat het ofd te *Riouw* daarvan is gebouwd en 30 jaren onbeschadigd is gebleven.	
Geen.	
and tegen den Paalworm zijn: *Tang-*, *Boengoer*, *Kloetoem*, *Penago*, *Dada* en *uw*. *Tanggoeloen* voldoet het beste. Van een ehoofd in de Wijnkoopersbaai, dat 25 aren gestaan heeft, zijn de palen van die ort, slechts aan den buitenkant, door orm aangetast, doch het inwendige was aaf.	Het *Tanggoeloen*-hout komt slechts schaarsch voor in de Residentie *Preanger Regentschappen*, deze houtsoort schijnt zelfs niet bekend te zijn bij het tegenwoordig gewestelijk bestuur, althans niet met betrekking tot hare deugdzaamheid tegen den zeeworm. Het kan mitsdien wenschelijk zijn, dat ter zake een nader onderzoek worde ingesteld. Van meerdere zijden wordt het *Tanggoeloen*-hout als deugdzaam hout opgegeven en het *Boengoer*-hout als bestand tegen den paalworm.
englen of het ijzerhout is het eenigste, gen den Paalworm bestand is en ook *yoe Koelim*.	Zie bij *Banka*, waar ook over het *ijzerhout* eene zeer goede opinie is gevestigd.
it rapport wordt het *Boelim* of *ijzerhout* *nglen* genaamd, als welligt tegen den rm bestand, opgegeven. Voorts wor- enoemd *Ressok Siantan*, *Tembessoe*, *eng*, *Parak*, *Resak*, *Padang*, *Melang-* *ampang*, *Soengoe* of *oelen*, *Ressok Linga* deugdzaamste soorten.	Zie hierboven.
ouw, *Boelian* of *Bilian*, *Blangirang* en *sarie* worden voor de beste houtsoor- houden, die bestand zijn tegen vocht en .	Het hier bedoeld *Boelian* of *Bilian*-hout moet ijzerhout zijn, waarvan bij *Palembang* en *Banka* melding gemaakt wordt als te zijn zeer deugdzaam.
nies en *trontong*, welke onder gunstige digheden kunnen geacht worden, 15 tot n bestand te zijn tegen de werking van eworm.	

AGENDA-NUMMER.	DATUM EN NUMMER DER STUKKEN.	VAN WELKE AUTORITEITEN.	KORTE INHOUD.
			zoogenaamd *ijzerhout* (*Blian*) zeer gev… waterwerken, terwijl *djattie* daarvoor … in achting is, dan de in de Resident… meen voorkomende houtsoorten als *T… Krandjie* enz.
3839 $^{17}/_{9}$	1655/12 22 Augustus 1860.	Waarnemend Resident der Wester Afd. van Borneo.	Geeft kennis dat het ter zake door … genieur opgemaakt rapport, volgens … ling aan den Directeur is gezonden.
1134 $^{13}/_{3}$	506 27 Februarij 1860.	Waarnemend Resident der Zuid- en Oosterafdeeling van Borneo.	Deelt mede, dat er geen houtsoo… stand tegen den paalworm, zelfs w… *ijzerhout* of *Kayoe oelien* daardoor aa…
842 $^{3}/_{3}$	155 25 Januarij 1860.	Gouverneur van Celebes en Onderhoorigheden.	Biedt aan het rapport van den I… waarin gemeld wordt, dat er geen h… stand tegen den paalworm.
2038$^{26}/_{6}$	147 7 Junij 1860.	Gouverneur der Moluksche Eilanden.	Beweert, dat het *naniehout* het best… is tegen den paalworm.
2288 $^{2}/_{6}$	432 30 April 1860.	Resident van Banda.	Geen houtsoort bestand tegen den …
3159 $^{27}/_{7}$	277 3 Julij 1860.	Resident van Ternate.	Geeft op het naniehout als daar… stand.
1675 $^{26}/_{4}$	412 4 April 1860.	Resident van Menado.	Biedt aan het rapport van den I… waaraan hij zich refereert.
2275 $^{4}/_{6}$	^{33} 9 24 April 1860.	Resident van Timor.	Biedt aan het rapport van den I… waarbij *Kayoe merak* en *Kayoe koel*… beste houtsoorten worden opgegeven.
	27 Junij 1860. N. 508.	Chef der 1e Waterstaats-Afdeeling.	Uitgebragt als eerstaanwezend Ing… de Residentie *Batavia* en hiervo… verhandeld.
	23 Julij 1860. (Nota).	Chef der 2e Waterstaats-Afdeeling.	Heeft als eerstaanwezend Ingenieur … Residentie *Tagal* reeds eene nota o… welke hiervoren is verhandeld.
2624 $^{26}/_{6}$	762/46 21 Junij 1860.	Chef der 3e Waterstaats-Afdeeling.	Geeft op dat het *djattiehout* het … stand is tegen paalworm.
139 $^{11}/_{1}$	20/7 3 Januarij 1860.	Chef der 4e Waterstaats-Afdeeling.	Beoordeeling van de houtsoorten, … *Lontar*, *Ental* of *Siwalan*, *Trievoer* … reesch), *Borassus flabelliformis*, (… naam), *Sadang*, *Trengoelie*, *Tengoeloe*… en *Tengoenlie*. — Het naniehout … best.

...VE DER DEUGDZAAMSTE HOUTSOORTEN ...IE BESTAND ZIJN TEGEN DEN PAALWORM.	OPMERKINGEN VAN DEN DIRECTEUR DER OPENBARE WERKEN.
Geen.	
...s deugdzaam hout wordt opgegeven *Kayoe ...shong, Madang, Trawas* en *Kayoe Rawalie.*	
...t Talla of *Siwalang-hout* wordt als deugd... opgegeven, zoo mede het *ijzerhout.* Het bestand tegen den paalworm is het *Na...ut.*	Zoo als reeds hiervoren is gezegd, wordt het Siwalang-hout en ijzerhout als het best bestand tegen den paalworm opgegeven.
...*niehout* is het best tegen den zeeworm ...nd.	Het beweren nopens het *Naniehout* is conform aan dat van den Ingenieur te *Makassar*, zoo als hierboven te zien is.
Geen.	
...*niehout* bestand tegen den paalworm.	Zie hiervoren bij *Celebes* en de Moluksche eilanden.
...*nniehout, Possie, Possie Ebbenhout, IJzer*... en *Lingoa.*	Aangaande het *Naniehout,* zie men hiervoren.
...*yoe merak* en *Kayoe Koelaä* als deugd... hout opgegeven.	
Geen.	
Zie hierboven.	
Geen.	
Geen.	

AGENDA-NUMMER.	DATUM EN NUMMERS DER STUKKEN.	VAN WELKE AUTORITEITEN.	KORTE INHOUD.
2244 $^{2}/_{6}$	96 19 Mei 1860.	Chef der 5e Waterstaats-Afdeeling.	Het *Kayoe Teroentoeng* wordt door (gegeven als zeer deugdzaam te zijn m dat het zeehoofd te *Riouw* van die sc is opgetrokken en ruim 30 jaren onbe is gebleven.
267 $^{18}/_{1}$	Lr. A. N°. 1. 10 Januarij 1860.	Chef der 6e Waterstaats-Afdeeling.	Biedt aan een afschrift van het ter den Resident van *Banka* ingezonden
279 $^{18}/_{1}$	$^{5}/_{7}$ 6 Januarij 1861.	Chef der 7e Waterstaats-Afdeeling.	Biedt aan een uitvoerig rapport o deugdzaamste houtsoorten, die in de tie Wester-afdeeling van *Borneo*, gevo den, onder bekendstelling dat, hoezeer rassige stranden den inlander nopen zij veelal op palen te bouwen, nogtans niet eene enkele houtsoort bekend i volle tegen den paalworm bestand ven genomen met vijf houtsoorten, a *radae*, 2. *Tampelarat*, 3. *Saloemoer*, 4 en 5. *Resok*, benevens *ijzer-* en *Loem* hebben geleerd, dat na ongeveer 12 in het water te hebben gelegen, N°. 1, 2 en 5 vermeld, benevens het *I* hout geheel door den Paalworm wa vreten, dat N°. 4 minder was aange N°. 3 en het ijzerhout geheel onb waren.
	23 Januarij 1860. N°. 16.	Chef der 8e Waterstaats-Afdeeling.	Heeft reeds een afzonderlijk rapport aanwezend Ingenieur uitgebragt, het voor is verhandeld bij de missive Gouverneur van *Celebes en onderho* dd. 25 Januarij 1860, N°. 155.

VE DER DEUGDZAAMSTE HOUTSOORTEN E BESTAND ZIJN TEGEN DEN PAALWORM.	OPMERKINGEN VAN DEN DIRECTEUR DER OPENBARE WERKEN.
oe. *Teroentoeng* is zeer deugdzaam.	
hoelin of *ijzerhout*, ook *oenglen* ge- wordt opgegeven als welligt bestand den paalworm. Voorst worden voor naam hout opgegeven *Ressok*, *Siantan*, soe, *Troentoeng*, *Parak*, *Rasak*, *Padang*, ghier, *Tampang*, *Soengoe* of *oelen* en *Linga*.	
ijzerhout en wel in 't bijzonder de soort l onder den naam van *Beliam Tambaga*, geacht het best bestand tegen den zee-	Het door dezen Afdeelings-Chef uitgebragte rapport mag in allen deele lezenswaardig worden genoemd en kan daaruit worden besloten, dat in meerdere of mindere mate tegen den zeeworm bestand zijn: *a*. Het *ijzerhout* en meer in het bijzonder de soort genoemd *Rilian Tembaye*. *b*. Het *Siloemar*-hout.
Siloemar schijnt mede goed wederstand len aan den paalworm. Beide deze hout- , waarvan, althans van het ijzerhout, re varieteiten zijn, komen in groote hoe- den en van groote afmetingen in de tie voor. Als deugdzaam *timmerhout* ekend de *Tampelarole*, *Medang Rawas*, *uw*, de *Teken*-soorten en het *Tamboe-* *t*.	
Zie boven.	

TABEL I.

STATION NIEUWENDAM.

DATUM.	HOOGWATER. VOORM.	HOOGWATER. NAMIDD.	LAAGWATER. VOORM.	LAAGWATER. NAMIDD.	+ A.P.	— A.P.	WIND-RIGTING.	WEÊRSGESTELDHEID.	TEMPERATUUR WATER.	TEMPERATUUR LUCHT.	CHLOOR-SODIUM-GEHALTE IN 1000CC.
1863.	u. m.	u. m.	u. m.	u. m.	el	el			° C.	° C.	grammen.
Januarij 1	9 21	—	—	—	—	0,40	Z t. W	Zwaar bewolkte lucht.	4,3	6,6	7,02
// —	—	—	—	3 25	—	0,70	ZZW	//	4,0	6,6	7,28
// 15	6 55	—	—	—	0,14	—	Oost	Betrokken.	4,0	4,4	12,42
// —	—	—	—	1	—	0,16	//	//	4,3	5,0	12,27
// 31	9 51	—	—	—	—	0,50	ZZW	Regen	7,3	7,7	12,45
// —	—	—	—	3 55	—	0,06	Z t. W	//	6,5	6,6	12,55
Februarij 14	7 50	—	—	—	—	0,14	N t O	Schoon weêr.	5,0	4,4	12,54
// —	—	—	—	1 54	—	0,53	NO	//	6,0	5,5	12,48
// 28	7 41	—	—	—	—	0,18	Z t. W	Dampig.	5,0	6,1	10,45
// —	—	—	—	1 45	—	0,38	Zuid	Goed weêr.	6,3	7,2	10,42
Maart 14	8 6	—	—	—	—	0,06	NO	Zwaar bewolkt.	6,4	6,6	12,22
// —	—	—	—	2 30	—	0,33	Oost	Ligt bewolkt.	7,1	7,7	12,37
// 31	11 28	—	—	—	—	0,21	O t Z	Helder.	8,3	8,8	12,13
// —	—	—	5 44	—	—	0,34	Oost	//	4,3	6,1	12,46
April 15	11 57	—	—	—	—	0,10	ONO	Ligt bewolkt.	11,5	13,3	12,27
// —	—	—	6	—	—	0,30	Oost	Bewolkt.	10,3	11,1	12,61
// 30	11 31	—	—	—	—	0,06	NO	Mooi weêr	10,4	11,0	13,77
// —	—	—	—	5 43	—	0,22	NO	//	14,0	13,3	13,87
Mei 15	—	—	6 10	—	—	0,48	WZW	Betrokken.	13,3	15,0	13,39
// —	12	—	—	—	—	0,02	West	Regenachtig.	15,3	16,1	13,19
// 30	10 30	—	—	—	—	0,02	NNW	Ligt bewolkt.	17,3	18,3	13,34
// —	—	—	6	—	—	0,34	W t. N	//	16,3	17,0	13,87
Junij 15	—	—	7	—	—	0,25	W t. N	Betrokken.	16,0	17,3	12,95
// —	—	1 6	—	—	—	0,01	West	Regen.	16,4	18,0	12,98
Julij 1	—	—	7 15	—	—	0,23	West	Helder.	17,1	18,0	13,43
// —	—	1 18	—	—	0,21	—	Oost	//	22,0	22,3	13,43
// 15	—	—	7 30	—	—	0,27	W t. N	Mooi weêr.	18,0	20,0	13,48
// —	—	1 35	—	—	0,20	—	NNW	Drukkende lucht.	22,0	23,0	13,87
Augustus 1	—	—	8 45	—	—	0,26	ONO	Zwaar bewolkt.	16,3	17,0	14,02
// —	—	2 51	—	—	0,12	—	Oost	Helder.	18,4	19,0	14,15
// 15	—	—	8 15	—	—	0,55	Z t. O	Mooi weêr, drukkend.	18,3	19,0	14,16
// —	—	2 26	—	—	—	0,24	//	//	21,3	24,3	15,18
September 1	—	—	9 45	—	—	0,38	ZW	Goed weêr.	17,0	17,0	13,87
// —	—	3 56	—	—	—	0,06	WZW	Ligt bewolkt	18,4	19,0	13,68
// 15	—	—	8 50	—	—	0,13	ZW	Betrokken.	14,5	15,0	14,36
// —	—	2 59	—	—	0,15	—	West	//	15,3	16,0	14,64
October 1	—	—	10 15	—	—	0,20	Z t. O	Bewolkt.	12,0	12,3	13,60
// —	—	4 25	—	—	—	0,02	Z t. W	Buijig.	12,3	13,0	13,77
// 15	—	—	9 15	—	—	0,21	ZO	Regen.	14,1	15,0	13,53
// —	—	3 6	—	—	0,27	—	Z t. O	Zwaar bewolkt, regenacht.	15,0	16,0	13,68
// 31	—	—	10 27	—	0,04	—	ZZW	//	9,3	10,0	12,46
// —	—	4 36	—	—	—	0,40	//	//	9,0	9,3	12,56
November 14	—	—	9 30	—	—	0,24	ZW	Betrokken.	6,3	7,0	11,77
// —	—	3 46	—	—	0,08	—	//	//	6,3	7,3	13,91
December 1	—	—	11 25	—	—	0,53	ZZO	Helder, koud.	0,1	0,1	11,97
// —	—	5 33	—	—	—	0,30	Z t. O	Bewolkt.	1,5	0,3	11,35
// 15	—	—	11	—	—	0,01	ZW	Betrokken.	8,3	10,0	14,10
// —	—	5 13	—	—	0,21	—	//	//	8,0	9,3	11,11
// 31	—	—	11 35	—	—	0,50	NO	Helder, vriezend.	0	0	26,56
// —	—	5 37	—	—	—	0,10	//	//	0	0	27,29

Achter bladz. 111

TABEL II.

STATION VLISSINGEN.

DATUM.	HOOGWATER. VOORM.	HOOGWATER. NAMIDD.	LAAGWATER. VOORM.	LAAGWATER. NAMIDD.	PEILSLUIS.	WINDRICHTING.	WEERGESTELDHEID.	TEMPERATUUR. WATER.	TEMPERATUUR. LUCHT.	CHLOORSODIUMGEHALTE IN 1000 CC.
1863.	u. m.	u. m.	u. m.	u. m.	el			° C.	° C.	grammen.
Januarij 15	8 10	—	—	—	6,58	O t. N	Bewolkt.	5,2	4,4	30,80
// —	—	—	—	2 25	3,32	NO t. O	Ligt bewolkt.	5,5	5,2	—
// 31	10 55	—	—	—	7,21	ZW t. Z	Bewolkt, mistig.	5,5	8,0	30,40
// —	—	—	—	5 15	4,38	W t. N	Bewolkt, buijig.	6,0	8,2	30,20
Februarij 14	9	—	—	—	6,51	ONO	Bijna helder.	5,5	3,6	30,39
// —	—	—	—	3 30	3,46	Oost	//	6,0	6,2	30,80
// 28	9 15	—	—	—	6,65	WZW	Buijig.	6,0	3,4	32,59
// —	—	—	—	3 40	4,17	W t. N	Ligt bewolkt.	6,0	8,0	32,21
Maart 14	7 15	—	—	—	6,86	NNO	//	6,2	3,7	31,09
// —	—	—	—	1 50	3,75	OZO	//	6,5	7,6	32,45
April 1	11 40	—	—	—	6,86	//	//	8,0	8,0	31,04
// —	—	—	—	6	3,46	//	Bewolkt, buijig, regen.	7,7	10,4	31,04
// 15	11 15	—	—	—	7,28	NO t. O	Ligt bewolkt.	9,5	12,5	31,81
// —	—	—	—	5 40	3,53	ONO	//	9,5	16,0	31,04
Mei 1	11 35	—	—	—	7,00	NO	//	10,5	11,0	30,80
// —	—	—	—	6	3,32	//	//	11,0	12,5	31,48
// 15	11 30	—	—	—	7,21	ZZW	Bewolkt, regen.	14,0	16,0	31,77
// —	—	—	—	6	3,53	West	Bewolkt, buijig, regen.	13,5	13,6	32,45
Junij 1	—	—	6 35	—	3,11	O t. N	Bewolkt.	14,0	12,3	31,33
// —	—	12 25	—	—	7,21	NO	//	15,0	15,2	31,61
// 15	—	12 40	—	—	7,21	W t. N	//	17,0	16,8	31,84
// —	—	—	—	7 10	3,53	West	//	16,0	16,8	31,84
Julij 1	—	—	7	—	3,32	ZZW	Ligt bewolkt.	18,0	14,6	31,58
// —	—	12 45	—	—	7,28	ZO t. O	//	19,0	21,2	32,59
// 15	—	—	7	—	3,60	WZW	Helder.	20,0	18,0	31,61
// —	—	1	—	—	7,21	WNW	//	20,7	20,5	31,84
Augustus 1	—	—	8 30	—	3,32	ZO t. O	Ligt bewolkt.	18,0	15,0	31,33
// —	—	2 15	—	—	7,57	O t. Z	//	20,0	22,2	32,15
// 15	—	—	7 50	—	3,39	Zuid	//	19,5	18,0	30,12
// —	—	1 45	—	—	7,21	NW t. W	Bewolkt.	20,0	22,0	33,03
September 1	—	—	9 30	—	3,46	West	//	18,0	14,4	30,75
// —	—	3 15	—	—	7,64	WNW	Helder.	18,5	17,0	30,46
// 15	—	—	8 35	—	3,39	W t. Z	Bewolkt.	16,0	13,9	32,30
// —	—	2 15	—	—	7,43	West	//	16,0	16,1	31,57
October 1	—	—	9 45	—	3,46	Zuid	Betrokken.	14,2	14,7	30,75
// —	—	3 25	—	—	7,57	ZW	//	14,5	16,0	32,15
// 15	—	—	8 40	—	3,46	OZO	Bewolkt, regen.	14,2	13,8	—
// —	—	2 30	—	—	7,64	ZZW	//	14,5	15,6	32,89
// 31	—	—	10	—	3,89	West	Ligt bewolkt, buijig, regen.	11,5	8,6	31,73
// —	—	3 50	—	—	7,36	W t. Z	Betrokken, met mist.	11,5	10,6	30,92
November 14	—	—	8 50	—	3,39	ZW t. W	//	9,0	7,4	31,73
// —	—	2 50	—	—	7,43	W t. Z	Ligt bewolkt.	9,5	10,0	32,36
December 1	—	—	11 15	—	3,32	Zuid	//	7,0	4,2	33,81
// —	—	4 45	—	—	6,72	//	Bewolkt, regen.	7,2	6,0	31,15
// 15	—	—	10 40	—	3,11	West	Betrokken, mist.	7,0	7,3	33,42
// —	—	4 25	—	—	7,50	//	//	7,5	8,1	31,20

TABEL III.

STATION HARLINGEN.

DATUM.	HOOGWATER. VOORM.	HOOGWATER. NAMIDD.	LAAGWATER. VOORM.	LAAGWATER. NAMIDD.	PEILSLUIS. +VOLZEE	PEILSLUIS. —VOLZEE.	WIND-RIGTING.	WEÊRSGESTELDHEID.	TEMPERATUUR. WATER	TEMPERATUUR. LUCHT.	CHLOOR-SODIUM-GEHALTE IN 1000 CC.
1863.	u. m.	u. m.	u. m.	u. m.	palmen.				° C.	° C.	grammen.
Januarij 1	7	—	—	—	—	1	ZO	Koud.	— 3	—	18,97
// —	—	—	—	1	—	15	O t. Z	//	— 3	—	19,16
// 15	—	—	10 15	—	—	14	West	Buijig.	— 1	—	19,16
// —	—	4 15	—	—	—	1	ZW	//	— 1	—	19,16
Februarij 1	7 30	—	—	—	—	½	Zuid	Harde wind.	+ 4	—	19,11
// —	—	—	—	1 30	—	13	//	Buijig.	4	—	19,18
// 15	6 15	—	—	—	—	3	Oost	Koud.	3	—	19,24
// —	—	—	—	12 15	—	16	//	//	3	—	19,24
Maart 1	6	—	—	—	—	½	ZW	Bestendig.	6	—	19,24
// —	—	—	—	12	—	12	//	//	7	—	19,18
// 15	—	—	11 15	—	—	13	NW	Mooi weêr.	6	—	21,62
// —	—	5 15	—	—	—	1	//	//	6	—	21,00
April 1	—	—	—	12 45	—	12	Noord	Koud.	6,5	—	26,80
// —	—	6 15	—	—	—	½	N t. W	//	6,5	—	21,53
// 15	—	—	—	12 45	—	14	Oost	//	7	—	27,06
// —	—	6 15	—	—	—	1½	ZO	//	7,5	—	20,86
Mei 1	—	—	—	1 30	—	13	Zuid	Winderig.	9	—	21,29
// —	—	7 30	—	—	—	1	//	//	9	—	21,19
// 16	—	—	—	1 30	—	12	ZW	Regen en wind.	13	—	21,44
// —	—	7 30	—	—	volzee.		Zuid	//	13	—	21,29
Junij 1	8	—	—	—	—	1	West	Mooi weêr.	15	—	30,40
// —	—	—	—	2	—	13	ZZW	//	15,5	—	27,25
// 15	8 15	—	—	—	—	2	W t. Z	Broeijig.	16	—	26,00
// —	—	—	—	2 15	—	14	//	//	16	—	27,11
Julij 1	8 30	—	—	—	—	1½	W t. N	Helder frisch weêr.	19	—	26,62
// —	—	—	—	2 30	—	12½	NW	Warm.	19,5	—	27,20
// 15	8 45	—	—	—	—	1	NNW	Broeijig.	19	—	29,96
// —	—	—	—	2 45	—	13	//	Warm.	19,5	—	30,50
Augustus 1	9 45	—	—	—	—	½	Noord	Frisch weêr.	19	—	29,80
// —	—	—	—	3 45	—	13	NW	Broeijig.	19,5	—	29,80
// 15	9 30	—	—	—	—	3	Zuid	//	19,5	—	28,23
// —	—	—	—	3 30	—	14	//	//	19	—	26,97
September 1	10 45	—	—	—	volzee.		West	Stijve wind.	17	—	25,22
// —	—	—	—	4 45	—	12	WZW	//	16,5	—	27,16
// 15	10 15	—	—	—	volzee.		WNW	Buijig.	14	—	25,10
// —	—	—	—	4 15	—	12	NW	//	13,5	—	26,67
October 1	11 45	—	—	—	—	3	ZO	//	12,5	—	21,15
// —	—	—	—	5 45	—	16	//	Helder.	12	—	22,45
// 15	12	—	—	—	volzee.		ZW	Stijve wind.	12	—	22,31
// —	—	—	—	6	—	12	//	Buijig.	11,5	—	22,31
November 1	12	—	—	—	8	—	ZZW	Harde wind.	9	—	21,92
// —	—	—	—	6	—	4	ZW	//	8,5	—	21,01
// 15	11 45	—	—	—	volzee.		Zuid	Stijve wind.	9	—	21,44
// —	—	—	—	5 15	—	12	//	Helder weer.	9	—	22,36
December 1	—	6 15	—	—	—	4	ZO	Harde wind.	7	—	21,54
// —	—	—	—	6 15	—	16	//	//	6,5	—	23,61
// 15	11 45	—	—	—	—	1	ZW	Vorst, bewolkt.	3	—	22,01
// —	—	—	—	5 45	—	14	//	//	3	—	26,32

TABEL IV.

STATION STAVOREN.

DATUM.	HOOGWATER. VOORM.	HOOGWATER. NAMIDD.	LAAGWATER. VOORM.	LAAGWATER. NAMIDD.	PEILSLUIS. +VOLZEE	PEILSLUIS. —VOLZEE.	WIND-RIGTING.	WEÊRSGESTELDHEID.	TEMPERATUUR. WATER.	TEMPERATUUR. LUCHT.	CHLOOR-SODIUM-GEHALTE IN 1000CC.
1863.	u. m.	u. m.	u. m.	u. m.	palmen.				° C.	° C.	grammen.
Januarij 1	—	—	11 30	—	—	30	ZZW	Harde wind, dikke lucht.	5	—	11,79
// —	—	5 30	—	—	1,2	—	ZW	//	5	—	11,86
// 15	—	—	10	—	—	46	NW	Zware buijen, holle zee.	8	—	13,72
// —	—	4	—	—	volzee.		NNW	Heldere lucht	8	—	13,93
Februarij 1	6 30	—	—	—	36	—	ZW	Harde wind, stofregen.	5	—	13,65
// —	—	—	—	12 30	—	10	//	//	5	—	14,13
// 14	—	—	11 30	—	—	65	ZO	Stil, mistig.	6	—	12,07
// —	—	5 30	—	—	—	30	Noord	//	6	—	12,14
Maart 1	—	—	12	—	—	40	Zuid	Flaauwe koelte, zonnig.	6	—	12,84
// —	—	6	—	—	volzee.		ZZW	Stijve wind, mist.	6	—	12,62
// 15	—	—	11	—	—	60	Oost	Stil, zonnig.	6	—	11,40
// —	—	5	—	—	—	20	ONO	Flaauwe koelte, bewolkt.	6	—	11,10
April 1	7	—	—	—	volzee		ZO	Stijve wind, helder.	8	—	13,90
// —	—	—	—	1	—	40	ZZO	//	8,5	—	22,90
// 15	7	—	—	—	—	10	Oost	Flaauwe koelte, zonnig.	12	—	20,40
// —	—	—	—	1	—	60	NNO	//	12	—	16,80
Mei 1	7 30	—	—	—	—	20	ZO	Zachte koelte, zonnig.	11	—	16,90
// —	—	—	—	1 30	—	50	ZZO	//	10,5	—	16,70
// 15	7	—	—	—	volzee.		ZW	Betrokken, stijve wind.	15	—	19,40
// —	—	—	—	1	—	40	ZZW	Regen.	15	—	19,20
Junij 1	9	—	—	—	10	—	Zuid	Winderig, helder.	16	—	24,01
// —	—	—	—	3	—	40	ZZW	//	16	—	24,01
// 15	8	—	—	—	20	—	NW	Stil, betrokken.	15	—	22,06
// —	—	—	—	4	—	25	West	//	15	—	21,73
Julij 1	9	—	—	—	volzee.		NW	Stil, zonnig.	20	—	23,43
// —	—	—	—	1	—	40	Zuid	Flaauwe koelte, helder.	21	—	23,90
// 15	9	—	—	—	—	10	WNW	//	22	—	24,00
// —	—	—	—	3	—	50	NW	//	22	—	22,31
Augustus 1	10 30	—	—	—	15	—	NNO	Helder.	20	—	23,71
// —	—	—	—	4 30	—	35	Noord	//	20	—	23,65
// 15	8	—	—	—	10	—	WNW	Frissche koelte, buijig.	17	—	22,60
// —	—	—	—	2	—	35	NW	Buijig, regen.	17	—	22,89
September 1	—	—	6	—	—	50	West	Winderig, helder.	15	—	19,40
// —	12	—	—	—	volzee.		WZW	Buijig, betrokken.	16	—	20,08
// 15	11	—	—	—	20	—	WNW	Winderig, betrokken.	13	—	23,33
// —	—	—	—	5	—	30	//	//	14	—	22,59
October 1	12	—	—	—	—	10	ZO	Helder, zonnig.	12	—	15,52
// —	—	—	—	6	—	55	ZZW	Flaauwe koelte, betrokk.	12	—	14,79
// 15	11	—	—	—	5	—	ZO	Flaauwe koelte, regen.	11,5	—	20,61
// —	—	—	—	5	—	40	ZZW	Flaauwe koelte, betrokk.	11	—	19,38
November 1	1	—	—	—	80	—	ZW	Harde wind.	4,5	—	13,62
// —	—	—	—	7	80	—	—	Betrokken, harde buijen.	5	—	14,05
// 15	—	—	7	—	—	40	ZZW	Mist, stil.	7	—	19,03
// —	—	1	—	—	volzee.		ZW	//	6	—	19,08
December 1	—	—	8	—	—	70	ZO	Helder, vorst.	2	—	13,18
// —	—	2	—	—	—	30	ZZO	//	2	—	13,32
// 15	—	—	7 30	—	—	20	West	Betrokken, flaauwe koelte.	2	—	18,88
// —	—	1 30	—	—	25	—	ZW	//	2	—	20,71
// 31	—	—	7	—	—	45	Oost	Helder, vriezend.	1	—	14,00
// —	—	1	—	—	—	5	ZO	//	1	—	13,76

INHOUD

VAN

DEEL XVII. — STUK 1.

bladz.

Vijfde Vervolg op het Verslag over de Verzakking te Nijmegen. 1862 en 1863. Door I. P. Delprat en F. W. Conrad. *(Met twee Platen.)* ..... 1.

Over den wederstand van de horizontale koppeling der Tralieliggers bij Spoorwegbruggen tegen zijdelingsche uitbuiging. Door I. P. Delprat. *(Met eene Plaat.)* ..... 8.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 19 December 1863 ..... 42.

Het voorkomen van Deluviale gronden op Java. Door W. C. H. Staring ..... 52.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 30 Januarij 1864 ..... 63.

Vijfde Verslag over den Paalworm ..... 74.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken ..... blz. I—XXIV.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

Zeventiende Deel. — Tweede Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1864.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 27sten FEBRUARIJ 1864.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. L. RIJKE, R. VAN REES, P. ELIAS, A. H. VAN DER BOON MESCH, D. BIERENS DE HAAN, M. C. VERLOREN, P. HARTING, A. W. M. VAN HASSELT, R. LOBATTO, J. VAN GOGH, H. J. HALBERTSMA, G. J. VERDAM, J. G. S. VAN BREDA, E. H. VON BAUMHAUER, C. J. MATTHES, P. BLEEKER, G. A. VAN KERKWIJK, J. VAN GEUNS, F. J. STAMKART, C. A. J. A. OUDEMANS, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT, N. W. P. RAUWENHOFF, en C. SWAVING, Correspondent.

Na voorlezing, goedkeuring en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige Zitting, komt ter tafel eene missive van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 9 Febr. j.l. N°. 158, 5de Afd.), houdende kennisgeving van Zr. Majesteits bekrachtiging van de op de Heeren J. VAN GEUNS en C. J. MATTHES uitgebragte keuzen tot Onder-Voorzitter en Secretaris. De Voorzitter wenscht den nieuwbenoemden Secretaris met zijne aanstelling geluk.

Zijn ingekomen, van wege het Ministerie van Binnenlandsche Zaken, tien verzamelingstabellen van gedurende de maanden October en September 1863 waargenomen waterhoogten, waarop besloten wordt tot verzending aan de Commissie voor de daling van den bodem in Nederland.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken, van de navolgende Heeren: 1°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 12 Febr. 1864, Secretariaat N°. 41, S); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 15 Februarij 1864, N°. 240, 3e Afd. Waterstaat); 3°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 16 Febr. 1864, N°. 137, 6e Afd. Rijkstelegraaf); 4°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 22 Februarij 1864, N°. 257, 5e Afd. Onderwijs enz).; 5°. Dr. FR. ILWOF, Secretär des historischen Vereins für Steiermark (Grätz, 17 Nov. 1863); 6°. Dr. HERRICH-SCHÄFFER, Director der Königl. Botanischen Gesellschaft zu Regensburg; 7°. J. M. LATINO COELHO, Secrétaire Général de l'Académie Royale des Sciences de Lisbonne (Lissabon, 4 December 1863); waarop het gewone besluit valt, tot plaatsing in de boekerij en schriftelijke dankzegging.

Wordt kennis genomen van een schrijven tot dankbetuiging voor ontvangen werken der Akademie van Dr. G. NAMIAS, Segretario dell' I. R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, (Venezia, 5 Mei 1863). — Aangenomen voor berigt.

De Secretaris rapporteert, dat de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* geen zwarigheid maakt tegen de opneming van de ingeleverde bijdragen der Heeren P. BLEEKER en C. A. J. A. OUDEMANS.

De navolgende stukken zijn ditmaal aangeboden geworden, als:

Synonyma Muraenorum Indo-Archipelagicorum hucusque observatorum revisa, door ons medelid den Heer P. BLEEKER.

Over het zien bij verschil in refractie der beide oogen, en de hulpmiddelen daarbij aan te wenden, door ons medelid den Heer F. C. DONDERS.

Over de mechanische energie bij scheikundige werkingen, door den Heer Dr. H. W. SCHROEDER VAN DER KOLK, van Maastricht.

Overwegingen op het gebied van natuur- en sterrekunde, en *Over de oorzaken van den elliptischen vorm der planeten- en kometenbanen*, door den Heer P. BLOMMENDAL, van Overschie.

Al deze verhandelingen zullen naar de Commissie van Redactie worden verzonden.

De Secretaris levert vervolgens eene opgave van Acta en Tijdschriften, om te voldoen aan de uitnoodiging der Royal Society te Londen, tot aanvulling van de boekenlijst tot dat einde aan de Afdeeling overgemaakt; de leden beijveren zich, aan die opgave nog meerdere volledigheid bij te zetten.

De Heer VAN DER BOON MESCH heeft, ter vervulling zijner spreekbeurt, gehandeld over eenige bij-

zondere eigenschappen der zwavel en den zoogenaamden allotropischen toestand.

De Spreker stond in de eerste plaats stil bij den crystalvorm, de spitse rhombische octaëders en de lange, dunne, scheef rhombische zuilen, en dus de rhombische en monoclinometrische crystallen, en toonde aan, hoe de zwavel uit verschillende vloeistoffen in verschillenden vorm kan aanschieten, hoe zij ook uit zwavelkoolstof monoclinometrische crystallen kan vormen, en hoe deze laatste in de rhombische overgaan, door aanraking met zwavelkoolstof, onder ontwikkeling van warmte, door MITSCHERLICH waargenomen; hoe het zonlicht op die overgangen invloed oefent; hoe de rhombische in de monoclinometrische veranderd wordt door verhooging van temperatuur, hoe het ondoorschijnend worden kan worden verklaard, en hoe men uit terpentijnolie onder verschillende omstandigheden verschillende crystalvormen verkrijgen kan. Na de nieuwe crystalvormen van de zwavel uit de solfatara in de Campi Phlegraei en het vinden van rhombische zwavel in een oven van een zwavelzuurfabriek te hebben vermeld, gaat de Spreker over tot het spec. gewigt der zwavel.

Dit is door verschillende onderzoekers zeer verschillend bevonden, van 2,072—1,868. Deze groote verschillen zijn niet bij uitsluiting aan de onzuiverheid der zwavel, of minder naauwkeurige bepaling toe te schrijven, daar de zwavel in rhombischen, monoclinometrischen en amorphen toestand een zeer verschillend spec. gewigt bezit, en dit in de beide laatste toestanden van lieverlede stijgt. Deze toeneming van het spec. gewigt wordt, in verband met de verandering van crystalvorm, in hare belangrijkheid nagegaan.

In de derde plaats staat de Spreker stil bij de verschillende kleuren der zwavel, de groenachtig gele, de donker gele en bruine; bij den invloed, dien verschillende temperaturen daarop oefenen, en bij het tijdelijk vertoonen van

eene blaauwe en violette kleur. Hij onderzoekt nu, in hoeverre met MAGNUS het bestaan van eene zwarte en eene roode zwavel kan worden aangenomen als twee nieuwe verscheidenheden, en in hoeverre de tegenspraak van MITSCHERLICH gegrond is. De Spr. heeft volgens de methode van MAGNUS geen zwarte zwavel kunnen verkrijgen, als de gebezigde zwavel zuiver was, wel uit gewone pijpzwavel, en hij toonde aan, hoe zeer geringe hoeveelheden van verschillende organische stoffen bij de zwavel gevoegd haar, na verhitting tot op 100° en snelle afkoeling, zwart kleuren. Over het al of niet bestaan van roode zwavel was hij na de uitkomsten zijner proeven in het onzekere.

In de vierde plaats werd het amorphisme besproken en de verschillende manieren, waarop, hetzij door verwarming, hetzij door ontleding van zwavelverbindingen, amorphe zwavel gevormd wordt. Verschillende temperaturen oefenen op de kleur, taaiheid en vorm eenen grooten invloed, en op den tijd, waarin de hardheid, broosheid en kleur terugkeeren.

Na ten vijfden de verschillende smeltpunten van de verscheidenheden der zwavel te hebben nagegaan, staat de Spreker ten zesden stil bij de verschillende oplosbaarheid in zwavelkoolstof, en bij de verschillende manieren om de daarin onoplosbare in oplosbare te veranderen.

Ten zevenden eindelijk behandelde Spreker de vraag, hoe vele verscheidenheden van zwavel thans kunnen worden aangenomen, en in hoe verre men regt heeft ze te onderscheiden in rhombische, monoclinometrische en amorphe, in de vijf door MAGNUS aangenomen verscheidenheden of, volgens BERTHELOT, in electropositive en electronegative, naar de rol die de zwavel in verschillende verbindingen vervult. De onderscheidene bezwaren, die ook tegen deze laatste beschouwing bestaan, werden ontwikkeld, daar de wijze van afscheiding der zwavel, en de stof waarmede die uit ver-

schillende zwavelverbindingen plaats heeft, niet zonder invloed op de zwavel is. De Spreker besluit met de opmerking, dat wij de zwavel nog niet volkomen kennen; dat zij in de algemeene geschriften over de scheikunde, zelfs in die van den laatsten tijd, geheel onvoldoende behandeld is; doch dat hierop twee gunstige uitzonderingen bestaan, het leerboek van PELOUZE en FRÉMY, en dat van ons medelid, den Heer VON BAUMHAUER, door hem aan de Afdeeling aangeboden. Het gesprokene werd door eene uitgebreide reeks van zwavels en praeparaten opgehelderd.

Naar aanleiding van het verhandelde, wisselen daarover van gedachten de Heeren OUDEMANS, HARTING, VAN REES en VON BAUMHAUER; de laatste deelt mede, dat onlangs in zijn laboratorium is opgemerkt, dat wanneer zwavel met water wordt gekookt, de waterdamp zwavelwaterstof bevat, zoodat de zwavel het water schijnt te ontleden.

De Heer G. J. VERDAM spreekt *over de Theorie der kromte- of krommingslijnen op de oppervlakte der Ellipsoïde met drie ongelijke assen.* Zijne mededeeling betreft voornamelijk eene welligt niet bekende wijze van wording dezer lijnen, alsmede hare verwantschap met confocale sphaerische Ellipsen. Hij hoopt later een meer volledig opstel daarover der Akademie aan te bieden.

De Heer C. A. J. A. OUDEMANS draagt enkele uitkomsten voor van een door hem in het werk gesteld onderzoek op de *Violaceae* uit 's Rijks Herbarium te Leiden, een arbeid bestemd voor de *Annales Musei Botanici Lugdunensis.*

De Heer VON BAUMHAUER deelt mede, dat hij, bij zijne voortgezette onderzoekingen over de zuren der lichens, een zuur heeft gevonden, waarvan de zamenstelling uitgedrukt kan worden door de formule $\overset{\text{H}_2}{\text{C}_{18}\text{H}_{32}\text{O}_2}|\text{O}_2$, en dus onderscheiden zoude zijn, door C H_2, van het *roccelzuur*: $\overset{\text{H}_2}{\text{C}_{17}\text{H}_{30}\text{O}_2}|\text{O}_2$, waarover hij de afdeeling in hare vergadering van 27 Junij 1863 heeft onderhouden, en even als dit zoude behooren tot de homologe reeks $\overset{\text{H}_2}{\text{C}^n\text{H}_{2n-4}\text{O}_2}|\text{O}_2$, waarvan het *zuringzuur* $\overset{\text{H}_2}{\text{C}_2\text{O}_2}|\text{O}_2$ het eerste lid is.

De juistheid der voorgestelde formule is niet alleen bevestigd geworden door het onderzoek van het zuur en van zijn zilverzout: $\overset{\text{Ag}_2}{\text{C}_{18}\text{H}_{32}\text{O}_2}|\text{O}_2$, maar ook door het onderzoek van het zuur, bereid uit zilverzouten, die door gefractionneerde praecipitatie waren verkregen.

De bibasiciteit van het zuur is bewezen door het bestaan van een prachtig in zijde-glanzende naalden crystalliserend zuur potassazout, hetwelk in kokend water gemakkelijk, doch in koud water moeijelijk oplosbaar is; de formule van het in het luchtledige gedroogde zout is gevonden: $\overset{\text{H K}}{\text{C}_{18}\text{H}^{32}\text{O}_2}|\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$.

Door behandeling van dit zout met alkohol en droog zoutzuurgas bij warmte, heeft de Heer VON BAUMHAUER het aethylzuur $\overset{\text{C}_4\text{H}_5\ \text{H}}{\text{C}_{18}\text{H}_{32}\text{O}_2}|\text{O}_2$ in crystallijnen toestand verkregen; dit zuur maakt met alkaliën oplosbare zouten; zijne zamenstelling werd door de analyse bevestigd gevonden.

In eene volgende vergadering hoopt de Heer VON BAUMHAUER zijne onderzoekingen over het amid en

het aminzuur van dit ligchaam mede te deelen, terwijl hij het roccelzuur aan een nieuw onderzoek zal onderwerpen, om zich te overtuigen, of het daarvoor gehouden ligchaam zuiver is of wel een mengsel van het nieuwe zuur met een lager lid uit de zuringzuur-reeks; eerst na dit onderzoek zal de Heer VON BAUMHAUER een naam voor het nieuwe zuur voorstellen, en over dit onderwerp eene verhandeling voor de *Verslagen en Mededeelingen* aanbieden.

Nog spreekt de Heer H. J. HALBERTSMA, *over de verhouding der openingen en klepvliezen aan het hart, en de toepassing daarvan op de autopsie.* Dezelfde vermeldt eene nieuwe door Prof. BOOGAARD ontdekte *methode, om drooge microscopische praeparaten te vervaardigen.*

Daar niemand iets meer voor te stellen heeft, wordt de Vergadering door den Voorzitter gesloten.

BESCHOUWING

VAN DE

BETREKKINGSWIJZERS DER VIERKANTSWORTELS

UIT

ONVOLKOMEN VIERKANTEN.

DOOR

J. BADON GHIJBEN.

Hoezeer de beschouwing, in het volgend opstel vervat, mij slechts tot bekende uitkomsten *) geleid heeft, geloof ik te mogen onderstellen, dat de wijze waarop ik tot die uitkomsten geraakte, èn om hare algemeenheid, èn om hare beknoptheid, eenige opmerking verdient. Uit dien hoofde meen ik dan ook, tot het leveren eener van mij verlangde bijdrage, deze beschouwing aan de Akademie te mogen aanbieden.

§ 1. Een zoogenoemde betrekkingswijzer $\{\alpha, \beta, \gamma, \text{enz.}\}$, dat is eene kettingbreuk van den vorm

$$\cfrac{\alpha + 1}{\beta + \cfrac{1}{\gamma + \cfrac{1}{\delta + \cfrac{1}{\text{enz.}}}}}$$

*) Men vindt ze bij LEGENDRE, *Théorie des nombres*, uitgave van 1808, bladz. 42 en volgende.

waarin α, β, γ, enz. positieve geheele getallen verbeelden, stelt, wanneer hij uit een oneindig voortloopende rij van wijzergetallen bestaat, de verhouding van twee onderling onmeetbare grootheden, dat is een onmeetbaar getal, voor. Hoezeer die verhouding in het algemeen niet anders berekend kan worden, dan door het opmaken van hare naderende breuken, hetgeen volgens een overbekenden algorithmus geschiedt, kan echter, als de betrekkingswijzer periodiek is, het vinden van zijne waarde tot het trekken van een vierkantswortel teruggebragt worden, zoodat men dan voor die waarde eene uitdrukking verkrijgt van den vorm $T \pm \sqrt{U}$, waarin T en U meetbare getallen zijn. In die uitdrukking kan, wanneer T nul mogt worden, slechts het bovenste teeken gelden, en de waarde van den betrekkingswijzer is dan eenvoudig de vierkantswortel uit een meetbaar getal. Opdat dit het geval zij, zullen echter de wijzergetallen van den periodieken betrekkingswijzer aan zekere voorwaarden moeten voldoen. Wij stellen ons voor, die voorwaarden op te sporen.

§ 2. Laat een betrekkingswijzer alleen uit eene repeterende periode bestaan, zoodat hij b. v. is

$$y = \{a, b, \ldots, e, f, g; a, b, \ldots, e, f, g; \text{enz.}\} = \{a, b, \ldots, e, f, g, y\};$$

stellen wij dan, dat de naderende breuken der eerste periode, van achteren af gerekend, zijn:

$$\frac{G}{G_1} = \{a, b, \ldots, e, f, g\}, \frac{F}{F_1} = \{a, b \ldots, e, f\}, \frac{E}{E_1} = \{a, b, \ldots, e\}, \text{enz.};$$

zoo is, volgens den bekenden algorithmus, $y = \dfrac{yG + F}{yG_1 + F_1}$, waaruit men vindt

$$y = \frac{G - F_1}{2G_1} + \sqrt{\left\{\left(\frac{G - F_1}{2G_1}\right)^2 + \frac{F}{G_1}\right\}} \quad \ldots \quad (1)$$

Omdat $G > F$, $F > F_1$ en dus zoo veel te meer $G > F_1$

is, kan deze waarde van y (waarin, omdat zij positief moet zijn, geen teeken — voor de wortelgrootheid te pas kan komen) geenszins den eenvoudigen vorm $\sqrt{U}$ aannemen. Opdat dus de waarde van een periodieken betrekkingswijzer dien vorm kunne verkrijgen, moeten aan de repeterende periode een of meer wijzergetallen voorafgaan, zoodat wij zulk een betrekkingswijzer kunnen voorstellen door

$$x = \{h, i, ..., m, n, p; a, b, ..., e, f, g; a, b, ..., e, f, g; \text{ enz.}\}.$$

Hier valt al dadelijk op te merken, dat het laatste der voorafgaande wijzergetallen niet gelijk kan zijn aan het laatste wijzergetal der repeterende periode; want stelde men $p = g$, dan zou onze betrekkingswijzer zijn

$$x = \{h, i, ..., m, n; g, a, b, ..., e, f; g, a, b, ..., e, f; g, \text{ enz.}\},$$

waarin n het laatste der voorafgaande wijzergetallen, en $g, a, b, ..., e, f$ de repeterende periode zou wezen.

§ 3. Den genoemden betrekkingswijzer x kunnen wij korter voorstellen door

$$x = \{h, i, ..., m, n, p, y\},$$

waarin y dezelfde beteekenis heeft als in de voorgaande §. Stellen wij nu weder, dat de naderende breuken, die men uit de voorafgaande wijzergetallen kan afleiden, van achteren afgerekend, zijn:

$$\frac{P}{P_1} = \{h, i, ..., m, n, p\}, \frac{N}{N_1} = \{h, i, ..., m, n\}, \frac{M}{M_1} = \{h, i, ..., m\}, \text{enz.},$$

dan is $x = \dfrac{yP + N}{yP_1 + N_1}$; door hierin voor y de waarde (1) over te brengen, en daarbij ter bekorting $G - F_1 = 2R$ te stellen, vinden wij

$$x = \frac{PR + NG_1 + P\sqrt{(R^2 + FG_1)}}{P_1R + N_1G_1 + P_1\sqrt{(R^2 + FG_1)}}$$

of zoo wij teller en noemer met $P_1R+N_1G_1-P_1\sqrt{(R^2+FG_1)}$ vermenigvuldigen, en na herleiding in rekening brengen, dat volgens de eigenschappen der naderende breuken $PN_1 - P_1N = \pm 1$ is,

$$x = \frac{R(PN_1 + P_1N) - FPP_1 + G_1NN_1 \pm \sqrt{(R^2 + FG_1)}}{2RP_1N_1 + G_1N_1^2 - FP_1^2}.$$

Zal dus de waarde van x den eenvoudigen vorm $\sqrt{U}$ aannemen, dan moet men hebben

$$R(PN_1 + P_1N) - FPP_1 + G_1NN_1 = 0,$$

of wel

$$R = \frac{FPP_1 - G_1NN_1}{PN_1 + P_1N}, \quad \ldots \quad (2)$$

en hierdoor wordt dan

$$x = \frac{\pm\sqrt{\left\{\frac{(FPP_1 - G_1NN_1)^2}{(PN_1 + P_1N)^2} + FG_1\right\}}}{\frac{2P_1N_1(FPP_1 - G_1NN_1)}{PN_1 + P_1N} + G_1N_1^2 - FP_1^2},$$

dat is, na behoorlijke herleiding

$$x = \pm\frac{\sqrt{(FP^2 + G_1N^2)(FP_1^2 + G_1N_1^2)}}{(FP_1^2 + G_1N_1^2)(PN_1 - P_1N)},$$

of wel omdat $PN_1 - P_1N = \pm 1$ is,

$$x = \sqrt{\frac{FP^2 + G_1N^2}{FP_1^2 + G_1N_1^2}}. \quad \ldots \quad (3)$$

§ 4. Omdat wij $G - F_1 = 2R$ gesteld hebben, terwijl volgens de eigenschappen der naderende breuken $G = gF + E$ en $G_1 = gF_1 + E_1$ is, verschaft de voorwaarde (2) ons de vergelijking

$$gF + E - F_1 = \frac{2FPP_1 - 2(gF_1 + E_1)NN_1}{PN_1 + P_1N},$$

waaruit wij, door g af te zonderen, verkrijgen

$$g=\frac{2FPP_1+F_1(PN_1+P_1N)}{2F_1NN_1+F(PN_1+P_1N)}-\frac{2E_1NN_1+E(PN_1+P_1N)}{2F_1NN_1+F(PN_1+P_1N)};$$

daar weder, volgens de eigenschappen der naderende breuken, $P=pN+M$ en $P_1=pN_1+M_1$ is, kunnen wij hier voor den teller der eerste breuk schrijven

$$FP_1(pN+M)+FP(pN_1+M_1)+(F_1N_1(pN+M)+F_1N(pN_1+M_1)$$

dat is

$$2pF_1NN_1+pF(PN_1+P_1N)+F_1(NM_1+N_1M)+F(PM_1+P_1M);$$

de voorgaande waarde van g gaat dan over in

$$g=p+\theta-\theta', \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

de letters θ en θ' kortheidshalve dienende tot voorstelling der breuken

$$\theta=\frac{F_1(NM_1+N_1M)+F(PM_1+P_1M)}{2F_1NN_1+F(PN_1+P_1N)} \text{ en } \theta'=\frac{2E_1NN_1+E(PN_1+P_1N)}{2F_1NN_1+F(PN_1+P_1N)}.$$

Deze breuken θ en θ', die natuurlijk positief zijn, zijn behoudens eene mogelijke uitzondering ook kleiner dan de eenheid. Daar namelijk $N>M$ en $N_1>M_1$ is, hebben wij niet alleen $PN_1+P_1N>PM_1+P_1M$, maar ook $2NN_1>NM_1+N_1M$, waaruit volgt, dat in θ de noemer grooter dan de teller is. Desgelijks is in θ' de noemer grooter dan de teller, omdat $F>E$ en $F_1>E_1$ is. Blijkens de vergelijking (4), waarin g en p geheele getallen zijn, kunnen nu θ en θ' niet beide kleiner dan de eenheid zijn, zonder dat $\theta=\theta'$ is, waaruit dan zou volgen $g=p$. Maar aan het slot van § 2 hebben wij reeds opgemerkt, dat g en p niet aan elkander gelijk kunnen zijn; derhalve moet hier het geval van uitzondering bestaan, dat θ en θ' niet kleiner dan de eenheid zijn.

Daartoe nu is het noodig, dat onder de beschouwde naderende breuken, de oneigenlijke breuk $\frac{0}{1}$ voorkomt, die men met de breuk $\frac{1}{0}$, bij het aanwenden van den gewonen algorithmus, aan de naderende breuken laat voorafgaan; want zoolang men niet tot de eerste oneigenlijke breuk $\frac{0}{1}$ teruggaat, blijft het betoog, dat θ en θ' kleiner dan de eenheid zijn, stand houden.

Opdat de oneigenlijke breuk $\frac{0}{1}$ in rekening kome, kunnen wij onderstellen, dat aan de repeterende periode slechts een enkel wijzergetal p voorafgaat, alswanneer de naderende breuken $\frac{M}{M_1}$, $\frac{N}{N_1}$ en $\frac{P}{P_1}$ moeten vervangen worden door $\frac{0}{1}$, $\frac{1}{0}$ en $\frac{p}{1}$. Omdat alsdan $N_1 = 0$, $M_1 = 1$ en dus niet meer $N_1 > M_1$ is, vervalt hier het betoog, dat θ kleiner dan de eenheid is. Substituëren wij dan ook $M = 0$, $M_1 = 1$, $N = 1$, $N_1 = 0$, $P = p$ en $P_1 = 1$, zoo vinden wij:

$$\theta = p + \frac{F_1}{F}, \quad \theta' = \frac{E}{F} \text{ en } g = 2p + \frac{F_1}{F} - \frac{E}{F} \ldots (5)$$

Om de oneigenlijke breuk $\frac{0}{1}$ in rekening te doen komen, hadden wij ook kunnen onderstellen, dat de repeterende periode uit een enkel wijzergetal g bestond, en dat dus de naderende breuken $\frac{E}{E_1}$, $\frac{F}{F_1}$ en $\frac{G}{G_1}$ door $\frac{0}{1}$, $\frac{1}{0}$ en $\frac{g}{1}$ moesten vervangen worden; maar door alsdan $E = 0$, $E_1 = 1$, $F = 1$ en $F_1 = 0$ te substituëren, verkrijgen wij:

$$\theta = \frac{PM_1 + P_1M}{PN_1 + P_1N} \text{ en } \theta' = \frac{2NN_1}{PN_1 + P_1N'},$$

welke breuken blijkbaar, zoolang de eerst beschouwde onderstelling niet aangenomen wordt, wederom kleiner dan de eenheid zijn. De onderstelling, dat aan de repeterende periode slechts een enkel wijzergetal voorafgaat, is dus de eenige, die aan het oogmerk kan beantwoorden en er ook werkelijk aan beantwoordt.

Door, volgens die onderstelling, $P = p$, $P_1 = 1$, $N = 1$ en $N_1 = 0$ te nemen, wordt volgens (3):

$$x = \sqrt{\left\{p^2 + \frac{G_1}{F}\right\}}; \ldots\ldots\ldots (6)$$

daar voorts g en p geheele getallen, en zoowel $\frac{F_1}{F}$ als $\frac{E}{F}$ kleiner dan de eenheid zijn, volgt uit (5) dat men hebben moet:

$$g = 2p, \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

en

$$E = F_1 \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

§ 5. Wanneer men uit eenigen betrekkingswijzer een aantal naderende breuken heeft opgemaakt, en dan den betrekkingswijzer zoekt van de verhouding der beide laatste tellers, zal men, voor dien nieuwen betrekkingswijzer, de gebezigde wijzergetallen van den eersten, in eene omgekeerde orde, terugvinden. Dit volgt onmiddellijk uit den algorithmus, waardoor men de opvolgende tellers der naderende breuken uit elkander afleidt. Uit

$$\{a, b, \ldots, e, f\} = \frac{F}{F_1} \text{ en } \{a, b, \ldots, e\} = \frac{E}{E_1},$$

volgt dus noodwendig

$$\frac{F}{E} = \{f, e, \ldots, b, a\};$$

daar nu volgens (8) $E = F_1$ is, hebben wij:

$$\{f, e, ..., b, a\} = \{a, b, ..., e, f\},$$

en dus is $f = a$, $b = e$ enz.; dat wil zeggen: de wijzergetallen $a, b, ..., e, f$ moeten van voren naar achteren, en van achteren naar voren gelezen, volkomen dezelfde zijn; met andere woorden, zij moeten eene wederkeerige rij van getallen uitmaken.

Opdat dus de waarde van een periodieken betrekkingswijzer den eenvoudigen vorm $\sqrt{U}$ aanneme, zijn de drie volgende voorwaarden noodzakelijk en voldoende: 1°. aan de repeterende periode moet slechts een enkel wijzergetal p voorafgaan; 2°. het laatste wijzergetal der repeterende periode moet dan $2p$ zijn; en 3°. de overige wijzergetallen der repeterende periode moeten eene wederkeerige rij van getallen uitmaken.

De laatste voorwaarde is blijkbaar van zelf vervuld, indien er tusschen p en $2p$ geen of slechts een enkel wijzergetal voorkomt; gelijk mede indien er zich tusschen p en $2p$ slechts onderling gelijke wijzergetallen bevinden.

§ 6. Voldoet nu een gegeven periodieke betrekkingswijzer aan de gevondene voorwaarden, en kan hij dus voorgesteld worden door

$$x = \{p; a, b, ..., b, a, 2p; \text{enz.}\} = \sqrt{U}. \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

zoo behoeft men slechts, door den gewonen algorithmus, de naderende breuken

$$\{a,b,...,b\} = \frac{E}{E_1}, \{a,b,...,b,a\} = \frac{F}{F_1} \text{ en } \{a,b,..,b,a,2p\} = \frac{G}{G_1}$$

op te maken, om zich vooreerst te overtuigen, dat altijd $E = F_1$ is, en om ten anderen volgens de formule (6) de waarde van $U = p^2 + \frac{G_1}{F}$ te vinden. Die waarde van U kan zoowel eene meetbare breuk als een geheel getal wor-

den; de gegevene wijzergetallen leveren daaromtrent geen ander onderscheidend kenmerk op, dan dat men, na het wederkeerig deel der periode naar welgevallen aangenomen te hebben, voor p de reeks van getallen kan opsporen, die U zoo mogelijk tot een geheel getal maken.

Tot opheldering van dit een en ander mogen de volgende voorbeelden dienen, waarin telkens de drie laatste der aldaar voorkomende naderende breuken diegene zijn, welke wij door $\frac{E}{E_1}$, $\frac{F}{F_1}$ en $\frac{G}{G_1}$ hebben voorgesteld.

1°. Zij gegeven $x = \{p; 2p;$ enz.$\}$, zoodat tusschen p en $2p$ geen wijzergetal voorkomt.
De gewone algorithmus geeft hier:

		$2p$
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{2p}{1}$

dus $E = F_1 = 0$, $F = 1$ en $G_1 = 2p$, waaruit volgt

$$U = p^2 + 1 \text{ en } x = \sqrt{(p^2 + 1)}.$$

Door $p = 1, 2, 3,$ enz. te nemen, vinden wij

$$\{1;2;\text{enz.}\} = \sqrt{2}, \{2;4;\text{enz.}\} = \sqrt{5}, \{3;6;\text{enz.}\} = \sqrt{10}, \text{enz.}$$

2°. Zij gegeven $x = \{p; a, 2p;$ enz.$\}$, zoodat er één wijzergetal tusschen p en $2p$ is.
Hier hebben wij:

		a	$2p$
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{a}{1}$	$\frac{2ap+1}{2p}$

derhalve $E = F_1 = 1$, $F = a$ en $G_1 = 2p$, waaruit volgt

$$U = p^2 + \frac{2p}{a} \text{ en } x = \sqrt{\left\{p^2 + \frac{2p}{a}\right\}}.$$

Alsnu wordt U een geheel getal, zoo men $a = p$, $a = 2$

of $a = 1$ neemt; gelijk mede zoo men voor p een veelvoud van a, of, als a even is, voor p een veelvoud van $\frac{1}{2}a$ neemt.

Voor $a = p$, hebben wij $\{p; p, 2p;$ enz.$\} = \surd(p^2 + 2)$; dus door $p = 1, 2, 3,$ enz. te nemen:

$$\{1; 1, 2;\text{ enz.}\} = \surd 3,\ \{2; 2, 4;\text{ enz.}\} = \surd 6,$$
$$\{3; 3, 6;\text{ enz.}\} = \surd 11,\text{ enz.}$$

Voor $a = 2$, komt er $\{p; 2, 2p;$ enz.$\} = \surd(p^2 + p)$; dus door $p = 3, 4, 5,$ enz. te nemen:

$$\{3; 2, 6;\text{ enz.}\} = \surd 12,\ \{4; 2, 8;\text{ enz.}\} = \surd 20,$$
$$\{5; 2, 10;\text{ enz.}\} = \surd 30,\text{ enz.}$$

Voor $a = 1$, vinden wij $\{p; 1, 2p;$ enz.$\} = \surd(p^2 + 2p)$; dus door $p = 2, 3, 4,$ enz. te nemen:

$$\{2; 1, 4;\text{ enz.}\} = \surd 8,\ \{3; 1, 6;\text{ enz.}\} = \surd 15,$$
$$\{4; 1, 8;\text{ enz.}\} = \surd 24,\text{ enz.}$$

Voor $p = ra$, komt er in 't algemeen $\{ra; a, 2ra;$ enz.$\}$ $= \surd\{r^2a^2 + 2r\}$.

Voor $a = 2s$ en $p = rs$, desgelijks $\{rs; 2s, 2rs;$ enz.$\}$ $= \surd\{r^2s^2 + r\}$.

Voor andere waarden van p en a wordt U een meetbare breuk; zoo hebben wij b. v. voor $p = 3$ en $a = 4$,

$$\{3; 4, 6;\text{ enz.}\} = \surd\frac{21}{2} = \frac{1}{2}\surd 42.$$

3°. Zij gegeven $x = \{p; a, a, 2p;$ enz.$\}$, zoodat er twee wijzergetallen tusschen p en $2p$ zijn. Hier hebben wij:

		a	a	$2p$
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{a}{1}$	$\frac{a^2+1}{a}$	$\frac{2p(a^2+1)+a}{2ap+1}$

dus $E = F_1 = a$, $F = a^2 + 1$ en $G_1 = 2ap + 1$; waaruit volgt $U = p^2 + \frac{2ap+1}{a^2+1}$.

Na voor a eene willekeurige waarde genomen te hebben, kan men de waarden van p opsporen, die $\frac{2ap+1}{a^2+1}$ tot een geheel getal maken, om daardoor voor U een geheel getal te bekomen.

Nemen wij $a = 3$ en $p = 4$, dan vinden wij

$$\{4; 3, 3, 8; \text{ enz.}\} = \sqrt{\frac{37}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{74}.$$

Nemen wij echter $a = 2$ en $p = 6$, dan komt er

$$\{6; 2, 2, 12; \text{ enz.}\} = \sqrt{41}.$$

Voor eene onevene waarde van a, kan hier U geen geheel getal worden; want is a oneven, dan is in de breuk $\frac{2ap+1}{a^2+1}$ de teller altijd oneven en de noemer even.

4°. Zij gegeven $x = \{p; 2, 1, 3, 1, 2, 2p; \text{ enz.}\}$, zoodat er zich tusschen p en $2p$ eene wederkeerige rij van getallen bevindt, die voor het overige willekeurig is aangenomen.

Hier hebben wij :

		2	1	3	1	2	$2p$
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{11}{4}$	$\frac{14}{5}$	$\frac{39}{14}$	$\frac{78p+14}{28p+5}$

derhalve $E = F_1 = 14$, $F = 39$ en $G_1 = 28p + 5$; waaruit volgt $U = p^2 + \frac{28p+5}{39}$.

Alzoo is dan

$$\{p; 2, 1, 3, 1, 2, 2p; \text{ enz.}\} = \sqrt{\left\{p^2 + \frac{28p+5}{39}\right\}}.$$

Wordt nu voor p een willekeurig getal genomen, dan zou het al eene bijzondere toevalligheid zijn, indien U een

geheel getal werd. Door $p = 1$ te nemen, vinden wij dan ook

$$\{1\,;\,2,\,1,\,3,\,1,\,2,\,2\,;\ \text{enz.}\} = \sqrt{\frac{24}{13}}.$$

Willen wij voor U een geheel getal bekomen, dan moeten wij p zoodanig nemen, dat $\frac{28p + 5}{39}$ een geheel getal worde. Door eene bekende leerwijze vinden wij, dat hiertoe p van den vorm $39q + 4$, dus b.v. $p = 4,\ 43,\ 82,$ enz. moet zijn. Wij hebben dan ook:

voor $p = 4$, $\{4;\,2,\,1,\,3,\,1,\,2,\,8;\ \text{enz.}\} = \sqrt{19}$;

voor $p = 43$, $\{43;\,2,\,1,\,3,\,1,\,2,\,86;\ \text{enz.}\} = \sqrt{1880}$;

voor $p = 82$, $\{82;\,2,\,1,\,3,\,1,\,2,\,164\,;\,\text{enz.}\} = \sqrt{6783}$; enz.

Zonder meer voorbeelden bij te brengen, willen wij alleen nog doen opmerken, dat men, in plaats van de breuk $\frac{F}{F_1}$ uit eene aangenomene wederkeerige rij van wijzergetallen op te maken, ook wel die breuk derwijze kan aannemen, dat zij bij ontwikkeling zulk eene wederkeerige rij oplevert. Hiertoe behoeft men slechts voor F_1 een willekeurig getal, en daarna voor F den grootsten der beide factoren te nemen, waarin men $F_1^2 \pm 1$ heeft kunnen ontbinden. Want uit $F_1 = E$ en $FE_1 - F_1E = \pm 1$ volgt onmiddellijk $FE_1 = F_1^2 \pm 1$, en daar $F > E_1$ is, moet dus F de grootste en E_1 de kleinste der beide factoren van $F_1^2 \pm 1$ zijn. Deze ontbinding in factoren is altijd mogelijk, omdat niets verhindert de eenheid als den kleinsten factor aan te nemen.

Laat b.v. $F_1 = 19$ genomen worden, dan is $F_1^2 + 1 = 362 = 362 \times 1 = 181 \times 2$ en $F_1^2 - 1 = 360 = 360 \times 1 = 180 \times 2 = 90 \times 4 = 72 \times 5 = 60 \times 6 =$ enz.

Neemt men dus voor F een der getallen 362, 181, 360, 180, 90, 72, 60, enz., dan verkrijgt men voor $\frac{F}{F_1}$ de breuken:

$$\frac{362}{19}=\{19,19\},\frac{181}{19}=\{9,1,1,9\},\frac{360}{19}=\{18,1,18\},\frac{180}{19}=\{9,2,9\},$$

$$\frac{90}{19}=\{4,1,2,1,4\},\ \frac{72}{19}=\{3,1,3,1,3\},\ \frac{60}{19}=\{3,6,3\},\text{ enz.}$$

die alle eene wederkeerige rij van getallen tot betrekkingswijzers hebben. Het aantal dier wijzergetallen is blijkbaar even of oneven, naargelang F de grootste factor is van F_1^2+1, of van F_1^2-1.

§ 7. Indien men omgekeerd, als U een gegeven geta is, den betrekkingswijzer van $\sqrt{U}$ wilde vinden, zou alles op het vinden der breuk $\frac{F}{F_1}$ nederkomen, omdat p, als de naast kleinere geheele getallenwaarde van $\sqrt{U}$, dadelijk bekend is. Daar $U=p^2+\frac{G_1}{F}$ is, hebben wij $G_1=F(U-p^2)$; maar ook is $G_1=2pF_1+E_1$, en derhalve $F(U-p^2)=2pF_1+E_1$ of $F^2(U-p^2)=2pFF_1+FE_1$; volgens de laatste opmerking der voorgaande §, is echter $FE_1=F_1^2\pm 1$ en hierdoor wordt dan $F^2(U-p^2)=2pFF_1+F_1^2\pm 1$, uit welke vergelijking wij F_1 kunnen oplossen en dan vinden

$$F_1=-pF+\sqrt{(UF^2\mp 1)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Hieruit volgt nu

$$\frac{F}{F_1}=\frac{F}{-pF+\sqrt{(UF^2\mp 1}}$$

of wel

$$\{a,b,\ldots,b,a\}=\frac{1}{-p+\sqrt{(U\mp\delta)}}, \quad . \quad . \quad . \quad (11$$

waarin $\delta = \frac{1}{F^2}$ is, en dus, als zeer klein in vergelijking van U, zou kunnen verwaarloosd worden. Uit (9) volgt echter onmiddellijk

$$\{a, b, ..., b, a, 2p\,;\ \text{enz.}\} = \frac{1}{-p+\sqrt{U}}; \quad . . \quad (12)$$

Het verwaarloozen van δ in de formule (11) heeft dus geen ander gevolg, dan dat men, na het wederkeerig deel van den betrekkingswijzer gevonden te hebben, ook nog de daarop volgende wijzergetallen $2p, a, b$, enz. vinden zou. De formule (11), die *zonder* verwaarloozing van δ niet kan dienen, omdat F en dus ook δ nog onbekend is, brengt ons dus *met* die verwaarloozing tot de formule (12) terug, en wijst ons alzoo den gewonen weg tot vinding der wijzergetallen aan.

Daar die gewone weg evenwel, na het vinden der voorgedragene eigenschappen, niet meer tot het bewijs der periodiciteit behoeft te voeren, zal het bezigen eener in decimalen benaderde waarde van $\sqrt{U}$ in de formule (12), wel het gemakkelijkst middel opleveren, om de begeerde wijzergetallen te vinden.

Laat b. v. de betrekkingswijzer van $\sqrt{43}$ gevraagd worden, dan is $p = 6$, $\sqrt{U} = \sqrt{43} = 6{,}5574385$, en dus $\frac{1}{-p+\sqrt{U}} = \frac{1}{0{,}5574385} = \frac{2000000}{1114877}$; hieruit vinden wij dan:

$$\frac{2000000}{1114877} = 1+\frac{885123}{1114877}; \quad \frac{1114877}{885123} = 1+\frac{229754}{885123}; \quad \frac{885123}{229754} = 3+\frac{195861}{229754};$$

$$\frac{229754}{195861} = 1+\frac{33893}{195861}; \quad \frac{195861}{33893} = 5+\frac{26396}{33893}; \quad \frac{33893}{26396} = 1+\frac{7497}{26396};$$

$$\frac{26396}{7497} = 3+\frac{3905}{7497}; \quad \frac{7497}{3905} = 1+\frac{3592}{3905}; \quad \frac{3905}{3592} = 1+\frac{313}{3592};$$

$$\frac{3592}{313} = 11+\frac{149}{313};$$

daar nu het laatstgevondene wijzergetal 11 nagenoeg het dubbel van $p = 6$ is, terwijl de eerst gevondene wijzergetallen 1, 1, 3, 1, 5, 1, 3, 1, 1, werkelijk eene wederkeerige getallenrij uitmaken, mogen wij besluiten, dat alleen het gebruik eener niet genoegzaam benaderde waarde van $\sqrt{43}$ oorzaak werd, dat wij voor het laatste wijzergetal 11 in plaats van 12 vonden; en dat wij dus hebben

$$\sqrt{43} = \{6; 1, 1, 3, 1, 5, 1, 3, 1, 1, 12; \text{ enz.}\}.$$

§ 8. Hoezeer de vergelijking (10) ons niet heeft kunnen dienen tot het vinden der wederkeerige getallenrij, die in den betrekkingswijzer van $\sqrt{U}$ voorkomt, is die vergelijking desniettemin merkwaardig, omdat zij een allereenvoudigst middel aanwijst, tot het zoogenoemde rationaalmaken der uitdrukking $\sqrt{(UF^2 \mp 1)}$; een onderwerp, dat niet zelden tot zulk eene groote langwijligheid aanleiding gaf *). Daar het hier eeniglijk de vraag is, als U een willekeurig gegeven onvolkomen vierkant is, voor F een geheel getal te vinden, zoodanig dat $UF^2 \mp 1$ een volkomen vierkant wordt, hebben wij volgens (10), ter beantwoording dezer vraag, onmiddellijk de formule

$$\sqrt{(UF^2 \mp 1)} = pF + F_1, \quad \ldots\ldots (13)$$

waarin men, na de ontwikkeling van $\sqrt{U} = \{p; a, b, \ldots b, a, 2p; \text{enz.}\}$ verkregen te hebben, slechts voor F den teller der naderende breuk $\{a, b, \ldots, b, a\}$ zal behoeven te nemen.

Hieromtrent valt op te merken, dat het dubbele teeken is voortgekomen uit de vergelijking $FE_1 - F_1E = \pm 1$, waarin het bovenste of onderste teeken geldt, naargelang het aantal wijzergetallen in $\{a, b, \ldots, b, a\}$ even of oneven is. Naargelang daarvan zal men dus ook de rationaalma-

*) Zoo als b. v. in de door J. J. EBERT in het licht gegevene *Auszug aus* EULERS *Anleitung zur Algebra*, 2er *Theil*, Berlin 1801, bladz. 228 en volgende.

king van $\sqrt{(UF^2-1)}$ of van $\sqrt{(UF^2+1)}$ verkrijgen. Men zal echter altijd twee, drie of meer repeterende periodes als eene enkele kunnen beschouwen. Als in $\{a, b, \ldots, b, a\}$ een even aantal wijzergetallen voorkomt, zal dit aantal, door er telkens eene periode bij te voegen beurtelings even en oneven worden, zoodat men dan ook beurtelings waarden voor F zal vinden, die $\sqrt{(UF^2-1)}$ of $\sqrt{(UF^2+1)}$ rationaal maken. Als echter $\{a, b, \ldots, b, a\}$ een oneven aantal wijzergetallen bevat, zal dit aantal, door bijvoeging van een of meer perioden, altijd oneven blijven, en men kan, in dat geval, alleen waarden voor F vinden, waardoor $\sqrt{(UF^2+1)}$ rationaal wordt. Het rationaal maken van $\sqrt{(UF^2+1)}$ is dus altijd, dat van $\sqrt{(UF^2-1)}$ niet altijd mogelijk.

Wil men b. v. $\sqrt{(14F^2 \mp 1)}$ rationaal maken, zoo ontwikkele men $\sqrt{14} = \{3; 1, 2, 1, 6; \text{enz.}\}$, als wanneer men, door het oneven aantal wijzergetallen, dat in het wederkeerig deel der periode bevat is, dadelijk ontdekt, dat geenszins $\sqrt{(14F^2-1)}$, maar alleen $\sqrt{(14F^2+1)}$ rationaal gemaakt kan worden. Verder make men, met het eerste wijzergetal der repeterende periode te beginnen, door den gewonen algorithmus, de volgende rij van naderende breuken op:

	1	2	1	6	1	2	1	6	1	2	1	6	
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{27}{20}$	$\frac{31}{23}$	$\frac{89}{66}$	$\frac{120}{89}$	$\frac{809}{600}$	$\frac{929}{689}$	$\frac{2667}{1978}$	$\frac{3596}{2667}$	enz.

dan zullen de tellers der breuken, die aan het wijzergetal 6 voorafgaan, allen voor F genomen kunnen worden, om $\sqrt{(14F^2+1)}$ rationaal te doen worden, en voor die rationale waarde volgens (13) te vinden $3F + F_1$. Zoo hebben wij voor $F = 4$, $F = 120$ en $F = 3596$

$\sqrt{(14\times 4^2+1)} = 3\times 4+3$, $\sqrt{(14\times 120^2+1)} = 3\times 120+89$,

$\sqrt{(14\times 3596^2+1)} = 3\times 3596+2667$.

Wil men $\sqrt{(41F^2 \mp 1)}$ rationaal maken, dan heeft men $\sqrt{41} = \{6; 2, 2, 12; \text{enz.}\}$; dus

		2	2	12	2	2	12	2	2	12	
0	1	2	5	62	129	320	3969	8258	20485		enz.
1	0	1	2	25	52	129	1600	3329	8258		

en door nu de naderende breuken te gebruiken, die telkens aan het wijzergetal 12 voorafgaan, vindt men, daar hier het wederkeerig deel der periode een even aantal wijzergetallen telt, beurtelings de rationaalmaking van $\sqrt{(41F^2-1)}$ en van $\sqrt{(41F^2+1)}$. Zoo hebben wij voor $F = 5$, $F = 320$ en $F = 20485$,

$\sqrt{(41\times5^2-1)}=6\times5+2$; $\sqrt{(41\times320^2+1)}=6\times320+129$;

$\sqrt{(41\times20485^2-1)}=6\times20485+8258$.

Doet zich het geval voor, dat de ontwikkeling van $\sqrt{U}$ geen, of slechts een enkel, wijzergetal tusschen p en $2p$ oplevert, dan voldoen in het eerste geval al de tellers, der als boven opgemaakte naderende breuken, aan het beurtelings rationaal maken van $\sqrt{(UF^2-1)}$ en $\sqrt{(UF^2+1)}$. In het andere geval voldoen die tellers beurtelings aan het rationaalmaken van $\sqrt{(UF^2+1)}$, terwijl het rationaalmaken van $\sqrt{(UF^2-1)}$ onmogelijk is.

Wil men b. v. $\sqrt{(2F^2 \mp 1)}$ rationaal maken, dan heeft men $\sqrt{2} = \{1; 2; \text{enz.}\}$; dus

		2	2	2	2	2	
0	1	2	5	12	29	70	enz.
1	0	1	2	5	12	29	

alzoo wordt $\sqrt{(2F^2-1)}$ rationaal door $F=1$, $F=5$, $F=29$, enz. te nemen, terwijl voor $F=2$, $F=12$, $F=70$, enz. $\sqrt{(2F^2+1)}$ rationaal wordt.

Wil men daarentegen $\sqrt{(3F^2 \mp 1)}$ rationaal maken, dan heeft men $\sqrt{3} = \{1; 1, 2; \text{enz.}\}$; dus

		1	2	1	2	1	2	1	
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{15}{11}$	$\frac{41}{30}$	$\frac{56}{41}$	enz.

diensvolgens wordt $\surd(3F^2+1)$ rationaal door $F=1$, $F=4$, $F=15$, $F=56$, enz. te nemen; terwijl het rationaalmaken van $\surd(3F^2-1)$ onmogelijk is.

§ 9. Daar U in de formule (13) niet slechts een geheel getal, maar ook een meetbaar gebroken grooter dan de eenheid kan voorstellen, kan het voorgaande dadelijk toegepast worden tot het rationaalmaken van $\surd(U'F^2+r^2)$ U', r en F geheele getallen voorstellende, waarvan U' en r gegeven zijn, terwijl F te vinden is.

Stellen wij namelijk $\frac{U'}{r^2}=U$, dan hebben wij terstond $\surd(U'F^2+r^2)=r\surd(UF^2+1)$, en de begeerde rationaalmaking is dus terug gebragt tot die van $\surd(UF^2+1)$, waarin nu echter U een meetbaar gebroken is.

Wil men b. v. $\surd(21F^2+4)$ rationaal maken, dan heeft men $\surd(21F^2+4)=2\surd\left\{\frac{21}{4}F^2+1\right\}$; nu zal men vinden $\surd\frac{21}{4}=\{2;\ 3,\ 2,\ 3,\ 4;\ \text{enz.}\}$; dus

		3	2	3	4	3	2	3	4	
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{24}{7}$	$\frac{103}{30}$	$\frac{333}{97}$	$\frac{769}{224}$	$\frac{2640}{769}$		enz.

alzoo wordt $\surd(21F^2+4)$ rationaal, door $F=24$, $F=2640$, enz. te nemen.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 26sten MAART 1864.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. HARTING, J. W. L. VAN OORDT, W. C. H. STARING, J. VAN GEUNS, J. BOSSCHA JR., R. VAN REES, J. G. S. VAN BREDA, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, E. H. VON BAUMHAUER, C. J. MATTHES, D. BIERENS DE HAAN, H. J. HALBERTSMA, A. H. VAN DER BOON MESCH, J. VAN DER HOEVEN, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT, N. W. P. RAUWENHOFF, F. J. STAMKART, P. ELIAS, A. W. M. VAN HASSELT, F. C. DONDERS, C. H. D. BUYS BALLOT, P. L. RIJKE, G. J. VERDAM, J. VAN GOGH, P. J. VAN KERCKHOFF, en van de Letterkundige Afdeeling: L. A. TE WINKEL.

Na voorlezing, goedkeuring en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige Zitting, komen ter tafel Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. Minister van Koloniën ('s Gravenhage, 11 Maart 1864. Lett. A.az N°. 25);

2°. Minister van Buitenlandsche zaken ('s Gravenhage, 19 Maart 1864, N°. 1861); 3°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij: Tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 4 Maart 1864, N°. 5); 4°. E. OLIVIER (s' Gravenhage, 9 Maart 1864); 5°. P. DUBOURCQ (Amsterdam, 3 Maart 1864); 6°. WÖHLER, Beständ. Secretär der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen; 7°. CH. HOLST, Secretär der Kongl. Norske Frederiks Universitet (Christiania, 31 Oct. 1853); 8°. SIEMENS, Schriftführer der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle (16 Febr. 1864); 9°. D. STRICKER, Secretär der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt a/M. (F. a/M. 30 Januarij 1864); 10°. Dr. RENARD, 1r Secrétaire de la Société Imp. des Naturalistes de Moscou (Moskau $^{10}/_{22}$ Sept. 1863).

Worden gelezen missives van dankzegging voor ontvangen geschriften der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. BUYS BALLOT, Hoofd-Directeur van het Koninkl. Nederl. Meteorologisch Instituut (Utrecht, 25 Maart 1864, N°. 105); 2°. D. T. VAN DER PANT, 1en Secretaris van het Bataafsche Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 20 Maart 1864); 3°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninkl. Instituut van Ingenieurs ('s Hage, 12 Maart 1864, N°. 494); 4°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij: Tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 19 Maart 1864, N°. 7.); 5°. W. N. DU RIEU, Secretaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde (Leiden, Febr. 1864); 6°. A. GRAS, Assist. au Secréta-

riat de l'académie royale des sciences, (Turin 10 Aout. 1863); 7°. J. M. LATINO COELHO, Secrétaire général de l'académie royale des sciences de Lisbonne (Lisb. 3 Mars 1864); 8°. OTTO STRUVE, Director der Nicolai-Haupsternwarte (Pulkowa, 20 Februar 1864, N°. 55); 9°. D. STRICKER, Bibliothekar der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft (Frankfort a/M., 30 Jan. 1864).

De Secretaris berigt, dat de Commissie voor de *Verslagen en Mededeelingen* geen bezwaar heeft gemaakt tegen het opnemen der Bijdragen van de Heeren:

P. BLEEKER, *Synonyma muræ̈norum Indo-archipelagicorum hucusque observatorum revisa;*

J. C. DONDERS, *Over het zien bij verschil in refractie der beide oogen en de hulpmiddelen daarbij aan te wenden;*

H. W. SCHROEDER VAN DER KOLK, *Over de mechanische energie bij scheikundige werkingen.*

Is ingekomen van den Heer BLEEKER eene *quatrième Notice sur la Faune ichthyologique de l'île de Bouro.* Verzending naar de Commissie van redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen.*

Wordt kennis genomen van een schrijven van den heer J. A. VAN DISSEL, 2^{en} stadsgeneesheer te Samarang, met ingesloten tweetal monsters van vulcanische asch. Deze worden in handen gesteld van den heer A. H. VAN DER BOON MESCH met beleefd

verzoek om daarover in eene volgende Vergadering verslag uit te brengen.

De Heer v. s. m. van der willigen draagt een stuk voor: *Over de Refractie-coëfficiënten van mengsels van zwavelzuur en water*, hetwelk hij ter plaatsing in de Verhandelingen aanbiedt. De Heeren r. van rees en f. j. stamkart worden uitgenoodigd, daaromtrent der Afdeeling van voorlichting en raad te willen dienen, hetgeen zij op zich nemen.

De Heer f. c. donders geeft een geschiedkundig overzigt van de Leer van het Timbre als inleiding tot zijne Beschouwingen *over het Timbre der Vocalen*. Tot deze overgaande levert hij vooreerst een schema der vocalen, gecompleteerd naar dat van du bois-reymond den oudere; verklaart derzelver mechanisme, onderzocht met den binoculairen oogspiegel; beschrijft de verschillende methoden om de eigen toonen der mondholte te bepalen en deelt *zijne* resultaten mede, betoogende voorts, dat niet slechts de bepaalde boventoonen van het stemgeluid in de mondholte worden versterkt, maar dat ook de luchtschommelingen in de mondholte op den trillingsvorm der stembanden van invloed zijn, die aldus dezelfde boventoonen reeds in het oorspronkelijke stemgeluid sterker kunnen voortbrengen. De Spreker eindigt met zijne onderzoekingen mede te deelen over den trillingsvorm der vocalen met behulp van den phonautograaph van scott. Hij constateert:

1° dat dezelfde vocaal in denzelfden toon gezon-

gen, op gelijke wijze geregistreerd, steeds denzelfden typus van trillingsvorm, en bij denzelfden persoon volstrekt denzelfden trillingsvorm heeft, kenmerkend voor elke der veertien vocalen en gewijzigd bij gering verschil in dialect;

2° dat de phasen, waarin de partiële trillingen van denzelfden vocaalklank zich bevinden, telkens op gelijke wijze terugkeeren.

De Heer R. LOBATTO; verhinderd de Vergadering bij te wonen, heeft zijne Bijdrage, bestemd voor de Verslagen en Mededeelingen, ingezonden. Zij voert tot opschrift: *Over het vormen der vergelijkingen, welker wortels de zijden en diagonalen der regelmatige veelhoeken doen kennen.* Uit hetgeen de Secretaris daarvan mededeelt, blijkt: dat hier eene andere oplossingswijze wordt voorgesteld dan door den Heer C. H. D. BUYS BALLOT onlangs van dit vraagstuk gegeven is. — Het Betoog zal naar de Commissie van redactie verzonden worden.

Daar niemand meer het woord verlangt, wordt, na resumtie der aanteekeningen, de Zitting opgeheven.

SUR UN

SYSTEME DE FRANGES RECTILIGNES,

QUI S'OBSERVENT EN MÊME TEMPS QUE

LES ANNEAUX DE NEWTON.

PAR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

En regardant sous une grande inclinaison les verres, glace bien plane et lentille biconvexe, entre lesquels les anneaux de NEWTON se forment, on aperçoit aisément tant à la lumière du jour qu'à la lumière de l'alcool salé, deux systèmes d'anneaux au moins, qui se croisent; l'un est le système ordinaire, disons primaire, l'autre je l'appellerai secondaire, parce qu'il est produit par la double réflexion d'un autre système primaire. Outre ces systèmes d'anneaux on peut observer encore plusieurs franges à peu près rectilignes et parallèles, à bords colorés dans la lumière du jour; ces franges ont une direction transversale sur les verres, c'est-à-dire perpendiculaire au plan normal qu'on peut se figurer par le rayon incident et l'oeil de l'observateur; elles s'aperçoivent surtout aisément vers les bords de la lentille, à droite et à gauche des anneaux, en convergant à mesure qu'elles s'approchent de ces bords, bien entendu quand c'est la lentille bi-convexe qui est placée au-dessus. Je remarquerai que pour bien les distinguer, il faut se placer de ma-

nière que l'image trois fois réfléchie et agrandie de la flamme ou du châssis, ou en général de la source de la lumière, se voie à gauche ou à droite du centre des verres.

Mainte fois déjà ces franges avaient attiré mon attention, sans que je susse exactement m'en rendre compte. Et pourtant l'explication, comme j'ai trouvé depuis, en est assez simple et se présente naturellement, en suivant le chemin des rayons qui naissent par la réflexion et la division d'un rayon incident quelconque. Ayant constaté leur mode de formation, j'étais curieux de savoir, si personne ne les eût aperçues avant moi, et voilà que j'ai trouvé dans le *Wörterbuch* de GEHLER que JOHN KNOX les aurait observées dès 1815 *).

En effet dans un mémoire plein de recherches intéressantes sur les systèmes d'anneaux qui se forment avec deux ou trois verres superposés, il fait mention aussi de ces franges rectilignes, qu'il décrit, sans cependant en éclaircir l'origine. C'est à l'aide de la carte ou de l'écran de WILLIAM HERSCHEL, qu'il dit avoir découvert tous ces phénomènes; cet écran toutefois ne sert dans ces expériences qu'à trouver plus facilement l'image triplement réfléchie de la flamme ou des vitres.

L'explication de ces franges est la suivante, dont on reconnaîtra la justesse en mesurant leurs distances mutuelles. Soit CD (fig. 1) la glace, EF la lentille bi-convexe superposée, G le point de contact. Le rayon incident A*a*, après avoir pénétré dans la lentille, se divise en *b* en deux parties, dont l'une *bc* est réfléchie immédiatement, tandis que l'autre s'en va frapper la glace en *b'* avant de rebrousser chemin selon *b'c'*; *bc* est réfléchi de nouveau en *c*, suivant *cd*, et atteint la glace à son tour en *e*, où il est réfléchi suivant *ef*; la partie *b'c'* enfin est réfléchie suivant

*) *Philosophical Transactions of the Royal Society at London.* 1815, p. 161 et seqq.

$c'd'$ et derechef suivant $d'f$. Ainsi nous avons pour résultat deux rayons sortants, l'un ef et l'autre $d'f$, qui, à des grandeurs du second ordre près, coïncident et sont parallèles à leur sortie du verre. Ces deux rayons qui, résultant du rayon unique Aa, aboutissent à l'oeil placé en B suivant fB, ont fait respectivement dans le verre convexe et la couche d'air les chemins $abcdef$ et $abb'c'd'f$; or ces chemins n'ont pas précisément la même longueur, donc ils peuvent donner lieu à des phénomènes d'interférence. Hormis la différence de chemin, provenant de l'inégale épaisseur des couches d'air en b' et en e, il faudra encore avoir égard à une autre différence, qui naît de la courbure de la face supérieure du verre convexe et de la diminution de l'épaisseur de ce verre, qui en résulte nécessairement, et ne négliger non plus le changement d'inclinaison des rayons réfléchis, qui doit son origine à cette même courbure.

La fig. 2me représente la marche intérieure des rayons sur une plus grande échelle; les deux rayons se trouvent plus espacés ici, afin qu'on puisse mieux les discerner. J'appelle r le rayon de courbure de la surface EHF de la lentille; soit R celui de EGF; f la distance du foyer principal de la lentille; D l'épaisseur HG au centre; K l'épaisseur en quelque autre point e. La distance Ge ou $\alpha\gamma$ du centre au point e, où le rayon cd est refléchi par la glace, je l'appellerai x; soit A l'angle que les rayons sortants en f ou réfléchis en e forment dans l'air avec la normale sur ce verre plan, p. e. l'angle que de forme avec la normale au point e, et a l'angle correspondant du rayon réfracté dans le verre avec sa normale, p. e. l'angle que forme cd avec la normale; représentons l'épaisseur de la couche d'air en b' par u et celle en e par u'; soit enfin n l'indice de réfraction du verre employé.

Si nous supposons pour plus de facilité que la lu-

mière suive le chemin inverse de f vers b, il est évident que l'angle abh n'est plus égal à l'angle en d que nous avons nommé a, et cela à cause de la réflexion qui a eu lieu en c contre la surface supérieure assez fortement courbée de la lentille: dans cette réflexion l'angle de cb avec la verticale s'est accru et par conséquent celui de ab avec sa normale bh; cet angle acquiert une valeur égale à $a + \frac{2(x - \mathrm{K}\,tg.\,a)}{r}$, vu que la distance du point c à GH est égale à $x - \mathrm{K}\,tg.\,a$, et en négligeant $\frac{1}{\mathrm{R}}$ contre $\frac{1}{r}$, ce qui est parfaitement permis dans nos expériences.

La tangente de cet angle dans le verre devient donc pour le rayon bc égale à $tg.\,a + \frac{2(x - \mathrm{K}\,tg.\,a)}{r\,cos.^2\,a}$; et ainsi la différence de x pour les points b et d, ou b' et e, sera égale à $2\,\mathrm{K}\left(tg.\,a + \frac{(x - \mathrm{K}\,tg.\,a)}{r\,cos.^2\,a}\right)$.

Le changement de a entraîne celui de l'angle A au point b dont le cosinus devient $cos.\,\mathrm{A} - 2\,n.\,tg.\,\mathrm{A}.\,cos.\,a\,\frac{x - \mathrm{K}\,tg.\,a}{r}$.

Faute de contact des deux verres il y aura une couche d'air en G, dont l'épaisseur que je nommerai U, se laisse déterminer chaque fois par la mesure des anneaux colorés; donc la différence de chemin produite par la lame d'air en e sera $2\,u\,cos.\,\mathrm{A} = \left(\frac{x^2}{\mathrm{R}} + 2\,\mathrm{U}\right) cos.\,\mathrm{A}$; celle qui est produite en b' s'exprimera par:

$$2\,u'\left(cos.\,\mathrm{A} - 2n\,tg.\,\mathrm{A}.\,cos.\,a\,\frac{x - \mathrm{K}\,tg.\,a}{r}\right)$$

$$= \left\{\frac{\left(x - 2\mathrm{K}\left(tg\,a + \frac{x - \mathrm{K}\,tg.\,a}{r\,cos.^2\,a}\right)\right)^2}{\mathrm{R}} + 2\mathrm{U}\right\}\left(cos.\,\mathrm{A} - 2n\,tg.\,\mathrm{A}.\,cos.\,a\,\frac{x - \mathrm{K}\,tg.\,a}{r}\right).$$

Cette seconde différence de chemin déduite de la première, donnera la perte relative de nos deux rayons, qu'il faut attribuer aux couches d'air parcourues. Mais en outre les longueurs des deux rayons dans la lentille ne sont plus égales: cd est plus long que $c'd'$, et bc est plus long que celui qui aboutit à c'. Ces deux paires de lignes peuvent être supposées parallèles; le chemin bcd a sur l'autre un excédant, qui, en le multipliant par l'indice de réfraction n pour le réduire à l'air comme milieu, s'exprime par

$$\frac{2n(x-\mathrm{K}\,tg.a)^2}{\mathrm{R}}\cdot\frac{x-\mathrm{K}\,tg.a}{cos.a}\left(\frac{1}{\mathrm{R}}+\frac{1}{r}\right)tg.\mathrm{A}$$

$$+4n\mathrm{U}\,tg.\mathrm{A}\,\frac{x-\mathrm{K}\,tg.a}{cos.a}\left(\frac{1}{\mathrm{R}}+\frac{1}{r}\right),$$

ou, en négligeant encore $\frac{1}{\mathrm{R}}$ contre $\frac{1}{r}$;

$$\frac{2n(x-\mathrm{K}\,tg.a)^3}{\mathrm{R}\,r\,cos.a}\,tg.\mathrm{A}+4n\mathrm{U}\,tg.\mathrm{A}\,\frac{x-\mathrm{K}\,tg.a}{r\,cos.a}.$$

La valeur de K dans ces formules se rapporte rigoureusement au point c.

En résultat la différence totale de chemin pour nos deux rayons $bcdef$ et $bb'c'd'f$, que je nommerai W, et qui donne le surplus du premier sur le second au point de sortie f, réduite à l'air comme milieu, sera:

$$\mathrm{W}=\left(\frac{x^2}{\mathrm{R}}+2\mathrm{U}\right)cos.\mathrm{A}-\left\{\frac{\left[x-2\mathrm{K}\left(tg.a+\frac{x-\mathrm{K}\,tg.a}{r\,cos.^2a}\right)\right]^2}{\mathrm{R}}+2\mathrm{U}\right\}\left(cos.\mathrm{A}\right.$$

$$\left.-2n\,tg.\mathrm{A}\,cos.a\,\frac{x-\mathrm{K}\,tg.a}{r}\right)+\frac{2n(x-\mathrm{K}\,tg.a)^3}{\mathrm{R}\,r\,cos.a}\cdot tg.\mathrm{A}+4n\mathrm{U}\,tg.\mathrm{A}\,\frac{x-\mathrm{K}\,tg.\mathrm{A}}{r\,cos.a}.$$

D'abord si nous rejetons de cette formule les termes $\frac{x^2}{\mathrm{R}}\,cos.\,\mathrm{A}$ et $-\frac{x^2}{\mathrm{R}}\,cos\,\mathrm{A}$ qui s'entre-détruisent, il vient:

$$W = 2U\cos.A + \left\{ \frac{4K\left(tg.a + \frac{x - K tg.a}{r\cos.^2 a}\right)x - 4K^2\left(tg.a + \frac{x - K tg.a}{r\cos.^2 a}\right)^2}{R} + 2U \right\} \times \left(\cos.A - 2n tg.A \cos.a \frac{x - K tg.a}{r}\right) + x^2 . 2n tg.A \cos.a \frac{x - K tg.a}{Rr} + 2n \frac{(x - K tg.a)^3}{Rr\cos.a} tg.A + 4n U tg.A \frac{x - K tg.a}{r\cos.a} \quad \ldots \quad (II)$$

En négligeant les produits comme les puissances des corrections de *tg. a* et de *cos.* A, nous allons simplifier cette formule autant que possible. Dans nos expériences r avait une valeur de 100 centimètres environ et R une valeur au dessous de 5000 centimètres; ainsi r^2 est égal à 10000, c'est-à-dire plus de deux fois plus grand que R; nous avons négligé contre les termes divisés par r ceux qui étaient divisés par R, à plus forte raison il est permis de négliger les termes dans lesquels r s'élève à la deuxième puissance au dénominateur.

Par conséquent on aura:

$$W = 4\frac{K tg.a}{R} x\cos.A + 4\frac{K\cos.A}{R} \cdot \frac{x - K tg.a}{r\cos.^2 a} x - 8n \frac{K tg.a\, tg.A \cos.a}{R} \times \frac{x - K tg.a}{r} x - 4\frac{K^2 tg.^2 a}{R}\cos.A + 8n\frac{K^2 tg.^2 a}{R} tg.A.\cos.a \times \frac{x - K tg.a}{r} - 8\frac{K^2 tg.a}{R} \times \frac{x - K tg.a}{r\cos.^2 a}\cos.A + nU tg.A.\cos.a \frac{x - K tg.a}{r} + 2n x^2 tg.A.\cos.a \frac{x - K tg.a}{Rr} + 2n \frac{(x - K tg.a)^3}{Rr\cos.a} tg.A + 4nU tg.A \frac{x - K tg.a}{r\cos.a} \quad \ldots \quad (III)$$

Cette formule, tant soit peu compliquée, se réduit beaucoup par la réunion des termes qui ont des facteurs en

commun. On peut joindre deux à deux le premier terme et le quatrième, le deuxième et le sixième, le troisième et le cinquième; ce qui donne:

$$W=4\frac{K\,tg.a(x-K\,tg.a)}{R}cos.A+4\frac{K(x-K\,tg.a)(x-2K\,tg.a)}{R\,r\,cos.^2a}cos.A$$

$$-8n\frac{K\,tg.a(x-K\,tg.a)^2}{R\,r}tg.A.cos.a+2n\frac{x^2(x-K\,tg.a)}{R\,r}tg.A.cos.a$$

$$+4nU\frac{x-K\,tg.a}{r}tg.A.cos.a+2n\frac{(x-K\,tg.a)^3}{R\,r\,cos.a}tg.A$$

$$+4nU\frac{x-K\,tg.x}{r\,cos.A}tg.A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV)}$$

Le quatrième terme de cette formule peut se réunir encore au troisième, et les termes en U peuvent être multipliés et divisés par R, pour avoir partout R au dénominateur; alors on aura:

$$W=4\frac{K\,tg.a(x-K\,tg.a)}{R}cos.A+4\frac{K(x-K\,tg.a)(x-2K\,tg.a)}{R\,r\,cos.^2a}cos.A$$

$$+2n\frac{(x-2K\,tg.a)^2(x-U\,tg.a)}{R\,r}tg.A.cos.a+2n\frac{(x-K\,tg.a)^3}{R\,r\,cos.a}tg.A$$

$$+4nUR\frac{x-K\,tg.a}{R\,r}tg.A.cos.a+4nUR\frac{x-K\,tg.a}{R\,r\,cos.a}tg.A \quad \text{(V)}$$

J'aurais bien pu obtenir cette formule de quelque autre manière, mais je crois que ce procédé-ci est assez expéditif et facile à suivre; aussi je m'en tiens là.

En mettant en évidence le facteur commun $\frac{1}{R}$, j'écr la formule comme il suit

$$W=\frac{1}{R}\left\{4K\,tg.a(x-K\,tg.a)cos.A+4\frac{K(x-K\,tg.a)(x-2K\,tg.a)}{r\,cos.^2\,a}cos.A\right.$$

$$+2n\frac{(x-2K\,tg.a)^2(x-K\,tg.a)}{r}tg.A.cos.a+2n\frac{(x-K\,tg.a)^3}{r\,cos.\,a}tg.A$$

$$\left.+4nUR\,\frac{x-K\,tg.x}{r}tg.A\,cos\,a+4nUR\frac{x-K\,tg.a}{r\,cos.a}tg.A\right\}=\frac{Z}{R}.\text{(VI)}$$

Or sous cette forme je vais en déduire une autre qui donnera la valeur d'une quantité que l'on peut aisément mesurer. Les franges forment des lignes à peu près parallèles à un diamètre de la lentille, et c'est leur distance mutuelle prise à quelque distance déterminée du centre que j'ai en vue. La distance de deux minima consécutifs de ces franges se détermine en faisant accroître la différence de chemin W d'une valeur égale à une ondulation entière λ. En effet supposons W différentiée par rapport à x et l'accroissement de W égal à λ, alors l'accroissement de x donnera la distance de deux minima consécutifs mesurée dans la direction F fig. 2, c'est-à-dire perpendiculairement aux franges.

Différentions donc le second membre de (VI) en supposant ces accroissements infiniment-petits, ou plutôt en négligeant les secondes différences; nous aurons:

$$\lambda=\frac{\delta W}{\delta x}\delta x=\frac{\delta Z}{R\,\delta x}\delta x. \quad \ldots\ldots \text{(VII)}$$

d'où

$$\delta x=R\lambda\frac{1}{\frac{\delta Z}{\delta x}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VIII)}$$

pour la distance mutuelle des franges.

Les quantités A et a, et pareillement K, dépendent de x, à cause de la position fixe de l'oeil. Soit O la hauteur de l'oeil au-dessus de la surface supérieure de la lentille, c'est-

à-dire la perpendiculaire abaissée de l'oeil sur le plan horizontal qu'on peut se figurer par f fig. 2, et P la distance du pied de cette perpendiculaire au point f, on aura $tg.\ A = \frac{P}{O}$. K sera égal à $D - \frac{x^2}{2r}$, en négligeant de nouveau $\frac{1}{R}$ contre $\frac{1}{r}$. Si l'on substitue ces valeurs dans notre formule, elle deviendra d'une longueur considérable, conséquence inévitable de ce que la lentille a le dessus.

Nous avons compté x de α vers F; ainsi nous aurons:

$$\frac{\delta\, tg.A}{\delta x} = -\frac{1}{O},\quad \frac{\delta A}{\delta x} = -\frac{cos^2 A}{O};\quad \frac{\delta\, cos.A}{\delta x} = \frac{sin.A.cos.^2 A}{O},$$

$$\frac{\delta\, sin.A}{\delta x} = -\frac{cos.^3 A}{O},\quad \frac{\delta\, sin.a}{\delta x} = -\frac{cos.^3 A}{nO},\quad \frac{\delta\, cos.a}{\delta x} =$$

$$\frac{sin.a\, cos.^3 A}{nO\, cos.^2 a} = \frac{tg.a\, cos.^3 A}{nO},\quad \frac{\delta\, tg.a}{\delta x} = -\frac{cos.^3 A}{nO\, cos.^3 a}$$ et enfin $\frac{\delta K}{\delta x} = -\frac{x}{r}$.

La différentiation de (VI) mène à une longue série de termes; afin de l'abréger je supprime d'abord tous ceux qui contiennent r^2 au dénominateur. Avec les termes où rO se trouve au dénominateur il faut plus de ménagements, parceque dans mes expériences O n'est que la troisième ou quatrième partie de r; c'est pourquoi j'ai conservé ces termes. J'écrirai maintenant par sections les termes obtenus par la différentiation des termes successifs de W, en observant l'ordre suivant, que dans chaque section je différentie d'abord x, ensuite K, puis $cos.$ A et $tg.$ A et enfin $ty.\ a$ et $cos.\ a$. Les termes en $\frac{1}{r^2}$ sont supprimés dès à présent; quant-aux autres qui n'ont qu'une petite valeur, nous verrons plus tard si l'on peut les négliger. En opérant ainsi je trouve:

$$= \frac{\delta W}{\delta x} R = 4 K\, tg.a.cos.A - 4 \frac{x(x-2K\, tg.a)}{r} tg.a\, cos.A$$

$$-4 \frac{K(x-K\, tg.a)}{O} tg.a\, sin.A\, cos.^2 A - 4 \frac{K(x-2K\, tg.a)}{n O\, cos.^3 a} cos.^4 A \ldots$$

$$-4 \frac{K(2x-3K\, tg.a)}{r\, cos.^2 a} cos.A + 4 \frac{K(x-K\, tg.a)(x-2K\, tg.a)}{r O\, cos.^2 a} sin.A\, cos.^2 A$$

$$-4 \frac{K^2(3x-4K\, tg.a)}{r n O\, cos.^5 a} cos.^4 A - 8 \frac{K(x-K\, tg.a)(x-2K\, tg.a)}{r n O\, cos.^3 a} tg.a\, cos.^4 A \ldots$$

$$-2n \frac{(x-2K\, tg.a)(3x-4K\, tg.a)}{r} cos.a\, tg.A - 2n \frac{(x-2K\, tg.a)^2 (x-K\, tg.a)}{r O} cos.a$$

$$2 \frac{(5x-6K tg.a)(x-K tg.a)}{r O\, cos.^2 a} cos.^3 A\, tg.A + 2 \frac{(x-2K tg.a)^2 (x-K tg.a)}{r O} tg.a\, cos.^3 A\, tg.A \ldots$$

$$-6n \frac{(x-K\, tg.a)^2}{r\, cos.a} tg.A - 2n \frac{(x-K\, tg.a)^3}{r O\, cos.a} + 6 \frac{K(x-K\, tg.a)^2}{r O\, cos.^4 a} cos.^3 A\, tg.A$$

$$2 \frac{(x-K\, tg.a)^3}{r O\, cos.^2 a} tg.a\, cos.^3 A\, tg.A \ldots + 4n \frac{RU}{r} cos.a\, tg.A$$

$$4n \frac{RU(x-K tg.a)}{r O} cos.a + 4 \frac{KRU}{r O cos.^2 a} cos.^3 A tg.A + 4 \frac{RU(x-K tg.a)}{r O} tg.a\, cos.^3 A tg.A \ldots$$

$$4n \frac{RU}{r\, cos.a} tg.A - 4n \frac{RU(x-K\, tg.a)}{r O\, cos.a} + 4 \frac{KRU}{r O\, cos.^4 a} cos.^3 A\, tg.A$$

$$\frac{RU(x-K\, tg.a)\, tg.a}{r O\, cos.^2 a} cos.^3 A\, tg.A. \quad (IX)$$

En tout 24 termes; de tous les termes qui résultent de la différentiation de K, je n'ai admis que celui qui provient du premier terme de la formule (VI), parceque c'est le seul qui ne contienne quelque puissance de r au dénominateur. Les termes qui ont U comme facteur peuvent être

négligés ordinairement, puisque on est à même de réaliser un contact satisfaisant au centre des verres.

Les termes 7, 8, 12 et 16 encore peuvent être négligés, parcequ'ils sont d'un même ordre de grandeur que ceux qui auraient r^2 au dénominateur.

Maintenant je vais faire connaître quelques expériences entreprises dans le but de vérifier la formule (IX). C'est là ce qui rendrait témoignage à la vérité de mon explication.

La lentille bi-convexe que j'ai employée, a au centre une épaisseur $D = 4{,}85$ millimètres, tandis qu'elle est épaisse de 4 millimètres à la circonférence; son diamètre est de 8,6 centimètres. Sa distance focale principale f équivaut à 199,6 centimètres; je suppose son indice de réfraction $n = 1{,}53$; le relèvement, à la lumière de la lampe monochromatique, des anneaux observés, qui complétait toujours mes mesures des franges, m'a donné en moyenne $R = 4855{,}0$ centimètres; selon la formule

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R} + \frac{n-1}{r} \quad \text{ou} \quad f = \frac{Rr}{(n-1)(R+r)}$$

il s'ensuit que $r = 108{,}1$ centimètres.

Le 26 Août 1860 j'ai mesuré à la lampe monochromatique la distance mutuelle des franges dans la position de l'oeil que suppose la 2me fig. Dans la fig. 3me la position relative de la lampe, de l'oeil et des verres est représentée de la manière suivante: $abcd$ désigne la face supérieure de la lentille, O est la projection de l'oeil sur son plan et B celle de la lampe; les minima mesurés se voyaient p. e. à e et étaient parallèles au diamètre bd. D'abord j'ai déterminé la distance mutuelle des franges dans la direction Ma sur le verre, alors en donnant successivement aux verres un mouvement azimutal de 180°, 90° ou 270°, tout en conservant à l'oeil et à la lampe leurs po-

sitions absolues, j'ai mesuré dans les directions Mc, Mb et Ma, en prenant garde que le contact des verres restât inaltéré. J'ai pris la moyenne de ces quatre mesures; puis au lieu de mesurer la distance mutuelle de deux minima juxtaposés, j'ai pris la distance de deux minima qui se trouvaient à une distance quadruple, de sorte qu'il y avait encore trois minima plus ou moins également répartis entre eux; j'ai pris enfin le quart de cette distance pour la distance de deux minima juxtaposés. La valeur de P ou de Oe insérée dans le protocole des observations, se rapporte à la distance de O au point e pris au milieu entre ces deux minima extrêmes.

Des données de l'observation j'ai calculé δx suivant les formules (VIII) et (IX), c'est-à-dire:

$$\delta x = \mathrm{R}\,\lambda \cdot \frac{1}{\frac{\delta \mathrm{Z}}{\delta x}}.$$

Cette valeur doit coïncider avec la distance mesurée; le tableau suivant donne les résultats. Toutes les petites données étaient relevées directement au compas, et transportées sur un double decimètre divisé en 0,4 millimètres.

O	P	X	K	K $tg.\,a$	x	4 N	N	δx	DIFF.
27.0	26.3	1.7	0.475	0.25	1.45	1.180	0.295	0.293	0.002
27.0	25.8	2.2	0.467	0.24	1.96	0.996	0.249	0.255	— 0.006
27.0	25.0	3.1	0.441	0.22	2.88	0.792	0.198	0.196	0.004
29.0	22.0	1.6	0.476	0.20	1.40	1.192	0.298	0.331	— 0.033
29.0	21.1	2.4	0.462	0.19	2.21	1.028	0.257	0.271	— 0.014
29.0	20.4	3.1	0.446	0.18	2.92	0.788	0.197	0.205	— 0.008
29.2	9.5	3.3	0.437	0.09	3.21	1.320	0.330	0.368	— 0.038
								Total	— 0.093

Dans ce tableau toutes les données sont en centimètres. La valeur de λ dans les calculs est prise égale à 5888 dix-millièmes de millimètre pour la lumière de l'alcool salé; c'est la valeur pour la raie D suivant FRAUNHOFER. Les deux premières colonnes donnent les coordonnées de l'oeil, rapportées comme origine au point où se trouvent les minima. La troisième colonne contient l'abscisse X du point f comptée de α, fig. 2; la quatrième, l'épaisseur K de la lentille à l'endroit de ces franges au point c ou e; la cinquième, le produit $Ktg\ a$ de la valeur de K par celle de $tg\ a$ obtenue de O et P; la sixième, l'abscisse x du point e, que l'on trouve en soustrayant de X les valeurs de la colonne précédente; la septième, quatre fois N, résultat direct de nos mesures; la huitième N, distance des deux minima de franges, obtenue en divisant les chiffres de la colonne précédente par 4; la neuvième, cette distance calculée à l'aide des formules (VIII) et (IX), en employant les quantités susdites fournies par l'observation; la dernière enfin, la différence entre l'observation et le calcul.

Les moyens à ma disposition étaient loins de me garantir la précision requise dans la détermination des distances fort petites des minima, me faisant encourir des fautes relativement très grandes, auxquelles je veux attribuer en partie les différences notables observées dans les différentes directions sur la lentille.

Je m'abstiens de citer plus d'observations encore, espérant que celles-ci, quoiqu'on ne puisse nier que dans quelques cas il y ait divergence entre l'observation et le calcul, suffiseront au gré du lecteur pour prouver la vérité de l'explication présentée.

Hormis les termes 18, 19, 20, 22, 23 et 24 de la formule (IX), je n'en ai exclu aucun dans mes calculs, afin d'obtenir le plus près possible la valeur exacte. On ne peut donc en aucune manière imputer la divergence entre

le calcul et l'observation à un manque de rigueur de ce côté-là; les termes négligés dans le développement (II) ne sont sujets à caution à cet égard pas davantage.

La valeur de U pour ces calculs était déduite de la mesure des anneaux de NEWTON; elle s'est trouvée égale à 0,0000426 mill.; j'ai pris ce nombre pour toutes les observations citées, en supposant que les verres n'avaient subi aucun déplacement relatif durant les expériences; supposition bien admissible, puisque j'avais pris le plus grand soin que la lentille ne glissât ni ne se déplaçât sur la glace.

Les observations discutées se rapportent, comme j'ai déjà dit, aux franges situées environ au point e en supposant l'oeil dans la perpendiculaire érigée de O (fig. 3). A la lumière de la lampe monochromatique et avec une lentille bi-convexe appliquée sur une glace, on découvre facilement ces minima; mais à la lumière du jour on ne verra pas en général des franges dans un point ainsi situé sur la lentille. Pourtant les circonstances rendues par la fig. 2, qui constituent la base de ma formule générale (IX), se prêtaient le plus facilement à la discussion du phénomène en question, raison suffisante pour me le faire envisager de préférence de telle manière.

KNOX, ce me semble, n'a pas vu les franges à des points ainsi situés; à moi aussi le problème se présenta d'abord d'une tout autre façon: quand les franges engagèrent mon attention pour la première fois, je les voyais ailleurs.

Les franges de KNOX par lesquelles j'ai commencé mes recherches, et que le lecteur aura aperçues bien des fois sans doute, sont situées comme j'ai déjà indiqué plus haut; elles se trouvent fig. 4 à des points tels que f et g des deux côtés, s'étendant encore dans une direction parallèle au diamètre transversal, supposant toujours O la projection de l'oeil et B celle de la lampe. Pour leur discussion on se met derechef dans des conditions telles que suppose la

2me fig., avec cette modification que le plan normal par ac, fig. 4, est remplacé par un plan normal parallèle à ac, passant par f par exemple, d'où s'ensuit que la lentille en ce point, qu'il faut prendre au lieu de G maintenant, ne touche guère la glace, de sorte que U dans la formule (IX) aura une valeur considérable et croissante de plus en plus, à mesure que les points f ou g s'approchent des bords de la lentille.

Or j'introduirai y comme ordonnée suivant Mb dans la formule en remplaçant la nouvelle valeur de U' par $\frac{y^2}{2R} + U$, donc U exprimera toujours, comme auparavant, le défaut de contact des deux verres au centre. De plus je prendrai $x = 0$, en admettant que nous avons à faire aux franges passant le plus près du diamètre transversal bd. Je négligerai enfin la très petite diminution de r et R, dont à la rigueur il faudrait tenir compte, puisque ce ne sont plus les rayons d'un grand cercle, mais d'un parallèle très peu éloigné du centre de la sphère, qu'ils représentent. Ainsi transformée la formule (IX) deviendra:

$$\frac{\delta Z}{\delta x} = \frac{\delta W}{\delta x} R = 4K\,tg.\,a\,cos.\,A - 4\frac{K^2\,tg.^2\,a}{O}\,sin.\,A\,cos.^2\,A$$

$$+ 8\frac{K^2\,tg.\,a}{n\,O\,cos.^3\,a}\,cos.^4\,A \ldots - 12\frac{K^2\,tg.\,a}{r\,cos.^2\,a}\,cos.\,A + 8\frac{K^3\,tg.^2\,a}{r\,O\,cos.^2\,a}\,sin.\,A\,cos.^2$$

$$- 14\frac{K^3\,tg.\,a}{rn\,O\,cos.^5\,a}\,cos.^4 A + 16\frac{K^3\,tg.^3\,a}{rn\,O\,cos.^3\,a}\,cos.^4 A \ldots + 16n\frac{K^2 tg.^2 a}{r}\,cos\,a\,tg$$

$$+ 8n\frac{K^3\,tg.^3\,a}{r\,O}\,cos.a - 12\frac{K^2\,tg.^2\,a}{r\,O\,cos.^2\,a}\,cos.^3 A\,tg.\,A - 8\frac{K^3\,tg.^4\,a}{r\,O}\,cos.^3 A\,tg.\,A$$

$$+ 6n\frac{K^2\,tg.^2\,a}{r\,cos.\,a}\,tg.\,A + 2n\frac{K^3\,tg.^3\,a}{r\,O\,cos.\,a} + 6\frac{K^3\,tg.^2\,a}{r\,O\,cos.^4\,a}\,cos.^3\,A\,tg.\,A$$

$$+ 2\frac{K^3\,tg.^4\,a}{r\,O\,cos.^2 a}\,cos.^3\,A\,tg.\,A \ldots + 2n\frac{(y^2 + 2RU)}{r}\,cos.\,a\,tg.\,A$$

$$+ 2n\frac{(y^2+2RU)Ktg.a}{rO}cos.a + 2\frac{K(y^2+2RU)}{rO\,cos.^2 a}cos.^3 A\,tg.A$$

$$- 2\frac{(y^2+2RU)\,K\,tg.^2 a}{rO}cos.^3 A\,tg.A \ldots + 2n\frac{(y^2+2RU)}{r\,cos.a}tg.A$$

$$+ 2n\frac{(y^2+2RU)\,K\,tg.a}{rO\,cos.a} + 2\frac{K(y^2+2RU)}{rO\,cos.^4 a}cos^3 A\,tg.A$$

$$+ 2\frac{(y^2+2RU)\,K\,gt.^2 a}{rO\,cos^2 a}cos.^3 A\,tg.A \ldots\ldots (X)$$

D'un point de vue aussi constant que possible j'ai mesuré, le 14 Août 1860, à des points f et g également éloignés du centre de la lentille à gauche et à droite, la distance mutuelle de ces franges; alors, après avoir fait alterner les diamètres ac et bd au moyen d'un mouvement azimutal des verres de 90°, je mesurai de nouveau absolument de la même manière. J'ai pris chaque mesure quatre fois, de sorte qu'en calculant la moyenne des valeurs obtenues dans les quatre directions rectangulaires entre elles, le résultat est basé sur seize observations. J'ai déterminé la distance des deux premiers, puis des deuxièmes et des troisièmes minima de part et d'autre du diamètre transversal. Les chiffres se trouvent réunis dans le tableau suivant; à mesure que la courbure des franges s'éteignait et qu'un parallélisme de plus en plus parfait semblait se constituer, j'ai pris pour la distance des deux franges centrales la moyenne des trois et même des cinq distances mesurées de la manière indiquée.

P	O	y	L	L $tg.a$	nN	N	δx	DIFF.
26.5	32.0	1	0.480	0.22	1.153	0.384	0.392	— 0.008
26.5	32.0	1.5	0.475	0.22	1.074	0.358	0.367	— 0.009
26.5	32.0	2	0.467	0.21	1.006	0.335	0.336	— 0.001
26.5	32.0	3	0.443	0.20	1.419	0.284	0.271	+ 0.013
26.5	32.0	3.5	0.428	0.20	1.297	0.259	0.241	+ 0.012
							Total	+ 0.013

y signifie l'ordonnée déjà nommée; L n'est autre que K dans les formules; N est la distance mesurée; δx la distance calculée; n N signifie la valeur fournie par les observations, qui est quelquefois la distance mutuelle des deuxièmes minima de part et d'autre du diamètre transversal et quelquefois celle des troisièmes; par la comparaison des nombres de cette colonne avec ceux de la suivante, on entrevoit d'abord si n eût la valeur trois ou bien cinq; les autres colonnes sont déjà connues.

L'accord entre l'observation et le calcul est assez satisfaisant, quand on consulte la somme totale des différences; quelque peu cette coïncidence et les déviations négatives pour les plus petites valeurs de y, seront dues à ce que la courbure des franges est d'autant plus sensible qu'elles se trouvent plus voisines plus près du centre, ce qui donnerait pour la valeur de la distance des premiers minima de part et d'autre du diamètre transversal un peu plus que la troisième partie de la distance des deuxièmes minima. La valeur de U pour ces observations est de 0,0000122 millimètre.

Pour des valeurs assez considérables de l'angle A ou a les deux tableaux offrent une coïncidence suffisante de l'observation et du calcul, et prouvent la vérité des formules; mais

pour des valeurs plus petites de A, je crains fort que nos formules ne se montrent de plus en plus en défaut. Voudrait-on des formules plus exactes, il faudrait ce me semble avoir égard à ce que la lumière, fig. 4, qui après avoir subi une triple réflexion, va de k vers l'oeil de l'observateur, a été réfléchie pour la première fois d'un certain point h, situé de sorte que hi soit égale à ki sauf les corrections; l'angle lih serait $\frac{2\sqrt{(y^2+x^2)}}{r\,sin.\,a}$; l'angle des deux surfaces de la lentille au point i et dans la direction ih se calculerait facilement, en prolongeant la ligne ih et en abaissant la perpendiculaire Mp, qui donnerait le point le plus épais p de la lentille dans cette direction; cet angle serait donc $\frac{ip}{r}$.

Mais nos franges ne s'observent ni ne se mesurent facilement, l'oeil ayant une position où A serait plus petit; je me tiens donc aux formules énoncées, en ajoutant toutefois cette restriction, qu'il faut que A ne soit pas petit.

Je laisserai là maintenant les franges, en tant qu'elles s'observent avec la lentille bi-convexe mise en dessus. Les calculs sont susceptibles encore d'une grande simplification: r étant infini, les termes 1, 3 et 4 de la formule (IX) sont les seuls qui persistent et tous les autres disparaissent; mais pour réaliser ce cas, il faut que la glace soit superposée à la lentille. L'image cependant de la flamme qu'on obtient par la triple réflexion, qui est toujours nécessaire, se trouve alors justement égale à l'image produite par la première réflexion; de là parfaite coïncidence de ces deux images; vient ensuite la proximité de la flamme, requise par la faible intensité de la lumière, qui fait qu'un mouvement de l'oeil à gauche ou à droite n'aide à rien pour apercevoir quelque fragment débordant de l'image cherchée. Donc dans ce cas si simple pour le calcul, l'ob-

servation, et à plus forte raison la mesure des franges rectilignes est impossible à la lumière de l'alcool salé. Ce qui n'empêche pas qu'on observe pourtant dans ce cas des franges de la même nature parallèles à peu près, au diamètre bd et dans des points tels que f et g fig. 4; ces franges cependant sont d'un autre genre que celles qu'on cherchait. Elles sont produites de la manière exposée fig. 5, et dérivent des anneaux transmis, comme les franges considérées jusqu'ici dérivent des anneaux réfléchis. On aperçoit facilement une image très claire et agrandie de la flamme produite par la réflexion intérieure de la face concave E H F, qui est de beaucoup supérieure en intensité à celle que je voyais dans mes premières observations, parcequ'elle est un peu moins agrandie, mais surtout parceque pour la majeure partie elle doit son origine à des rayons qui n'ont subi qu'une simple réflexion; de là aussi l'aspect changé des minima de ces franges, qui, comme des traînées assez illuminées encore, sillonnent à travers le réseau des deux systèmes d'anneaux; aspect changé de telle manière qu'elles semblent un phénomène de tout autre nature.

Pour ces autres franges il n'y a absolument rien à changer à notre formule (IX), seulement je ne me permettrai plus de négliger la quantité x dans mes calculs, quoique les franges observées correspondent au cas du deuxième tableau; j'y suis contraint par la considération que la valeur de N, obtenue en divisant les valeurs enregistrées pour 3 N et 5 N par 3 etc., ne saurait correspondre exactement à $x = 0$, ce qui me fait soupçonner, que les grandes déviations entre le calcul et l'observation dans le tableau mentionné pourraient bien devoir être attribuées en partie à cette admission un peu trop gratuite. Pour déduire x de X par la soustraction de $E\,tg.\,a$, il faut connaître E l'épaisseur de la glace, que j'ai trouvée être de 9.2 millimètres.

Je ne citerai qu'une seule observation du 16 Août 1860;

les autres j'ai dû rejeter, parceque, malgré la rectification indiquée du calcul, elles donnaient des déviations si énormes, qu'il ma fallu les imputer d'une part aux imperfections de la glace et d'autre part à des fautes dans l'inclinaison A, auxquelles donnent lieu souvent un mouvement de la tête et la manière moins précise d'en déterminer la position. Or une faute quelconque dans l'inclinaison peut en entraîner de très notables dans la valeur calculée de δx, comme son influence certainement s'est fait déjà sentir dans les tableaux précédents.

O	P	y	X.	E $tg.a$	x.	L $tg.a$	6N	N	δx	DIFF.
31.5	20.0	2.0	0.55	0.34	0.21	0.17	2.204	0.367	0.390	— 0.023

En expérimentant à la lumière du jour, je me place à trois ou quatre mètres de distance du volet de la fenêtre ouvert à demi, et je regarde les verres sous une grande inclinaison; alors, quand c'est la glace qui forme le dessus du couple, je meus la tête à gauche ou à droite, de sorte que j'observe une partie débordante de l'image due à la réflexion intérieure contre la face supérieure de la glace; de cette manière je découvre les rudiments des franges dues à cette réflexion, qui d'ailleurs se laissent parfaitement reconnaître à leur parallélisme complet; mais pour peu que ma tête change de position, je retombe sur les franges dues aux anneaux de transmission, qui envahissent toute la surface du verre aux environs du diamètre bd.

Ici se termine le récit de mes observations. Les termes 1. 5. 9. 17 et 21. de la formule (IX) sont prédominants dans le calcul; en remplaçant donc U comme il est déjà fait dans (X), on aura une équation de cette forme :

$$\frac{\delta W}{\delta x} R = A + Bx + Cx^2 + Dy^2$$

dans laquelle si l'on prenait, par une évaluation en gros, pour mes observations, A = 25 B = 30 C = 15 D, on se ferait une idée passablement juste de la valeur relative des coëfficients.

Pareillement la formule (V) pourrait s'écrire ainsi:

$$W = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + (\varepsilon x + \zeta) y^2$$

ou, en substituant des valeurs approximatives tirées de nos observations,

$$W = (n - 0.5)\,\lambda = -\mu + 5\,\mu x + 0{,}2\,\mu x^2 + 0{,}5\,\mu x^3 + (0.6\,\mu x - 0.15) y^2 \quad \ldots\ldots \text{(XI)}$$

μ étant mis pour $\frac{4\,K^2\,tg^2\,a}{R}$ cos. A. Il s'ensuit que β est cinq fois plus grand que α; que γ, δ et ε en sont tout au plus les trois quarts, tandis que ζ n'en est que la septième partie, n étant le nombre d'ordre du minimum observé. Or cette courbe représente en général la forme de nos franges; en passant de l'une à l'autre il faut augmenter W de λ. Quand y est très grand par rapport à x, elle rendra raison des franges à peu près rectilignes qui convergent vers l'axe des y, c'est-à dire vers le diamètre bd; quand au contraire x est grand par rapport à y, quoiqu'à un moindre degré, elle donne des lignes droites parallèles à l'axe des y; quand enfin ni l'un ni l'autre sont très petits, en supposant toutefois y deux ou trois fois plus grand que x, elle a beaucoup de ressemblance avec la branche supérieure d'une conchoïde ayant bd pour directrice.

En effet remarquons d'abord que x étant petit par rapport à y, la formule devient:

$$W = \alpha + \beta x + (\varepsilon x + \zeta) y^2,$$

ce qui donne

$$x = \frac{W - \alpha - \zeta y^2}{\beta + \varepsilon y^2} \quad \ldots\ldots \text{(XII)}$$

Donc l'abscisse devient moindre évidemment, en attribuant à l'ordonnée y des valeurs plus grandes, par conséquent nos franges aux points f et g seront des lignes droites, qui s'approchent de plus en plus du diamètre bd, à mesure que f et g sont plus éloignés du centre.

Quand x et y ont un tel rapport de grandeur que le terme $(\varepsilon x + \zeta) y^2$ peut être négligé, on aura :

$$W = \alpha + \beta x \ldots\ldots\ldots \text{(XIII)}$$

ce qui donne des lignes droites et parallèles aux environs de e fig. 3.

Tous les termes conservés, notre formule est

$$W = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + (\varepsilon x + \zeta) y^2,$$

tandis que l'équation de la conchoïde, ayant $b\,d$ pour axe des y et pour directrice, et ca pour axe de x, s'écrit ainsi :

$$x^2 y^2 = (a + x)^2 (b^2 - x^2)$$

et en réduisant :

$$x^2 y^2 = a^2 b^2 - a^2 x^2 + 2 a b^2 x - 2 a x^2 + b^2 x^2 - x^4.$$

ou, changeant d'origine en remplaçant x par $x + c$:

$$(x + c)^2 y^2 = (a + c + x)^2 (b^2 - (x + c)^2)$$

et réduisant encore :

$$\begin{aligned}(x^2 + 2cx + c^2) y^2 = {} & (a + c)^2 b^2 + (a + c)^2 c^2 + b^2 \\ & - 2 (a + c) b^2 x - 2 (a + c) c^2 x - 2 (a + c)^2 c x \\ & + (b^2 (a + c)^2) x^2 - 4 (a + c) c x^2 - 2 (a + c) x^3 \\ & - 2 c x^3 - x^4.\end{aligned}$$

En résumé l'équation de la conchoïde prend cette forme :

$$(x^2 + 2cx + c^2) y^2 = N + Mx + Ox^2 + Px^3 + x^4.$$

En négligeant x^2 dans le facteur de y^2, et de plus x^4 dans le second membre, elle devient

$$(2cx + c^2)y^2 = N + Mx + Ox^2 + Px^3;$$

expression qui, par sa ressemblance avec notre formule, explique la similitude des franges, que l'on observe dans une direction moyenne entre *Ma* et *Mb* fig. 3 assez près du centre, avec des conchoïdes.

Après la lumière du jour et celle de l'alcool salé, j'ai employé encore la lumière d'une chandelle pour observer les franges; c'est peut-être la meilleure source à employer pour voir les franges encore passablement colorées et pour les apercevoir en même temps sous un petit angle d'inclinaison, ce qui augmente de beaucoup leur distance mutuelle. C'est à cette lumière de chandelle et en regardant mes verres sous une petite inclinaison, aussi près de la verticale qu'il me fût possible, que m'est apparu encore un système de minima plus étroitement espacés, voir tellement que trois minima de ce nouveau système se montraient sur une bande noire du premier système. Je ne m'en suis pas occupé davantage. Il serait par trop difficile de demêler ces franges, vues à une lumière si composée que la flamme d'une chandelle, tandis qu'il n'y a aucun doute, qu'elles ne s'expliquent par quelque réflexion encore plus complexe de la lumière incidente.

KNOX a très souvent observé à la lumière d'une lampe ordinaire; de là qu'il trouvait toujours des franges colorées; l'observation est plus facile qu'à la lumière du jour. En lisant le mémoire de KNOX on conclut bientôt *) qu'il appliqait une glace sur une lentille concavo-convexe; il découvrit ainsi les franges produites par la réflexion du système d'anneaux primaires contre la surface supérieure de la glace, et l'expérience devait facilement lui réussir en employant une lampe. On voit donc que le phénomène se présenta *ab initio* à KNOX sous sa forme la plus simple, tandis qu'il se présenta à moi sous sa forme la plus

*) l. c. p. 65 et seqq.

compliquée. KNOX trouvait des franges strictement rectilignes, en parfait accord avec notre formule (V), dont tous les termes s'évanouissent hors le premier aussitôt que r devient infini; moi, je voyais, avec ma lentille biconvexe posée en dessus, des franges courbes et convergentes vers les bords, qui nécessitaient le calcul de tous les termes des formules (V) et (IX). J'attribue la réussite de KNOX surtout à ce que nulle image agrandie, qui me gênait toujours, ne troublait ses expériences à cause de la concavité de la surface inférieure de sa lentille, privée de plus de la majeure partie de son pouvoir réflecteur par un noircissement complet; encore avait-il dans son avantage la moindre épaisseur de la glace dont il se servait.

Reste enfin une troisième modification de nos franges, celle où, avec la lentille concavo-convexe posée en dessus, la valeur de r dans les formules (V) et (IX) devient négative. En cherchant dans la collection de lentilles que j'avais à ma disposition, j'en ai trouvé une concavo-convexe qui pouvait parfaitement bien servir. Je l'ai appliquée sur une glace, la surface concave tournée en haut, et aussitôt cette troisième forme de franges m'est apparue à la lumière du jour. Ainsi l'on peut choisir à son gré entre les trois cas. La surface plane supérieure donne des franges rectilignes; la convexe des franges courbes convergentes vers les bords; la surface concave au contraire, conformément à la formule, dans laquelle r est pris négatif, ce qui fait que les coëfficients des termes en y^2 dans (V) et (XII) changent de signe, donne des franges courbes divergentes vers les bords. Avec cette lentille concavo-convexe l'observation de KNOX m'a réussi comme à lui, en mettant la glace en dessus, pourvu toutefois que j'en choisisse une, épaisse seulement d'un millimètre ou d'un millimètre et demi, sans quoi les franges étaient trop peu espacées pour être bien aperçues.

Cette lentille concavo-convexe, qui semblait mal travaillée, en outre me donne lieu de remarquer que nos franges pourraient assez bien servir a contrôler les surfaces. La courbure des franges dans une certaine direction présentait des anomalies, qui ne pouvaient résulter que d'une faute de travail de l'une au moins des surfaces coöpérantes. Des fautes très petites et même insignifiantes, soit inadvertance de nettoyage, ou défaut de contact, ou imperfection de courbure des verres, se trahissent bientôt par quelque modification ou irrégularité de nos franges.

C'est encore KNOX qui expose comment ces franges se trouvent aux intersections des anneaux d'un premier système avec un autre sur lequel il empiète, et spécialement aux intersections des anneaux éclairés du premier système avec les éclairés du second, et des obscurs du premier avec les obscurs du second. Il faut entendre cela des maxima, c'est-à-dire des franges illuminées à bandes colorées. Nos minima au contraire se trouvent sur les points d'intersection des anneaux obscurs du premier système avec les illuminés du second et réciproquement; de là l'aspect dentelé qu'elles présentent, surtout plus près du centre des verres. L'un et l'autre provient directement de leur mode de production même et se démontre au moyen de la formule développée. Les minima exigent un nombre impair, les maxima un nombre pair de demi-ondulations de différence pour les rayons interférents comme pour les anneaux qui s'entrecroisent. Donc la remarque, par laquelle KNOX détermina leur position, se trouve être une conséquence immédiate et tout naturelle de notre théorie.

Deventer, 8 Août 1863.

Fig 1

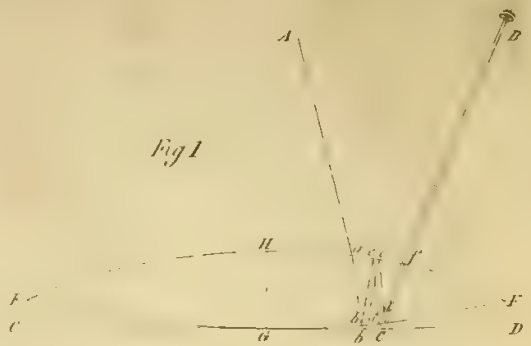


Fig 2

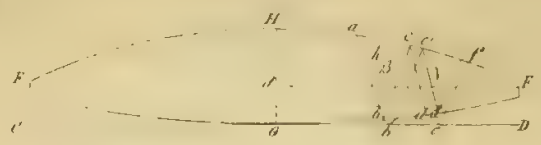


Fig 3

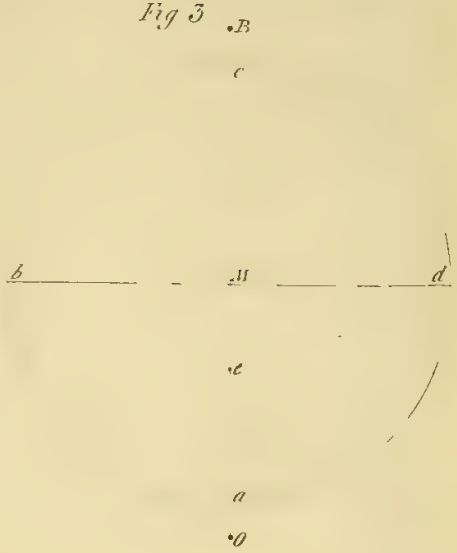


Fig 4

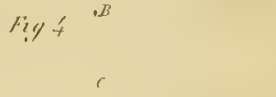
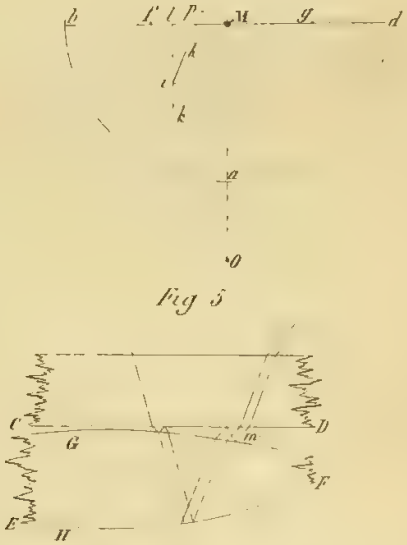


Fig 5



VERSLAG

VAN DEN

STAAT DER STERREWACHT TE LEIDEN

EN VAN DE

ALDAAR VOLBRAGTE WERKZAAMHEDEN,

IN HET TIJDVAK VAN DEN EERSTEN JULIJ 1862 TOT DE LAATSTE DAGEN VAN DE MAAND JUNIJ 1863.

DOOR

F. KAISER.

Naar de bestaande verordeningen is de bestuurder van eene Academische verzameling verpligt, vóór den eersten Julij van elk jaar, een verslag van haren toestand bij HH. Curatoren der Hoogeschool, waartoe zij behoort, in te dienen. Ook de sterrewacht te Leiden ligt, als Academische verzameling, onder die verpligting, maar nademaal ik haar veeleer als eene werkplaats dan als eene verzameling meende te moeten beschouwen, heb ik steeds in mijne jaarlijksche verslagen niet slechts haren toestand vermeld, maar ook de werkzaamheden, waartoe zij aanleiding had gegeven. Na de stichting van de nieuwe sterrewacht te Leiden is het mij, meer nog dan te voren, wenschelijk voorgekomen, dat die verslagen openlijk werden bekend gemaakt, want ik vermeende, dat het Nederlandsch publiek met eenig regt

kon verlangen te worden ingelicht omtrent den toestand en de voortbrengselen van eene stichting, waarover gedurende meer dan eene halve eeuw was gehandeld, waaraan vele bijzondere personen belangrijke offers hadden willen brengen en waarvoor buitendien door den staat vrij groote geldsommen waren uitgegeven. Om die redenen heb ik HH. Curatoren der Hoogeschool te Leiden verzocht mij het openlijk bekend maken van het laatste mijner officiële verslagen toe te staan, en dit verzoek is door Hun Ed.-Gr. Achtb. goedgunstig ingewilligd. Het kwam mij voor, dat dit verslag nergens beter geplaatst zoude zijn dan bij de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, en ik hoopte, dat zij geene zwarigheid zoude maken, om het in haar tijdschrift op te nemen.

Nu ik, in dankbaarheid, mag vermelden, dat bij de nieuwe sterrewacht te Leiden een tweede Observator is aangesteld, kan het betoog van de noodzakelijkheid dier aanstelling, in mijn verslag voorkomende, overtollig schijnen. Ik vermeende echter, dat ik aan mijn officiëel verslag geene wijzigingen mogt toebrengen en dat, door het genoemde betoog, ook nu het wezen van de sterrewacht te Leiden kan worden toegelicht, terwijl het bovendien strekken kan om de aanstelling van een' tweeden observator te regtvaardigen, waartoe de hooge regering waarlijk niet ligtzinnig besloten heeft.

Bij de vermelding der aan de sterrewacht te Leiden volbragte werkzaamheden, in het volgende verslag, heb ik de onderzoekingen vergeten, met den door mij bedachten toestel voor de volstrekte bepaling der persoonlijke fouten bij sterrekundige waarnemingen, waaromtrent een berigt is opgenomen in het 15de deel der *Verslagen en Mededeelingen* van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen.

Geroepen om andermaal een jaarlijksch verslag te geven van den staat der sterrewacht te Leiden en van de aldaar volbragte werkzaamheden, viel het mij moeijelijk te beslissen of ik, al of niet, bij hernieuwing de bezwaren moest vermelden, zonder wier opheffing die stichting nimmer aan hare oorspronkelijke bestemming zal kunnen beantwoorden. In het eene geval liep ik gevaar van, zonder de hoop op eene betere toekomst te vergrooten, van eene neiging tot onbescheiden aandringen verdacht te worden, en in het andere geval was ik niet verantwoord voor mijn geweten, of voor de nakomelingschap, die een stilzwijgend berusten in het tegenwoordig lot der nieuwe sterrewacht zekerlijk in mij zoude veroordeelen. Ik vermeende, ten slotte, aan pligtbesef boven eene natuurlijke neiging gehoor te moeten geven en ik zal mij daarom de vrijheid veroorlooven, ook in dit verslag, bescheidenlijk maar vrijmoediglijk, op de evengenoemde bezwaren terug te komen.

Toen, in het jaar 1854, na zeer langdurige vruchtelooze pogingen, de stichting van eene sterrewacht in het Rijk der Nederlanden in ernst was ter sprake gekomen en vele landgenooten, ter harer bevordering, belangrijke geldsommen hadden aangeboden, vermeende ik te moeten medewerken tot het vaststellen van het eigenlijk doel, waarnaar men streefde. Ik heb toen mijne denkbeelden openlijk bekend gemaakt omtrent eene sterrewacht, die in overeenstemming zoude zijn met het vermogen en de behoeften van ons vaderland; waar, hoezeer op eene beperkte schaal, aan de bevordering der wetenschap zoude kunnen worden medegewerkt; waar het vaderland de hulp der sterrekunde zouden kunnen vinden, die het voor zijne stoffelijke belangen behoeft, en waar aankomende sterrekundigen voor hun vak zouden kunnen worden opgeleid. Naar aanleiding van deze denkbeelden, heb ik eene sterrewacht voor het

Rijk der Nederlanden ontworpen, en de voor hare stichting gevorderde geldsommen geraamd. Aan mijne ontwerpen is, zoo veel mogelijk, eene algemeene bekendheid gegeven. Zij werden opgenomen in een tijdschrift, dat meer dan tweeduizend inteekenaren telde; zij werden bovendien afzonderlijk in den handel gebragt en een groot getal exemplaren werd door mij zelven verspreid. Toen, drie jaren later, tot de stichting der sterrewacht zoude worden overgegaan, werden mijne denkbeelden, tegen welke door niemand eenig bezwaar was ingebragt en volgens welke de nieuwe sterrewacht veel meer zoude zijn dan een hulpmiddel voor het onderwijs, door de hooge regering en door de volksvertegenwoordiging aangenomen. De som voor de stichting der sterrewacht, die op de staatsbegrooting werd uitgetrokken, is aan mijne raming ontleend; de sterrewacht, in haar geheel, is naar mijne ontwerpen gesticht, en de twee door mij gewenschte hoofdinstrumenten werden aangekocht, de Meridiaan-cirkel en het Aequatoriaal, die bestemd zijn voor sterrekundige onderzoekingen van den teedersten aard, en die geen sterrekundige ooit als loutere hulpmiddelen voor het onderwijs zoude begeeren.

Indien omtrent het oorspronkelijk doel der nieuwe sterrewacht nog eenige twijfel kon bestaan, zoude dit geheel worden opgeheven door de stellige verklaring daaromtrent, door den Minister, die eenen post voor hare stichting op de staatsbegrooting had gebragt, voor de volksvertegenwoordiging afgelegd (Staats-courant 1856, bijlagen 80ste vel). Dat de volksvertegenwoordiging, voor de aangevraagde gelden, ook veel meer dan een hulpmiddel voor het onderwijs verwachtte, blijkt uit het eindverslag der Commissie van Rapporteurs (Staats-courant 1857, bijlagen 230ste vel) waarin de zeer gegronde aanmerking wordt gemaakt, dat de aangevraagde som „onder de VIIde afdeeling van het „hoofdstuk (der staatsbegrooting) waarin de bijdragen tot „bevordering van kunsten en wetenschappen voorkomen;

„ als een afzonderlijke begrootingspost, eene plaats had „ moeten vinden."

De instrumenten aan de nieuwe sterrewacht te Leiden zijn volstrekt niet grooter of kostbaarder dan de instrumenten van denzelfden aard, voorkomende in staten, die in zielental en in vermogen voor Nederland moeten wijken. De genoemde sterrewacht zoude echter in het gebied der wetenschap eene aanzienlijke plaats kunnen bekleeden en aan den roem des vaderlands krachtdadig kunnen medewerken, indien haar de matige ondersteuning ten deel mogt vallen, die zij, als wetenschappelijke stichting, behoeft. Ware zij slechts een hulpmiddel voor het onderwijs, zoo zoude zij met zeer weinig tevreden kunnen zijn, maar nu zij ook bestemd en ingerigt is om aan de volmaking der wetenschap mede te werken, kan zij zonder een toereikend personeel en eene toereikende geldelijke toelage hare pligten niet vervullen. Men zoude grovelijk dwalen indien men de observatoren, die voor haar worden gewenscht, wilde beschouwen als assistenten, die den Hoogleeraar in de sterrekunde, voor zijn gemak, worden toegevoegd. Als Hoogleeraar heb ik nooit eenige hulp begeerd of ondervonden. Eene sterrewacht als die te Leiden, behoort, hetgeen zij den staat heeft gekost te vergelden door werkzaamheden, die niets gemeen hebben met het onderwijs en wier uitvoering door twee personen, waarvan een een hoogleeraarsambt te vervullen heeft, niet mogelijk is. De bestuurder der sterrewacht moet berekend zijn voor de moeijelijkste werkzaamheden, die de bevordering der wetenschap kan eischen. Hij moet die verordenen, regelen en leiden; hij moet ter hulpe komen zoo dikwijls als de observatoren op moeijelijkheden stuiten, maar, onder alle omstandigheden, zal hij de uitvoering der werkzaamheden grootendeels aan de observatoren moeten overlaten. De observatoren hebben hunne eigene

en veelal zeer zware taak te vervullen. Zij zijn de medearbeiders van den bestuurder, op wetenschappelijk gebied, maar geenszins diens assistenten als Hoogleeraar, indien hij tot de weinigen behoort, die ook als zoodanig moeten optreden.

De beroemde Lord WROTTESLEY, die zich, door de werkzaamheden aan zijn eigen observatorium volbragt, zoo bij uitstek verdienstelijk heeft gemaakt, zeide, toen hij, in het jaar 1860, de Britsche vereeniging voor de bevordering der wetenschap als voorzitter opende: „Geene misgreep is voor „de sterrekunde zoo noodlottig als het vermeerderen van „werktuigen, zonder eene geëvenredigde vermeerdering van „handen om die te gebruiken." Aan de sterrekundige hulpmiddelen te Leiden zijn echter twee hoofdwerktuigen toegevoegd, voor wier behoorlijk gebruik men elders vier waarnemers noodig zoude achten en het personeel is aldaar bij eenen enkelen waarnemer beperkt gebleven. Aan het Observatorium te Greenwich heeft men, voor de sterrekundige afdeeling alleen, dertien waarnemers en berekenaars. Te Washington, waar het personeel, wegens den Noord-Amerikaanschen oorlog, zoo zeer is verminderd, dat men een paar der voornaamste werktuigen buiten dienst heeft moeten stellen, telt men niettemin nog veertien waarnemers. Te Brussel, waar men zich herhaaldelijk over gebrek aan personeel heeft bezwaard, waren in de laatste jaren niettemin vijf of zes waarnemers werkzaam. Terwijl men elders voor één hoofdwerktuig twee waarnemers heeft, en het noodig oordeelt dat niemand zich twee dagen achtereen met het afmattend werk der waarnemingen behoeve bezig te houden, wenscht men te Leiden, voor de waarnemingen met drie hoofdinstrumenten, niet meer dan twee observatoren. Iedere deskundige zal dien wensch voor overdreven laag verklaren en toch heeft men te Leiden nog slechts eenen

enkelen observator, even als voor omtrent veertig jaren, toen de sterrekunde te Leiden onder zoo geheel andere omstandigheden dan nu verkeerde *).

De oude sterrewacht te Leiden was, wat hare jaarlijksche geldelijke toelage betreft, steeds onvergelijkelijk minder begunstigd, dan de overige academische verzamelingen, die bepaaldelijk bestemd zijn voor het onderwijs. In weêrwil van hare zoo veel grootere behoeften, heeft de nieuwe sterrewacht zich, tot heden, met dezelfde bekrompene toelage moeten tevreden stellen. De jaarlijksche rijkssubsidie der nieuwe sterrewacht bedraagt niet meer dan *f* 300 †), eene som, die zelfs niet toereikend is voor vuur, licht, schrijf- en teekenbehoeften, veel minder voor het onderhoud der instrumenten en de hulpmiddelen, die men aanhoudend bij wetenschappelijke onderzoekingen behoeft. Door H.H. Curatoren werd jaarlijks eene subsidie uit het academiefonds verleend, die meer bepaaldelijk voor het onderwijs bestemd is en zonder welke de wetenschappelijke werkzaamheden der sterrewacht geheel en al gestaakt zouden moeten worden, maar, in weêrwil van die subsidie, stuit men bij elke poging op gebrek aan middelen, en moeten onderzoekingen worden opgegeven, die, als zij konden worden doorgezet, tot belangrijke uitkomsten zouden leiden. Met eene rijkssubsidie van *f* 300 's jaars is het der sterrewacht te Leiden volstrekt onmogelijk aan de eischen te

*) Na het schrijven van dit verslag en ingaande met den 1sten September 1863, is de Heer A. VAN HENNEKELER, *Math. et Phil. Nat. Cand.* als tweede observator bij de sterrewacht te Leiden aangesteld.

†) Op den 29sten Oct. 1863 ontving ik van H.H. Curatoren der Hoogeschool te Leiden het berigt, dat Hun Edel Groot Achtb. reeds in de maand Junij Zijner Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken hadden voorgesteld, de jaarlijksche rijkssubsidie der sterrewacht van *f* 300 op *f* 600 te brengen en dat Zijne Exc. nu had verklaard, aan dat voorstel geen gevolg te zullen geven, nademaal de genoemde verhooging Zijne Exc. *niet genoegzaam geregtvaardigd* voorkwam.

F. K.

voldoen, die het rijk zulk eene stichting behoorde te kunnen stellen.

De nieuwe sterrewacht te Leiden is met werktuigen toegerust, wier doelmatig gebruik haar eene eervolle plaats onder de meest beroemde sterrewachten der aarde zoude verzekeren. Er is openlijk bewezen, dat men die werktuigen aldaar op eene doelmatige wijze *weet* te gebruiken, maar dit gebruik vordert waarnemers en geldelijke middelen, waaraan de sterrewacht tot heden een schromelijk gebrek moest lijden. Ik mag het niet verbergen, dat de sterrewacht te Leiden niet aan hare roeping zal kunnen beantwoorden, zoo lang als haar lot niet ten minste eenigermate vergelijkbaar zal zijn bij dat van het Meteorologisch Instituut te Utrecht, de eenige wetenschappelijke stichting in ons vaderland, die met haar overeenkomt.

Ofschoon de sterrewacht te Leiden gebrek heeft aan het voornaamste, dat zij voor wetenschappelijke onderzoekingen behoeft, is aan haar veel volbragt en veel meer dan men met eenig regt kon eischen of verwachten. Vele volbragte werkzaamheden liggen nu echter, zonder de mogelijkheid om haar, in eenige volledigheid, algemeen bekend te maken. Zoo liggen bij mij, sedert lang, de bouwstoffen gereed voor eene uitvoerige beschrijving van den Meridiaancirkel der sterrewacht te Leiden, met lange reeksen van onderzoekingen omtrent dat hoofdwerktuig der sterrekunde in het algemeen, die mij tot gewigtige uitkomsten geleidden en zekerlijk met eene levendige belangstelling door de beoefenaars der wetenschap zouden worden opgenomen, maar wier uitgave mij onmogelijk is. In hetzelfde geval verkeeren de stelselmatige waarnemingen omtrent de poolshoogte der nieuwe sterrewacht; de onderzoekingen omtrent de merkwaardige komeet van het jaar 1862, met de reeksen van afbeeldingen van dat hemellicht; de waarnemingen, te Leiden volbragt, voor de bepaling van de volstrekte

afmetingen des zonnestelsels; mijne afbeeldingen van de planeet Mars en onderzoekingen omtrent het wezen en de wenteling van dat ligchaam. Deze onderzoekingen en de talrijke waarnemingen omtrent vaste sterren, planeten en kometen, te Leiden volbragt, verdienden, zoo als elders in jaarboeken der sterrewacht, volledig te worden uitgegeven, maar nademaal tot de uitgave van zulke jaarboeken nog volstrekt geen uitzigt bestaat, heb ik onlangs besloten, althans de einduitkomsten der waarnemingen, die bij eene te langdurige terughouding hare waarde verliezen, in een buitenlandsch tijdschrift (de *Astronomische Nachrichten*) bekend te maken. De onderzoekingen van den meesten omvang moesten echter blijven liggen. Ik zoude voor de uitgave daarvan mijne toevlugt tot de Akademie van Wetenschappen hebben genomen, indien deze niet, wegens geldgebrek, de uitgave harer verhandelingen had moeten staken. Hoogstens kon zij een kort en voorloopig verslag van enkele werkzaamheden, in haar tijdschrift, doen plaatsen.

Om de reeds vroeger vermelde redenen, blijft het mij wenschelijk voorkomen, dat mijn jaarlijksch verslag van den staat der sterrewacht te Leiden en van de aldaar volbragte werkzaamheden, die met den akademischen cursus niets gemeen hebben, met den burgerlijken jaarkring mogt aanvangen en eindigen. Daar voor de sterrewacht geene akademische vacantiën bestaan, zal ik, op het vroegere spoor, dit verslag doen gelden voor het geheele tijdvak van den 1sten Julij 1862 tot de laatste dagen der maand Junij 1863.

Gedurende het genoemd tijdvak was, wegens de minder afwisselende warmte in den winter, het onderhoud der werktuigen minder bewerkelijk dan het jaar te voren, maar het was niettemin zeer tijdroovend. Alleenlijk het ruwe werk kan aan bedienden worden overgelaten, terwijl het

reinigen der fijnere werktuigen, dat eigenlijk instrumentenmakers werk is, door de waarnemers zelven moest geschieden. Er is tijd noch moeite gespaard om de instrumenten, niet slechts in een bestendigen staat van bruikbaarheid te houden, maar ook bij een schoon voorkomen te bewaren. Allengs is aan de instrumenten der oude sterrewacht, waaronder eenige der vorige eeuw, die geschiedkundige waarde hebben, een voorkomen gegeven, waardoor zij aan de nieuwe sterrewacht niet misstaan, hetgeen, wegens de beperkte middelen der sterrewacht, zijne groote bezwaren had. Het geheel heeft een veel schooner aanzien, dan aan de meeste overige sterrewachten, en vreemdelingen, die de sterrewacht bezochten, hebben daarom wel eens gemeend, dat jaarlijks duizenden guldens aan haar onderhoud werden te koste gelegd. Aan den voorraad van instrumenten ontbreekt, zoo als ik reeds dadelijk bij de stichting der sterrewacht heb verklaard, een zoogenaamde galvanische registreer-toestel. De reden waarom die toestel in mijne raming van het jaar 1854 niet was opgenomen, lag in de toenmalige onzekerheid, of de nienwe methode van waarnemen boven de oude de voorkeur verdiende. Nu echter is de hooge voortreffelijkheid van de galvanische registreer-methode bewezen, en de toestellen voor de aanwending dier methode zijn nu aan onderscheidene sterrewachten ingevoerd. Eene nieuwe sterrewacht kan nu, zonder registreer-toestel, die eene uitgave van nagenoeg twee duizend gulden vordert, niet gezegd worden, bij hare stichting, op de hoogte van den tijd te zijn gebragt.

Met het begin van het tijdvak, waarvoor dit verslag geldt, verloor de sterrewacht de medewerking van den WelEdelen ZeerGel. Heer Dr. H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, die gedurende anderhalf jaar, zonder aanstelling of bezoldiging, de taak van eenen observator had vervuld, wiens aanstelling als observator ik, in het belang der we-

tenschap en van het vaderland, zoo vurig lijk had gewenscht, maar die, gedwongen een beroep als leeraar aan het Gymnasium te 's Gravenhage aan te nemen, de sterrewacht verlaten heeft. De Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN had zich meer bepaaldelijk aan den Meridiaan-cirkel gewijd en hoezeer hem dit werktuig ter harte ging is, ook na zijn vertrek, uit zijn belangrijk akademisch proefschrift *over de buiging bij den Meridiaan-cirkel* gebleken. De onderzoekingen omtrent de buiging bij den Meridiaan-cirkel te Leiden, die zoo schoone vruchten beloofden, maar die de gelijktijdige zamenwerking van drie waarnemers vorderden, moesten, na het vertrek van den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, worden afgebroken. De Heer observator N. M. KAM volbragt daarna, in zoo ver als dit mogelijk was, de waarnemingen met tweè hoofdinstrumenten, namelijk met den Meridiaan-cirkel en den kleineren refractor, terwijl ik zelf, even als vroeger, op mij nam om, zoo veel als mijne overige zeer talrijke werkzaamheden het gedoogden, de mikrometermetingen met den grooteren refractor te volbrengen.

Tot de waarnemingen door den Heer KAM met den Meridiaan-cirkel volbragt, behoort de bepaling van de fouten, op beide cirkels, van alle deelstrepen, die met volle vijftallen graden overeenkomen. Dit onderzoek, dat reeds het uitvoeren van duizendtallen metingen vorderde, moet nog over een veel grooter getal deelstrepen worden uitgestrekt. De bepaling van de fouten der negen mikrometerschroeven van het werktuig, die andere duizendtallen van metingen vorderde, en die de Heer KAM reeds vroeger had aangevangen, werd door hem ten einde gebragt. De Heer KAM volbragt eene hernieuwde bepaling van de poolshoogte der sterrewacht, door de ster δ *Urs. Min.* in denzelfden geest als waarin dit vroeger door hem, in vereeniging met den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, door de poolster geschiedde. In de lente van dit jaar werd door den Heer

KAM de ligging van het voorjaars-nachteveningspunt bepaald, door de zon en eenige fundamentaalsterren op achttien verschillende dagen stelselmatig met den Meridiaancirkel waar te nemen. Zoo dikwijls als de omstandigheden het toelieten, werden de plaatsen der voornaamste vaste sterren met den Meridiaan-cirkel bepaald en met dat werktuig werden niet minder dan twintig planeten en drie kometen op onderscheidene dagen stelselmatig waargenomen.

De betrekkelijke plaatsbepaling van planeten met den kleineren refractor heeft moeten lijden, onder de volstrekte plaatsbepaling met den Meridiaan-cirkel. Het eerstgenoemde werktuig is, met betrekking tot de planeten, hoofdzakelijk gebruikt voor de bepaling van de fouten der ephemeriden, welke bepaling noodig was, om de waarneming dier hemellichten met den Meridiaan-cirkel mogelijk te maken. De plaatsen der kometen, die zich niet in den Meridiaan lieten waarnemen, werden door den Heer KAM stelselmatig met den refractor bepaald. Zoo werd de komeet II 1862 op 21, de komeet II 1863 op 23 en de komeet III 1863 op 4 verschillende dagen met den refractor waargenomen. De merkwaardige komeet II 1862, die voor de ontwikkeling van de theorie der kometen zoo gewigtig was, werd, in hare veranderlijke schijngestalten, op vele dagen door den Heer KAM afgebeeld, zoo als zij zich in haar geheel vertoonde met het ongewapend oog en door den kometenzoeker, terwijl met den refractor het veranderlijk voorkomen van de kern, zoo dikwijls mogelijk, met naauwgezetheid werd afgebeeld en uitgemeten. Met den refractor zijn ook door den Heer KAM talrijke sterrebedekkingen en verschijnselen bij de wachters van Jupiter waargenomen.

Tusschen hetgeen de werktuigen moeten geven en hetgeen daarop onmiddellijk wordt afgelezen, ligt altijd eene langwijlige berekening en aan de meeste sterrewachten is

men steeds met de berekeningen ten achteren, al zijn daarvoor bijzondere personen aangesteld. De Heer KAM heeft zich beijverd om de berekening zijner waarnemingen zoo veel mogelijk bij te houden, en vond daarin zeer groote bezwaren. In het belang van vrienden der sterrekunde hier te lande, heeft hij, in vereeniging met den Heer A. VAN HENNEKELER, *Math et Phil. Nat. Cand.*, zeer kort na het verschijnen der kometen, die zich in den afgeloopen jaarkring vertoonden, de loopbanen dier ligchamen uit zijne waarnemingen berekend met de wegen, die zij gedurende hunne zigtbaarheid aan den hemel zouden afleggen. Bij gebrek aan een wetenschappelijk tijdschrift, heb ik de uitkomsten dezer berekeningen in de nummers der *Leidsche courant* van den 6den en 27sten Augustus 1862 en den 29sten April en den 4den Mei 1863 bekend gemaakt.

Buiten het volbrengen van de bovengemelde werkzaamheden heeft de Heer KAM zich in den afgeloopen jaarkring met mij vereenigd tot een' belangrijken arbeid, die op eene gelukkige wijze is ten uitvoer gebragt. Voor eenigen tijd is gegronde twijfel opgerezen, omtrent de juistheid der getallen, die voor de volstrekte afmetingen des zonnestelsels worden aangenomen. De staat van Noord-Amerika zond, in het jaar 1849, eenige sterrekundigen, met schoone werktuigen en eene draagbare sterrewacht toegerust, naar Chili, om aldaar, gedurende eenige jaren, in overeenstemming met sterrewachten aan de noordelijke deelen der aarde, de planeten Venus en Mars waar te nemen, voor de bepaling van hare parallaxen en daarmede van de volstrekte afmetingen des zonnestelsels. Deze zending, die vele tienduizendtallen guldens heeft gekost, is ten eenenmale mislukt, wegens gebrek aan overeenstemmende waarnemingen in Europa. In den nazomer en herfst van het verledene jaar zoude de planeet Mars in eenen stand, met betrekking tot de aarde, komen, die voor de bepaling van

hare parallaxis zeer gunstig was. Door Noord-Amerikaansche sterrekundigen werd een plan van waarnemingen met den refractor en door Russische sterrekundigen werd een ander plan van waarnemingen met den Meridiaan-cirkel ontworpen en aanbevolen, en de sterrewacht te Leiden werd uitgenoodigd om aan ieder van die twee stelsels van waarnemingen deel te nemen. Hoezeer het wegens gebrek aan personeel onmogelijk kon schijnen, aan die uitnoodiging te voldoen, is daaraan, met een zeer gelukkigen uitslag, gevolg gegeven. Door gestadig van het een naar het ander over te loopen en zich over geene nachtrust te bekommeren, heeft de Heer KAM twee werktuigen gelijktijdig bediend en de sterrewacht te Leiden behoort tot die, welke, bij de genoemde gelegenheid, het meeste hebben opgeleverd. De Heer KAM heeft de beraamde reeksen van waarnemingen omtrent de planeet en hare vergelijkingssterren, met den Meridiaan-cirkel, op 29 nachten en de reeksen van mikrometrische vergelijkingen der planeet bij andere sterren, met den refractor, op 20 nachten volbragt.

De planeet Mars gaf, bij haren tegenstand in het verledene jaar, aanleiding tot nog andere dan de bovengemelde onderzoekingen. Sedert meer dan eene halve eeuw was het onbeslist of, overeenkomstig met de waarnemingen van den ouderen HERSCHEL, der planeet Mars eene, tegen de theorie strijdende, afplatting moet worden toegekend. De omwentelingstijd der planeet was nog geenszins met de gewenschte naauwkeurigheid bepaald en omtrent het wezen van dat ligchaam verkeerde men nog steeds in het onzekere. Ofschoon men elders veel grootere kijkers dan die van de sterrewacht te Leiden te zijner beschikking heeft, heb ik besloten den nieuwen refractor, met den mikrometer van AIRY gewapend, bij deze buitengewoon gunstige gelegenheid, voor een streng onderzoek der planeet Mars aan te wenden. Ofschoon ik, meer nog

dan de Heer KAM, door de luchtsgesteldheid werd tegengewerkt, ben ik zeer gelukkig in mijne poging geslaagd. Ik heb op 18 verschillende dagen lange reeksen van metingen omtrent de planeet Mars volbragt, wier einduitkomst in strijd is met de stelling, dat zij eene onnatuurlijke afplatting zoude hebben. Op even zoo veel dagen is het mij gelukt de planeet af te beelden en die afbeeldingen, vergeleken bij die van vroegere jaren, hebben mij tot belangrijke uitkomsten omtrent het wezen der planeet geleid. Het gelukte mij mijne waarnemingen met die van BEER en MÄDLER in 1830, van HERSCHEL in 1781 en zelfs van HUYGENS in 1672 te verbinden, en ik verkreeg daardoor drie bepalingen van den omwentelingstijd der planeet, die niet meer dan vijf honderdste deelen eener secunde uit elkander loopen.

Reeds op den 22sten December 1862 heb ik een kort en voorloopig verslag van onze gezamentlijke onderzoekingen, omtrent de planeet Mars, bij de Akademie van Wetenschappen, voor hare *Verslagen en Mededeelingen*, overgelegd, te vinden in Deel XV, blz. 321. Ik heb den Noord-Amerikaanschen en Russischen sterrekundigen de einduitkomsten onzer waarnemingen medegedeeld, maar men verlangde eene volledige kennisneming van al het door ons volbragte. Met de volledige mededeeling onzer waarnemingen en berekeningen zoude een geheel boekdeel gevuld kunnen worden en mijne afbeeldingen der planeet Mars verliezen alle waarde, zoo zij niet met de uiterste zorgvuldigheid op steen of op staal worden gebragt. Voor de volledige uitgave onzer onderzoekingen is nu, hier te lande, geene mogelijkheid. Vermoedelijk zoude men die in het buitenland wel willen uitgeven, maar ik kan niet besluiten de hulp van eene vreemde natie in te roepen.

De nieuwe refractor, met den mikrometer van AIRY, het werktuig welks gebruik ik mij zelven heb voorbehouden,

is nu en dan bij gelegenheidswaarnemingen aangewend. maar meer bepaaldelijk voor het uitmeten van de ligchamen des zonnestelsels. Het is klaar dat ik nog niet gereed kan zijn met eenen arbeid, die, hoezeer op eene kleinere schaal aangelegd, aan de sterrewacht te Greenwich veertien jaren heeft gekost. Ik blijf volharden bij mijne vroegere bedenkingen tegen den arbeid te Greenwich volbragt, maar het onderzoek van den toestel, dat men te Greenwich heeft nagelaten en welks noodzakelijkheid door mij werd betoogd, heeft zich als eenen afschrikwekkenden arbeid doen kennen. Ik heb daartoe reeds duizenden metingen volbragt en er blijven mij nog duizendtallen van metingen te volbrengen over. Ik hoop dat ik binnen een paar jaren mijn doel volledig bereikt zal hebben.

Onder de werkzaamheden, die, in het laatste jaar, aan de sterrewacht te Leiden ondernomen zijn, verdienen eene bijzondere melding de photographische onderzoekingen van mijnen zoon P. J. KAISER, *Math. Mag. Phil. Nat. Doctor*, die aan de sterrewacht zelve door geene betrekking verbonden is. Reeds voor jaren heeft men, in Noord-Amerika en aan enkele sterrewachten in Europa, pogingen aangewend om de photographie aan de sterrekunde dienstbaar te maken, maar mogt slechts zelden eenigzins gelukkig slagen. De Heer WARREN DE LA RUE nabij Londen, die zich door zijne photographische afbeeldingen der maan heeft beroemd gemaakt, bezit eenen daartoe opzettelijk ingerigten spiegelteleskoop, die vele duizenden guldens heeft gekost. Op mijn verzoek heeft mijn zoon, die zich, in zijne weinige vrije uren, met photographie had bezig gehouden, zijne krachten aan de hemellichten beproefd. Hij had daartoe niets tot zijne dienst dan den grooteren refractor, die voor een geheel ander doel is bestemd en voor photographische onderzoekingen door deskundigen geheel was afgekeurd, met een klein toevoegsel, dat hij met eigene

hand vervaardigde. Zijne photographische afbeeldingen der maan, onder mijne medewerking tot stand gebragt, zijn echter, door de meest bevoegde regters in het buitenland, hoogelijk geroemd. Van staatswege wordt thans in Groot-Brittanje de zon stelselmatig photographisch afgebeeld en eerlang zal dit ook in Rusland geschieden, daar dit de eenige weg schijnt te zijn, tot de onthulling der geheimnissen van dat hemellicht. Elders gebruikt men daartoe zeer kostbare zoogenaamde *heliautographen* en vindt in het aanwenden van die toestellen eene zeer groote moeijelijkheid Wij hebben, met eigene hand, eenen heliautograaph uit eenen kijker van STEINHEIL gemaakt en mijn zoon heeft daarmede merkwaardige photographische afbeeldingen der zon verkregen. Wij zouden gaarne, voor zoo ver andere werkzaamheden dit gedoogen, in overeenstemming met de sterrewachten van Kew en Wilna, de zon stelselmatig photographisch afbeelden, maar de kostbaarheid van dat werk heeft ons gedwongen daarvan af te zien. Door de toevallige omstandigheid, dat de sterrewacht te Leiden over een' zeer ervaren photograaph kan beschikken, zoude zij der wetenschap belangrijke diensten kunnen bewijzen, maar zij is volstrekt buiten staat het glas en de chemische preparaten te bekostigen, die men daartoe behoeft. Mijn zoon heeft in zijn Akademisch proefschrift, zijne eerste pogingen, om de photographie op de sterrekunde toe te passen, beschreven. Ik heb, op den 28sten Maart dezes jaars, bij de Akademie van Wetenschappen een verslag van zijne latere onderzoekingen overgelegd, dat in het XVIde Deel (blz. 13) van haar tijdschrift is opgenomen.

Indien iemand, uit de werkzaamheden in de laatste jaren aan de sterrewacht te Leiden ten uitvoer gebragt, de gevolgtrekking afgeleid wilde hebben, dat zij geen grooter personeel of ruimere middelen behoeft, zouden wij aan een gekscheren met onze pogingen moeten gelooven. Wij heb-

ben gedaan wat wij konden om de eer der sterrewacht en de eer der wetenschap in ons vaderland te handhaven, maar daartoe werd eene krachtsinspanning gevorderd, die ontijdig sloopt en weldra in uitputting en onmagt zoude overgaan. Indien de Heer KAM des morgens te twee ure de waarnemingen met den Meridiaan-cirkel eindigt en die, om niets van belang te laten verloren gaan, zoo als dit gedurende eenigen tijd werkelijk het geval is geweest, denzelfden morgen te zes ure weder opvat, doet hij meer dan ooit het sterkste gestel heeft kunnen wederstaan. In weerwil van al ons streven heeft de sterrewacht niet opgeleverd, wat men van haar behoorde te kunnen eischen. Het aanvaarden van eene groote onderneming, wier welgelukken eene krachtsinspanning van vele jaren vordert, maar niet kan nalaten nieuwe grondslagen voor de toekomst der wetenschap te leggen, zal eerst na de vermeerdering van het personeel der sterrewacht en na eene verhooging van haren onderstand mogelijk zijn.

Leiden, den 29 Junij 1863.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 29sten APRIL 1864.

Tegenwoordig de Heeren: J. VAN GEUNS, F. KAISER, C. J. MATTHES, M. C. VERLOREN, C. A. J. A. OUDEMANS, J. VAN GOGH, CL. MULDER, A. W. M. VAN HASSELT, H. J. HALBERTSMA, G. J. VERDAM, J. G. S. VAN BREDA, E. H. VON BAUMHAUER, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT, S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, J. BOSSCHA JR., R. VAN REES, A. H. VAN DER BOON MESCH, P. HARTING, R. LOBATTO, F. C. DONDERS, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, W. N. ROSE, en van de Letterk. Afd.: H. J. KOENEN, H. C. MILLIES, J. C. G. BOOT.

Na voorlezing, goedkeuring en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige Zitting, wordt kennis genomen van de schriftelijke verontschuldigingen wegens het niet bijwonen dezer Vergadering van de Heeren G. SIMONS, J. W. L. VAN OORDT, F. W. CONRAD, V. S. M. VAN DER WILLIGEN en J. BOSQUET.

Komt ter tafel een brief van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken, d.d. 's Gravenhage, 29 Maart l.l. N°. 261, 3e Afdeeling: *Waterstaat*, waarbij, onder dankbetuiging voor het overgelegde vijfde verslag over den Paalworm, wederom zeventig Exemplaren daarvan worden verlangd, en mededeeling gedaan wordt van de verhooging van de in der tijd toegelegde subsidie ten behoeve van de proefnemingen omtrent de verwoestingen door den Paalworm, met een bedrag van *f* 100. — voor zoo veel het jaar 1864 aangaat, bij Z. M. Besluit van 19 Maart l.l. N°. 63; terwijl Z. Exc. omtrent de beide in onze Missive van 5 Maart l.l. N°. 14 vervatte voorstellen der Afdeeling nader haar gevoelen zal doen kennen.

Worden gelezen brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgende H.H. 1°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 11 April 1864, Topographisch Bureau, N°. 66 T.); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage 20 April 1864, N°. 179. 3e Afd. Waterstaat); 3°. W. N. DU RIEU, Secretaris van de Maatschappij der Nederl. Letterkunde te Leiden (Maart 1864); 4°. J. A. VAN ROYEN, Voorzitter en L. ALI COHEN, Secretaris der Commissie voor de Statistieke beschrijving der provincie Groningen (Gron 26 Maart 1864); 5°. BOUDEWIJNNE, Secretaris van het Indisch Genootschap ('s Gravenhage, April 1864); 6°. W. SPOTTISWOODE en C. R. MARKHAM, Secretaries of the Royal Geographical Society (Whitehall Place S. W. 4 Dec. 1863); 7°. R. CASPARY, Bibliothekar der Königl. ostpr. physikalisch-ökonomischen Gesellschaft te Koningsbergen (30 Oct. 1863); 8°. Le Se-

crétariat de l'Académie des Sciences de Hongrie (Pesth, 27 Julij 1863); 9°. MÜLLER, Secretär der Kaiserl. Leopoldin.-Carolin.-Deutschen Academie der Naturforscher, namens des Präsidenten der Academie (Dresden, 24 Februarij 1864); 10°. C. MARIGNAC, Secrétaire de la Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève (Gen., 1 Fevrier 1864). Waarop het gewone besluit valt tot schriftelijke dankzegging en plaatsing in de Boekerij.

Is ingekomen een brief van dankbetuiging voor ontvangen werken der Akademie van den Heer D. F. VAN DER PANT, 1^{en} Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 4 April 1864). — Aangenomen voor berigt.

Wordt gelezen eene missive van de firma M. E. COSTER alhier, ten geleide van den diamant, waarvan sprake was in onze Vergadering van 31 October l.l. (zie *Versl. en Med.* Deel XVI, blz 329), welken voornoemde eigenaar de heuschheid heeft, ter vrije beschikking der Akademie te stellen.

De Vergadering besluit den milden gever daarvoor haren warmsten dank te betuigen en den steen tot nader wetenschappelijk onderzoek in handen te stellen van eene Commissie, bestaande uit de Heeren W. C. H. STARING, A. H. VAN DER BOON MESCH en P. HARTING.

De Secretaris berigt, dat de Commissie van Re-

dactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* geen zwarigheid heeft gemaakt tot het opnemen van de Bijdragen der Heeren P. BLEEKER: *Quatrième notice sur la faune ichthyologique de l'île de Bouro*, en R. LOBATTO: *Over het vormen der vergelijkingen, welker wortels de zijden en diagonalen der regelmatige veelhoeken doen kennen.*

De Heer F. W. CONRAD heeft ingezonden het door Z.E. op uitnoodiging van het Bestuur geschreven levensberigt van wijlen ons medelid L. J. A. VAN DER KUN, hetwelk alsnu door den Secretaris wordt voorgedragen. Het opstel wordt voor het eerstvolgend Jaarboek bestemd, en den Heer CONRAD zal de opregte dank der Vergadering worden overgebragt voor de voortreffelijke wijze waarop hij de verdiensten en het karakter van den waardigen overledene heeft herdacht.

De Heeren VAN REES en STAMKART brengen vervolgens Rapport uit over de in hunne handen gestelde Verhandeling van den Heer V. S. M. VAN DER WILLIGEN, getiteld: *over de Refractie-coëfficiënten van mengsels van zwavelzuur en water;* met de conclusie, dat het stuk allezins verdient in de werken te worden opgenomen, vereenigt zich de Vergadering.

De Heer H. C. MILLIES, lid der Letterkundige Afdeeling, leest eene Verhandeling voor: *Over eene nieuw ontdekte afbeelding van de Dodo* (Didus ineptus L.), die hij der Vergadering vertoont, waarmede

men een afgietsel vergelijkt, door den Heer VAN BREDA medegebragt, van den kop, genomen van een exemplaar dat voorhanden is in het Ashmolean Museum te Oxford. Op uitnoodiging van den Voorzitter stelt de Heer MILLIES zijne bijdrage ter beschikking voor de *Verslagen en Mededeelingen*, die gevolgelijk naar de Commissie van Redactie zal worden verzonden; de Heer VON BAUMHAUER dringt het wenschelijke aan, dat gemelde afbeelding zoowel als eene teekening van den kop naar het afgietsel, aan de uitgave worden toegevoegd; tot het laatste verklaart de Heer VAN BREDA gaarne gelegenheid te willen geven.

De Heer HARTING biedt eene Verhandeling aan voor de werken in 4°.: *Over de anatomie van een* onlangs op onze kust gestranden *visch*, met name *Orthragoriscus Osodura*, waarvan eenige bijzonderheden door hem worden medegedeeld. De Verhandeling zal in handen worden gesteld van de Heeren J. VAN DER HOEVEN en BLEEKER met verzoek om daarop te dienen van voorlichting en raad.

De Heer VERDAM legt den door hem toegezegden arbeid over, betreffende *de krommingslijnen op het oppervlak der Ellipsoïde met ongelijke assen;* terwijl van den Heer STAMKART is ingekomen een opstel *Over eene benaderingsmanier ter berekening der waarde van Lijfrenten en Verbindingsrenten.* Beide stukken zullen aan de Commissie van Redactie verzonden worden.

De Secretaris eindelijk biedt namens den Heer DE COLNET D'HUART, Professor aan het Kon. Athenaeum van Luxemburg, eene gedrukte Brochure aan, getiteld: *Nouvelle Théorie mathématique de la Chaleur et de l'Electricité, première partie.* Die aanbieding ging vergezeld van een geschreven nota, waarvan de Vergadering met belangstelling kennis neemt. De Brochure zal, onder schriftelijke dankzegging aan den schrijver, in de boekerij geplaatst worden.

Daar niemand iets meer voor te stellen heeft, wordt de zitting opgeheven.

NOTICE

SUR

UNE NOUVELLE ESPÈCE DE XIPHASIA.

PAR

P. BLEEKER.

PATRICK RUSSELL, dans son ouvrage connu sur les poissons de Coromandel, décrivit et figura une espèce extrêmement remarquable, qu'il rapporta au genre Ophidium, et qui est connue des indigènes de Vizagapatnam sous le nom de Tonka Talawaree (l. c. I p. 28 tab. 39). Il paraît que cette espèce a beaucoup embarrassé les naturalistes et que longtemps ils ont fait semblant de l'ignorer. Cependant la figure de RUSSELL est exacte par rapport aux caractères génériques, ce que peut-être on était peu incliné à croire en voyant la forme cépoloïde du corps combinée à une tête et à des ventrales de Petroskirtes. SWAINSON enfin en fit un genre distinct sous le nom de Xiphasia, mais, ne la connaissant que d'après la figure de RUSSELL, il comprit mal ses affinités et en rendit mal les caractères. Il la plaça, sous le nom de Xiphasia setifer, à côté des Cépoles dans sa sousfamille Ophidonidae, qui elle-même fait partie de son Tribu des Gymnètres. M.- GÜNTHER, ne la connaissant pas non plus d'après nature, la plaça dans le groupe des Brotulina de sa famille des Ophidiidae entre les Sirembo et les Dinematich-

thys, et changea le nom générique de SWAINSON en celui de Xiphogadus. Cependant le Xiphasia setifer n'est ni un Cépoloïde ni un Brotuloïde, mais tout simplement un type de Blennioïdes, voisin du genre Petroskirtes, mais s'en distinguant principalement par l'extrême allongement du corps et par des nageoires dorsale et anale s'unissant avec la caudale.

M.- KAUP, en 1858, observa une forme fort voisine dans son Nemophis Lessoni, type qu'il nomma un nouveau genre de Riband-shaped fishes et sur lequel il fonda sa famille des Nemophidae. M. GÜNTHER au contraire plaça le genre Nemophis parmi les Blennioïdes, à côté du genre Zoarces. Cette espèce remarquable correspondrait assez bien, quant à ses affinités génériques, avec le Xiphasia setifer, s'il n'en était pas dit qu'elle ne possède ni nageoire caudale ni ventrales; et sa physionomie, telle au-moins qu'elle a été représentée dans la figure des Proceedings of the Zoological Society (Part. XXVI p. 168), m'a fait même douter si l'espèce diffère essentiellement du Xiphasia dont la description va suivre. Pour ce qui regarde maintenant l'absence de caudale et de ventrales dans le Nemophis Lessonii, ne se pourrait-il pas que les individus observés par M.- KAUP fussent défectueux et qu'ils eussent perdu les nageoires nommées? Il me paraît désirable qu'un nouvel examen de ces individus, qui sont conservés au Musée du Jardin des Plantes, vienne éclaircir ce point. S'il résultait de cet examen, que mes doutes fussent justifiées, il s'ensuivrait que le genre Nemophis serait à rayer et ne pourrait rester que comme synonyme de Xiphasia.

J'ai trouvé, au Musée de Leide, une espèce de Xiphasia, dont on ne connaît pas l'origine et qui y a été conservée parmi les Murènes. A la première inspection j'ai cru retrouver dans cette espèce, dont le Musée susdit ne possède qu'un individu unique, le Tonka Talawaree de RUSSELL,

mais une comparaison avec la figure et la description de RUSSELL m'a conduit à considérer le Xiphasia de Leide d'une espèce distincte, qui a le corps plus allongé, la tête relativement plus grande, et le profil beaucoup plus obtus et plus arrondi que le Xiphasia setifer. Les deux filets de la caudale, figurés du Xiphasia setifer, ne s'observent pas non plus dans l'espèce du Musée de Leide, et aussi paraît-il que cette espèce a la dorsale plus élevée que sa voisine. Ce que RUSSELL nomme des „Cirri ad gulam" ne sont que les ventrales, qui sont composées de deux rayons seulement comme dans plusieurs autres Blennioïdes. Le nombre des rayons de la dorsale du Xiphasia setifer paraît être à-peu-près le même, que celui de l'espèce du Musée de Leide, car bien que RUSSELL, dans sa description, parle de 223 rayons, sa figure n'en rend que 123, nombre qui est plus probable ayant égard au nombre des rayons de l'anale, et qui correspond parfaitement bien avec les nombres, que je compte dans l'espèce, que j'ai sous les yeux.

Bien que les différences énumerées nécessitent une séparation spécifique des individus observés, il reste toujours possible que ces différences ne tiennent qu'à autant d'inexactitudes de la description et de la figure de RUSSELL, et qu'en effet les individus de RUSSELL et du Musée de Leide ne se distinguent pas spécifiquement. Mais on ne saurait décider cette question qu'après un nouvel examen d'individus du Xiphasia setifer pris dans les eaux de Vizagapatnam ou des autres parties de la côte de Coromandel.

Pour ce qui regarde le Nemophis Lessonii Kp, s'il manque en effet des ventrales et de la caudale, il n'en reste pas moins une forme extrêmement voisine, qui, outre ces nageoires, ne diffère, à en juger d'après la figure de M.- KAUP, du Xiphasia trachypareia, que par un corps un peu moins allongé, et par l'insertion de la dorsale

un peu en arrière de l'oeil et par les échancrures entre les premiers rayons de la dorsale.

Ce qui, du reste, ne me paraît pas douteux, c'est que les Xiphasies et les Némophides ont leur place naturelle tout près du genre Petroskirtes, et que ce sont pour ainsi dire des Petroskirtes à corps ténioïde ou murénoïde.

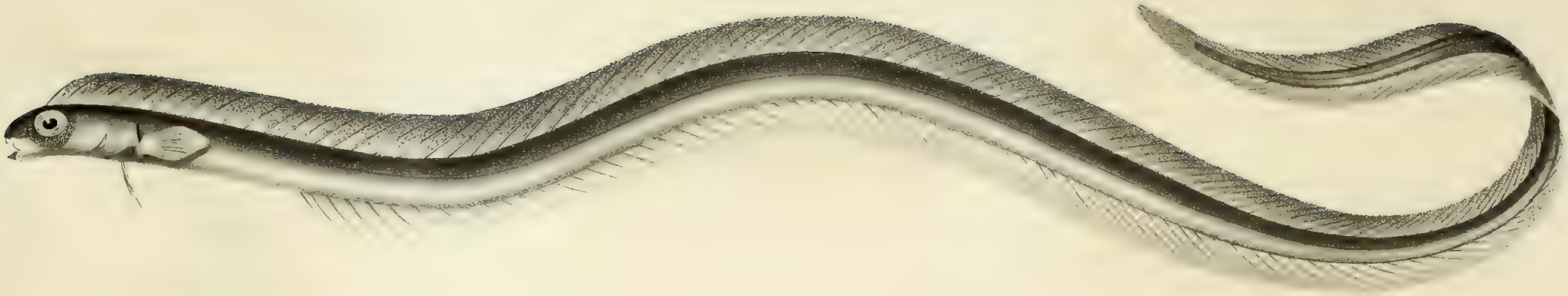
Les caractères du genre Xiphasia se résument comme suit.

Xiphasia Swns. = *Xiphogadus* Günth.

Corpus alepidotum maxime elongatum anguilliforme postice valde compressum. Pinnae dorsalis, caudalis et analis unitae, dorsalis radiis omnibus flexilibus capite antice, analis in anteriore septima corporis parte incipiens. Maxillae antice dentibus conicis confertis subaequalibus, lateribus dente canino, inframaxillari maximo curvato. Palatum edentulum. Ossa suborbitalia scabra. Apertura branchialis angusta rimaeformis, ante basin pectoralis desinens. Pinnae ventrales graciles triradiatae ante aperturam branchialem insertae. B. 6.

Xiphasia trachypareia Blkr. Tab.

Xiphasia corpore maxime elongato, altitudine 40 circ. in ejus longitudine, antice subcylindraceo, cauda sensim gracilescente valde compresso; capite obtuso convexo $16\frac{1}{3}$ circiter in longitudine corporis; altitudine capitis $2\frac{1}{2}$ circiter, latitudine capitis 3 circiter in ejus longitudine; oculis diametro 4 fere in longitudine capitis, diametro $\frac{2}{3}$ circiter distantibus; rostro obtuso valde convexo oculo paulo breviore; naribus minimis punctiformibus; ossibus suborbitalibus rugosis scabriusculis oculi diametro triplo fere gracilioribus; rictu vix ante oculum desinente; dentibus utraque maxilla 30 circiter compressiusculis confertissimis subaequalibus acutiusculis, dente externo utraque maxilla utroque latere canino a dentibus ceteris distante, canino



Xiphasia brachyparia Blkr.

VERSL. EN MEDED. D. AFD. NATUURK. DEEL XVII

inframaxillari quam intermaxillari quintuplo circiter longiore valde curvato; cute regione operculari cellulosa; apertura branchiali verticali angusta oculi diametro non longiore, ante mediam basin pinnae pectoralis desinente; cute trunco laevi; linea depressa loco lineae lateralis; pinna dorsali supra oculi marginem anteriorem incipiente corpore multo minus duplo humiliore dimidio corporis posteriore altitudine sensim decrescente; pinnis pectoralibus acutiuscule rotundatis capite paulo plus duplo brevioribus; pinnis ventralibus gracilibus acutissimis pectoralibus paulo longiobus; anali paulo plus quam capitis longitudine post aperturam branchialem incipiente, dimidio anteriore corpore multo minus duplo humiliore postice altitudine sensim decrescente; caudali acutiuscule rotundata capite duplo fere breviore; colore corpore superne viridi? inferne margaritaceo? pinnis flavescentibus, dorsali superne fuscescente; iride flava.

B. 6. D. 121 + C. 12. + A. 110 = D. C. A. 243.
P. 14. V. 2.

Hab.?

Longitudo speciminis descripti 467'''.

Hagae Comitis
Calendis Augusti 1863.

SUR UNE NOUVELLE ESPÈCE

DE

PUNTIUS À ÉPINE ANALE DENTELEE.

PAR

P. BLEEKER.

M.M. les Professeurs administrateurs du Muséum d'Histoire naturelle de Paris m'ayant continué les envois des poissons de Siam, rapportés par M.- BOCOURT, pour me mettre à même de les déterminer et de les comparer avec ceux de Bornéo, j'ai trouvé parmi ces poissons, qui appartiennent en grande partie à la famille des Cyprinoïdes, plusieurs formes nouvelles et intéressantes. Parmi ces formes il en est une surtout, qui mérite une attention spéciale puisqu'elle montre de nouveau, que les diagnoses, toutes basées qu'elles puissent être sur des faits observés, restent toujours exposées à être renversés, tant qu'on ne connaît pas l'ensemble des faits, que présente la nature. C'est ainsi, par exemple, que j'avais droit de dire, dans mes travaux sur les Cyprinoïdes, qu'il suffirait, pour bien caractériser le groupe des vrais Cyprins (Carpio et Carassius), de ne mentionner que les dentelures de l'épine anale. Et en effet on n'avait observé, jusqu'ici, aucune espèce de Cyprinoï-

des, hors les Carpes, où l'épine anale est dentelée. Mais cette disposition remarquable vient d'être présentée par une espèce de Siam, dont les affinités sont bien éloignées de celles des Carpes, et qui par l'ensemble de son organisation, par son port, par son système de nageoires et d'écailles, rentre complètement dans le sousgenre Puntius du genre du même nom, et qui même est si voisine du Puntius (Puntius) bulu Blkr, qu'on serait contraint de l'y rapporter si les fortes dentelures de l'épine anale n'indiquassent, au premier coup-d'oeil, un type distinct. Les Cyprinini ne sont dont plus à caractériser par le seul terme d'une épine anale dentelée, et on devrait y ajouter maintenant que la dorsale y est allongée et a plus de quinze rayons. D'un autre côté la diagnose du groupe des Barbini doit être modifiée aussi, et si, comme il faut bien le faire, on en écarte l'expression „épine anale sans dents;" il devient extrêmement difficile de bien distinguer les Barbini des Carpionini, et je ne vois plus un caractère absolu pour les Cyprinini, que dans le nombre peu considérable des dents pharyngiens.

La nature dentelée de l'épine anale est si exceptionelle pour les Barbini, qu'on pourrait y voir un caractère de valeur générique. Mais si l'on compare le Puntius proctozysron avec le Puntius bulu, le Puntius lawak et le Puntius Waandersi, on est bientôt convaincu qu'il n'y a lieu ici de penser à des genres différents, car outre l'épine anale, le Puntius proctozysron ne se distingue guère essentiellement des espèces nommées, que par des rangées d'écailles longitudinales plus nombreuses, rangées qui dans les espèces nommées ne sont qu'au nombre de 13 à 15, dont 8 ou 9 au plus au-dessus de la ligne latérale.

Si ma mémoire ne me trompe pas, c'est le Puntius proctozysron, dont j'ai déjà vu, lors de mon séjour à Bata-

via, une figure dans l'Album de poissons de Siam de M.-le Comte FRANCIS DE CASTELNAU, figure où je crois avoir remarqué les dentelures de l'épine anale, mais qu'alors je supposais une erreur du dessinateur. C'est cette espèce de l'Album de M.-DE CASTELNAU, où j'ai cru reconnaître alors mon Puntius bulu, rapprochement qui me paraît erroneux, après avoir observé les dentelures sur la nature même. Du reste il n'y a point lieu ici de penser à quelque développement anomal de l'épine anale, comme on pourrait être incliné à penser, parce que dans tous les cinq individus de l'espèce, que j'ai sous les yeux, l'épine anale présente la même forte dentelure, et rien au contraire qui pourrait faire supposer quelque anomalie.

Voici la description détaillée de cette espèce remarquable.

Puntius (*Puntius*) *proctozysron* Blkr. Fig.

Punt. (Punt.) corpore oblongo compresso, altitudine 3 ad $2\frac{3}{4}$ in ejus longitudine, latitudine $2\frac{3}{4}$ ad 3 in ejus altitudine; capite obtuso oblique truncatiusculo, $4\frac{3}{4}$ ad $4\frac{2}{3}$ in longitudine corporis cum, $3\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{3}$ in longitudine corporis absque pinna caudali; altitudine capitis 1 et paulo, latitudine $1\frac{3}{5}$ ad $1\frac{3}{4}$ in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{1}{2}$ ad $2\frac{3}{5}$ in longitudine capitis, diametro 1 circiter distantibus membrana palpebrali iridis marginem externum tantum tegente apertura subcirculari; rostro obtuso, oblique truncato, elevato, oculo multo breviore, non ante os prominente; naribus orbitae valde approximatis; linea rostrodorsali frontem inter et nucham concava, nucha leviter convexa; linea interoculari convexa; osse suborbitali anteriore pentagono, altiore quam lato, marginibus lateralibus inferioribus et superioribus concaviusculis, superioribus in angulum acutum sursum spectantem naribus approximatum unitis, medio crista longitudinali postrorsum adscendente per-

curso; osse suborbitali 2° osse suborbitali 1° duplo humiliore margine inferiore convexo; maxilla superiore quam maxilla inferiore longiore, verticaliter deorsum valde protractili sub oculi parte anteriore desinente, 3 ad 3 et paulo in longitudine capitis; rictu parum obliquo; maxilla inferiore symphysi tuberculo conico obtuso bene conspicuo, inferne utroque ramo poris conspicuis longitudinaliter uniseriatis; labiis mediocribus teretibus; operculo latitudine 2 circiter in ejus altitudine margine inferiore rectiusculo vel convexiusculo; apertura branchiali sub praeoperculi margine posteriore desinente; dentibus pharyngealibus contusoriis apice vulgo bituberculatis 2.3.4/4.3.2; osse scapulari trigono obtuso apice rotundato; dorso valde elevato angulato ventre multo altiore; ventre post pinnas ventrales obtuse carinato; cauda altitudine $1\frac{3}{4}$ circiter in longitudine capitis; squamis parte libera vulgo longitudinaliter striatis, parte basali striis longitudinalibus nullis vel vix conspicuis; squamis 36 vel 37 in linea laterali, 17 vel 18 in serie transversali absque ventralibus infimis quarum 9 vel 10 supra lineam lateralem, 13 vel 14 in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsalem, ventro infimo longitudinaliter triseriatis serie media iis seriebus lateralibus paulo majoribus; linea laterali leviter curvata lineam rostro-caudalem non vel vix attingente, singulis squamis tubulo brevi simplice mediam squamam vulgo non attingente notata; pinna dorsali supra basin pinnarum ventralium incipiente, acuta, emarginata, corpore sat multo humiliore, sat multo minus duplo altiore quam basi longa, spina crassa postice dentibus magnis armata, cum parte ejus flexili capite conspicue longiore; pinnis pectoralibus et ventralibus acutis longitudine subaequalibus $5\frac{1}{3}$ circiter in longitudine corporis, pectoralibus ventrales, ventralibus analem attingentibus; anali acuta emarginata, dorsali non multo humiliore, sat multo minus duplo altiore quam basi longa, radio simplice *tertio osseo postice denti-*

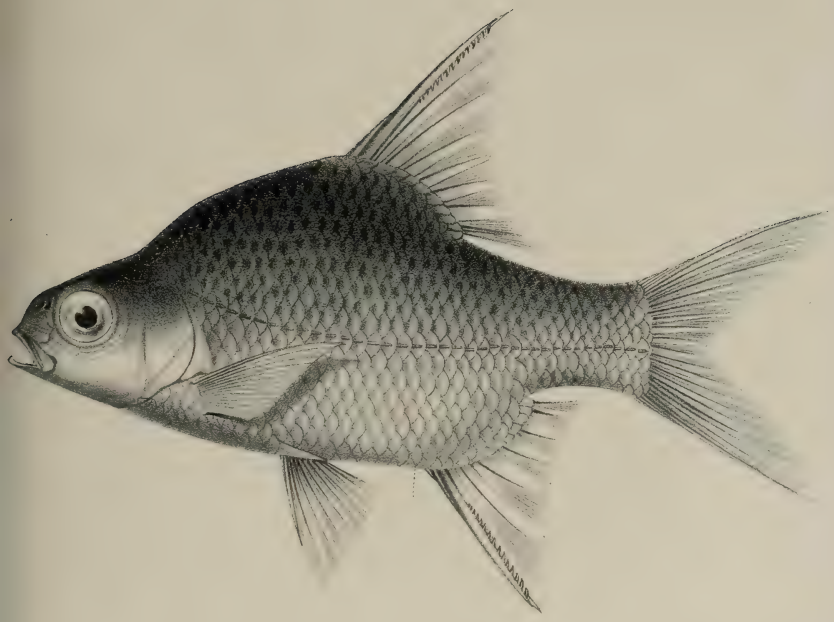
bus magnis serrato; pinna caudali basi tantum squamosa, profunde incisa, lobis acutis $3\frac{1}{2}$ ad $3\frac{3}{5}$ circiter in longitudine corporis; colore corpore superne dilute viridi, inferne argenteo; iride flava; pinnis roseis fusco plus minusve arenatis.

B. 3. D. 4/8 vel 4/9. P. 1/16. V. 2/9. A. 3/5 vel 3/6. C. 7/17/6 lat. brev. incl.

Hab. Siam (Bangkok, Ajuthia), in fluviis.

Longitudo 5 speciminum 87‴ ad 110‴.

La Haye, Décembre 1863.



Puntius (= Puntius) proctozysron . Blkr.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 28sten MEI 1864.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, C. J. MATTHES, P. HARTING, J. VAN GEUNS, H. J. HALBERTSMA, A. H. VAN DER BOON MESCH, N. W. P. RAUWENHOFF, C. A. J. A. OUDEMANS, J. BOSSCHA JR., M. HOEK, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, J. G. S. VAN BREDA, R. VAN REES, A. W. M. VAN HASSELT, P. BLEEKER, J. P. DELPRAT, J. VAN GOGH, E. H. VON BAUMHAUER, F. J. STAMKART, A. HEYNSIUS.

Na voorlezing en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige bijeenkomst, worden de Heeren A. HEYNSIUS en M. HOEK, die voor het eerst eene openbare Vergadering bijwonen, door den Voorzitter met een woord verwelkomd.

De Heeren VOORHELM SCHNEEVOOGT, BADON GHYBEN en VAN DER WILLIGEN hebben zich schriftelijk wegens hunne afwezigheid verontschuldigd.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('sGravenhage, 4 Mei 1864, N°. 211, 6e Afd. Rijkstelegraaf); 2°. Minister van Oorlog ('sGravenhage, 7 Mei 1864, Secretariaat N°. 2, S); 3°. VAN PANERDEN en E. A. JORDENS, Burgemeester en Secretaris der gemeente Arnhem (Arnhem, 25 April 1864); 4°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Kon. Instituut van Ingenieurs ('sGravenhage, 12 Mei 1864); 5°. J. C. G. BOOT, (Amsterdam, 9 Mei 1864); 6°. VON FRAUENFELD, Secretär der K. K. Zoologisch-botanischen Gesellschaft (Wien, 11 Febr. 1864); 7°. W. R. WEITENWEBER, beständ. Secretär der K. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften (Praag, 26 Maart 1864, N°. 22), waarop tot schriftelijke dankzegging en plaatsing in de boekerij besloten wordt.

Wordt kennis genomen van brieven van dankbetuiging voor ontvangen drukwerken der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. Minister van Marine ('sGravenhage, 18 Mei 1864, Lett. D, N°. 29); 2°. Minister van Oorlog ('sGravenhage, 19 Mei 1864, Genie, N°. 5, G.); 3°. VAN PANHUIJS, Voorzitter, A. VAN DER LAAN, Griffier van Gedeputeerde Staten van Friesland (Leeuwarden, 9 Mei 1864, N°. 26); 4°. J. H. LELIMAN, Bestuurder-Secretaris der Maatschappij: tot bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 25 Mei 1864, N°. 14); 5°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Kon. Instituut van Ingenieurs ('sGravenhage, 12 Mei 1864, N°. 616); 6°. W. C. BACKER,

namens Curatoren van het Athenaeum Ill. (Amst., 9 Mei 1854); 7°. J. H. DE STOPPELAAR, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen (Middelburg, 17 Mei 1864); 8°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap gevestigd te Utrecht (Nov. 1863, Jan. en Maart 1864); 9°. J. J. TEDING VAN BERKHOUT (Amst., 19 Mei 1864). — Aangenomen voor berigt.

De Secretaris meldt dat de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* geen bezwaar heeft gemaakt in de plaatsing der Bijdragen van de Heeren VERDAM, *over de Krommingslijnen der Ellipsoïde*, en STAMKART, *over de waarde van Lijf- en Verbindingsrenten.*

Is ingekomen een Vertoog van den Heer KAISER met Bijlagen van den Heer L. COHEN STUART. getiteld: *De eischen der medewerking aan de ontworpen graadmeting in Midden-Europa voor het koningrijk der Nederlanden toegelicht*, aangeboden voor de werken der Akademie, bijaldien deze zich mogt kunnen en willen verbinden het met eenigen spoed tot den druk te bevorderen.

Na veelvuldige wisseling van gedachten, waarbij de Voorzitter het bij uitnemendheid algemeen belang der zaak aandringt, wordt een voorstel van den Heer HARTING in omvraag gebragt, strekkende om te besluiten, dat na ingewonnen gunstig advies eener Commissie van twee leden, de Verhandeling onverwijld afzonderlijk zal worden gemeen gemaakt, zon-

der dat de uitgave der voor de werken in 4°. aangeboden geschriften van de Heeren OUDEMANS, VAN DER WILLIGEN en HARTING daardoor vertraging ondervinde. Bij meerderheid van stemmen vereenigt men zich hiermede; terwijl voorts de Heeren STAMKART en HOEK worden uitgenoodigd, om over dien arbeid verslag te willen uitbrengen, hetgeen zij op zich nemen.

De Heer MIQUEL heeft voor de *Verslagen en Mededeelingen* ingezonden een opstel *over de Piperaceæ van Nieuw-Holland*, hetwelk der Commissie van Redactie zal worden in handen gesteld.

Bij monde van den Heer BLEEKER brengt de uit den Heer J. VAN DER HOEVEN en hem zelven bestaande Commissie verslag uit over de aangeboden Verhandeling van den Heer HARTING; de Vergadering vereenigt zich met deszelfs gunstige conclusie.

Te dezer gelegenheid oppert de Heer BLEEKER bedenkingen tegen het vellen van oordeel over het werk van medeleden der Akademie, hetwelk hij ongepast acht. De Voorzitter beantwoordt dit, met te verwijzen naar § 6 van het Reglement van Orde onzer Afdeeling.

De Heer VAN DER BOON MESCH rapporteert omtrent de beide in zijne handen gestelde vulcanische aschsoorten, der Akademie door den Heer Dr. J. A. VAN DISSEL, 2^{den} Stadsgeneesheer te Samarang, bij missive van 11 Jan. l.l. toegezonden, het navolgende:

„ De eerstgemelde, gevallen te Soerakarta op het land Tandem, is zeer fijn, graauwachtig grijs gekleurd en met behulp van het mikroskoop heb ik daarin kleine deeltjes feldspath en zwarte deeltjes, waarschijnlijk van augit, en van magneetijzer, opgemerkt, welke laatste door een magneet werden aangetrokken en zich daaraan op de gewone wijze plaatsten. Andere delfstoffen, zoo als mica, leuzit, of lava, of bimstein heb ik daarin niet kunnen herkennen, ofschoon zij in andere vulkanische aschsoorten gevonden zijn. Uit het qualitatief scheikundig onderzoek is het gebleken, dat de hoofdbestanddeelen zijn: kiezelzuur, aluinaarde, ijzeroxydule, ijzeroxyde, kalk, magnesia, kali, natron en water, de vier laatstgenoemde stoffen in zeer geringe hoeveelheid."

„ De tweede aschsoort, gevonden te Pelantoengan den 5den Jan. dezes jaars en afkomstig van den Merapi, is insgelijks zeer fijn, doch ligter van kleur en grijsachtig wit. Ook in deze heb ik deeltjes van feldspath, waarschijnlijk van augit, en van magneetijzer opgemerkt, die ook door den magneet werden aangetrokken. Zij bevatte dezelfde reeds genoemde afzonderlijke bestanddeelen. Beide waren, zoo als gewoonlijk, silicaten. De kleine beschikbare hoeveelheid was te gering voor eene quantitative ontleding, voornamelijk voor de bepaling der hoeveelheid kali, natron en magnesia. Daarenboven hebben de ontledingen van verschillende vulkanische aschsoorten voornamelijk slechts verschil in de *hoeveelheden*, minder in den aard der bestanddeelen aangewezen. Daar mij geen geschrift bekend is, waarin de uitkomsten dier ontledingen zijn zamengevat, zoo heb ik ze in eene tafel bijeengebragt, en daarvoor alleen die uitgekozen, die gedaan zijn in een tijd, toen dergelijke ontledingen, om de betere methoden, met beter gevolg konden ondernomen worden."

N°.	Kiezelzuur.	Aluinaarde.	IJzeroxydule.	IJzeroxyde.	Kalk.	Magnesia.	Kali.	Natron.	Water.	Zwavelzure natron, chlornatrium enz. in water oplosbaar.
1	59,20	15,20	—	9,60	4,82	0,60	6,74	—	3,03	—
2	51,64	21,89	10,79	—	9,34	3,32	0,55	2,92	0,60	—
3	34,23	37,50	—	18,18	6,72	0,68	—	—	0,26	1,74
4	51,77	25.77	—	13,66	7.43	0,94	—	—	0,32	0 30
5	43,13	32,90	—	10,74	7,39	2,23	—	—	1,29	1 42
6	31,66	46,48	—	14,68	4,77	0,53	—	—	0,99	1,60
7	50,40	27,49	—	12,95	5,35	0,87	—	—	1,59	3,21
8	44,37	15,58	—	22.94	8,40	0,66	—	—	0,15	0,18
9	49,35	17,73	—	22,60	7,80	0,38	—	—	0,33	0,66
10	48,73	17,88	—	12,75	5.49	2,53	2,04	4,50	6,63	—
11	47,21	13,57	—	17,66	5,52	3,10	1,54	3,79	6,35	—
12	51,94	18,26	—	12,52	3,97	1,45	1,59	4,39	6,47	—
13	49,14	19,14	—	17,25	6,97	2,23	1,28	3 13	1,04	—
14	47,58	20,37	—	12,06	6,43	3,21	2,46	1,66	5,60	—
15	51,30	18,40	11,76	—	7,49	4,31	1,61	4,61	0,47	—
16	46,30	16,84	—	14,28	10,27	5.43	1,41	3,34	—	—

„ N°. 1 was asch, die op den 2den September 1845 op de Orkney-eilanden viel bij eene uitbarsting van den Hekla, en onderzocht werd door A. CONNEL."

„ N°. 2 was asch, die op den 25sten November 1843 uit den Guntur op Java geworpen en door E. SCHWEIZER onderzocht werd."

„ N°. 3 was asch op 4 Januarij 1843 uit den Gunung Guntur geworpen, en ontleed door P. E. MAIER."

„ N°. 4 was asch op 25 November 1844 door den Gunung Guntur uitgeworpen en onderzocht door ROST VAN TONNINGEN."

„ N°. 5 was asch van den Merapi, gevallen den 6den September 1846."

„ N°. 6 was asch van een vulkaan op Ternate, gevallen den 30sten April 1850."

„ N°. 7 was asch van Tabukan (Tangi-eiland), gevallen den 30sten Maart 1856."

„ N°. 8 en 9 was asch van Awsbaja (eiland Madura), gevallen den 28sten Februarij 1859. Deze laatste waren insgelijks ontleed door ROST VAN TONNINGEN."

„N°. 10 is de zoogenaamde ijzeroxyd-asch van den Aetna."

„N°. 11 is de asch van Cassone aan den zuidelijken voet van den Zoccolaro."

„N°. 12 is eene geelgraauwe tuff van het bovenste gedeelte van de Rocca della Valle del Bove."

„N°. 13 is de asch van het profil van Cavasecca."

„N°. 14 is de asch van Timpa Canelli aan de zuidzijde van den Aetna."

„Deze laatste 5 aschsoorten zijn ontleed door SARTORIUS VON WALTERSHAUSEN."

„N°. 15 is eene asch van den Aetna, gevallen op het einde van de uitbarsting van 1811."

„N°. 16 is asch in November 1843 gevallen in Catania. Ook deze beide zijn door SARTORIUS VON WALTERHAUSEN ontleed."

„Uit deze ontledingen blijkt, dat in de *hoeveelheid* der bestanddeelen, niet in den aard daarvan, groote verschillen bestaan. Het kiezelzuur verschilt van 31,66 tot 59,20; de aluinaarde van 13.57—46,48; het ijzeroxyde van 9,60—22,94; de kalk van 3,97—10,27; de magnesia van 0,38—5,43; de kali van 0,55—6,74; de natron van 1,66—4,61; het water van 0,15—6,63, en de in water oplosbare zouten van 0,18—3,21. Deze verschillen nu zijn zeer verklaarbaar uit de onderscheidene delfstoffen, in verschillende hoeveelheid aanwezig, waaruit de vulkanische asch is zamengesteld, zoo als feldspath, glimmer, magneetijzer, augit, leuzit en stukjes lava, bimstein enz."

Op voorstel van den Heer VAN DER BOON MESCH wordt besloten den Heer VAN DISSEL dank te zeggen voor zijne toezending, en zich voor het vervolg te blijven aanbevelen.

De Heer VAN HASSELT levert eene *Bijdrage tot Toxicologie* in onderzoekingen door hem en Dr. RIENDERHOFF in 't werk gesteld op Petroleum.

De Heeren VON BAUMHAUER en VAN DER BOON MESCH nemen hieruit aanleiding tot bespreking van den waren aard van hetgeen met den algemeenen naam van Petroleum bestempeld wordt.

De Heer HALBERTSMA draagt eene *Beschrijving* voor, met teekeningen toegelicht, *van een Oost-Indischen Idiotenschedel*, onder aanbieding voor de *Verslagen en Mededeelingen;* ze zal worden verzonden naar de Commissie van Redactie.

De schedel werd in het jaar 1863 met nog een vijftigtal andere geschonken aan het Anatomisch Kabinet der Leidsche Hoogeschool. door onzen verdienstelijken Correspondent den Heer SWAVING. Hij is afkomstig van eene vrouw, RIELA genaamd, die Dr. SWAVING als idioot gekend en in het Chineesche hospitaal te Batavia behandeld had. Deze RIELA was geboortig uit het Zuiderkwartier der Bataviasche ommelanden en gesproten uit het onvermengde bataviaasch-maleische ras. Zij sprak weinig of niets en met naauwelijks hoorbare stem; zij bleef steeds op haren rug in de kribbe liggen en nam van de buitenwereld geen notitie. Acht dagen vóór haren dood, die op twintigjarigen leeftijd inviel, reed Dr. SWAVING met haar naar Rijswijk, ten einde haar te laten photographiëren. Zij gedroeg zich op dien togt zeer lijdzaam en geduldig, gehoorzaamde stiptelijk hetgeen men haar beval, liet zich, ter plaatse aangekomen, zonder tegenstreven ontkleeden en alleen met een sarong om haar middel photographiëren, zonder met het doel van deze kunstbewerking bekend te zijn of er eenig

belang in te stellen. Onder de documenten, welke de Heer SWAVING de goedheid had bij den schedel te voegen, behoort ook deze photographie, waarvan het alleen te betreuren is dat zij niet *en profil* genomen werd.

Om het karakteristieke van den schedel te doen uitkomen, werd hij vergeleken met 8 maleische vrouwenschedels en met dien van een Orang-Oetan. Bij deze vergelijking is het niet te ontkennen, dat er in de geheele conformatie eene merkbare afwijking van den menschelijken type en toenadering tot dien der anthropomorphen heeft plaats gegrepen. Men ziet dat op den eersten blik, en het onderscheid valt nog duidelijker in het oog, wanneer men, in plaats van een maleischen, een hollandschen schedel voor de vergelijking bezigt.

Het verschil is zóó groot, dat bijaldien de schedel van RIELA in een caverne ware gevonden, men stellig geen zwarigheid zou gemaakt hebben, er eene eigene *soort* van het geslacht *mensch* uit te construeren.

Doch niet alleen op den eersten blik nadert RIELA tot de anthropomorphen, ook bij een naauwgezet onderzoek der onderdeelen van het beenige hoofd is zulks het geval. Zoo is deze schedel langer en smaller, is hij meer prognathisch, het aangezigtsgedeelte, wat de breedte zoowel als wat de lengte betreft, sterker ontwikkeld, het harde verhemelte langer en over 't geheel grooter dan bij andere schedels van haar ras. Bovendien is bij RIELA de schedelinhoud geringer, het groote achterhoofdsgat meer naar achteren geplaatst, het planum temporale enorm groot, de naden weinig gekronkeld, de groote vleugels van het wiggebeen zwak, de onderkaak massief ontwikkeld, de processus condyloïdeus op een lageren hals geplaatst, terwijl eindelijk gewezen werd op de conformatie van het oogkuilsgedeelte van het voorhoofdsbeen, dat de horizontale plaat van het zeefbeen om-

geeft: eene verhouding, die wel niet bij den Orang-Oetan, daarentegen wèl bij een anderen aap, Inuus nemestrinus, teruggevonden werd.

Wat de wijze van ontstaan van den onderhavigen schedelvorm betreft, hierover laat zich met zekerheid niet veel zeggen. Vermoedelijk is RIELA van de geboorte af idioot geweest en de dierlijke schedelvorm als aangeboren gebrek te beschouwen, in welk geval het geen twijfel lijdt of het aangeboren Idiotismus heeft zijnen grond in eene teruggehoudene ontwikkeling van het encephalon, mogelijk wel van de voorste kwabben der groote hersenen, waartoe wij besluiten uit de zwakke ontwikkeling van dat gedeelte der schedelholte, 't welk aan de voorste schedelgroeve beantwoordt, zoo als dat ook door anderen, gelijk C. VOGT, werd waargenomen.

In hoeverre de schedel van RIELA een bewijs zou kunnen opleveren voor de meerdere of mindere juistheid van DARWIN's theorie, laat de Spreker liefst in het midden. Hij levert echter stellig een bewijs op, hoe de menschelijke vorm terug kan loopen tot den dierlijken type en hoe het kenmerkende hierbij zich niet bepaalt tot een enkel deel van den schedel, maar zich openbaart in den geheelen bouw van het beenige hoofd.

Behalve de photographie van RIELA, tijdens haar leven gemaakt, waren aan de bijdrage toegevoegd 4 photographiën van dien schedel, door den Heer HOFMEISTER te Leiden vervaardigd en bestemd om de beschrijving te verduidelijken.

Nog doet ons Medelid *over het voorkomen van bandwormen te Leiden*, de navolgende mededeeling:

Het is Spreker niet bekend, dat er over de menigvuldig-

heid van het voorkomen van de verschillende soorten van bandwormen bij den mensch, waarnemingen in Nederland verrigt zijn. Het konde dus niet van belang ontbloot geacht worden eenige voorloopige onderzoekingen mede te deelen, welke op dit gebied van wetenschap door Prof. BOOGAARD zijn in 't werk gesteld.

Vrij algemeen is onder de Nederlandsche geneesheeren nog het geloof verbreid, dat het vooral de *Bothriocephalus latus* en de *Taenia solium* zijn, die de bewoners van ons vaderland lastig vallen. Het is den Heer BOOGAARD echter gebleken, dat terwijl hij tot dusverre geene Taenia solium vond, er eene andere soort voorkomt, namelijk de *Taenia mediocanellata*, een worm, die veel overeenkomst heeft met de solium, en stellig vroeger dikwerf daarvoor gehouden is. De mediocanellata onderscheidt zich echter vooral daardoor van de solium, dat de kop geen hakenkrans bezit, 't geen dan ook de reden was, dat zij vroeger als *inermis* d.i. zonder wapenen, maar toch als een solium geboekt werd.

Sedert den tijd dat men op het voorkomen van bandwormsoorten te Leiden acht is beginnen te slaan, heeft men den Bothriocephalus bij 4 personen 16 keeren waargenomen, de Taenia solium niet een enkele maal, de Taenia mediocanellata daarentegen 5 malen bij 4 personen. Om meer dan eene reden zoude het belangrijk zijn dit onderzoek voort te zetten, doch het materiëel te Leiden is niet zoo groot, dat men in korten tijd tot eene eenigzins voldoende statistiek zal kunnen geraken. Mogten de Leden der Akademie door hunne connexiën met geneesheeren of voor zooverre zij zelven de praktijk uitoefenen, door het opzenden van afgedreven wormen de behulpzame hand willen bieden, dan zou de voorgestelde taak daardoor veel gemakkelijker gemaakt worden en spoediger ten einde zijn.

Belangrijk inderdaad mag het onderzoek naar het voorkomen der bepaalde soorten van bandwormen heeten, en vooral is het dat uit een hygienisch oogpunt. Het ontstaan van den Bothriocephalus ligt nog in het duister, maar van de twee Taenia-soorten weten wij thans, naar aanleiding van de proeven van KÜCHENMEISTER, LEUCKART en anderen, genoegzaam zeker, dat de *solium* zich ontwikkelt uit den *Cysticercus cellulosae* van het varken, de *mediocanellata* uit een analogen cysticercus van het rund, welke beide blaaswormen onder anderen ook in het vleesch dezer dieren worden aangetroffen. „Wo der Genuss von „Schweinefleisch vorwaltet, wie in den nördlichen Gegen„den", zegt LEUCKART (*Die menschl. Parasiten*, I. S. 297), „da wird also die T. Solium die häufige sein, während „im andern Falle, wo das Rind die Hauptfleischspeise lie„fert, es umgekehrt die T. mediocanellata sein mag, die „am meisten zur Untersuchung kommt."

Het voorloopig resultaat van Prof. BOOGAARD's onderzoekingen was, dat van de 5 onderzochte Taenien, telkens de mediocanellata, geen enkele maal de solium gediagnosticeerd werd. Drie malen kon men hier met zekerheid te weten komen, dat de patiënten, die de wormen hadden ontlast, misbruik maakten van raauw rundvleesch, waar dus vermoedelijk de cysticercus van het bindweefsel der spieren door koking als anderzins niet vernietigd was geworden.

Onmogelijk achtte de Spreker het niet, dat in vervolg van tijd ook Taenia solium in Nederland zal gevonden worden, maar vooreerst zou wel de mediocanellata de meest voorkomende zijn, althans zoo lang de meergegoede klassen der maatschappij hier te lande, aan het gebruik van raauwe beefsteak de voorkeur geven boven dat van raauwe ham.

In elk geval zal het resultaat, waartoe Prof. BOOGAARD nu reeds gekomen is, eene waarschuwing kunnen opleveren

voor hen die misbruik maken van vleesch, waar de sluimerende kiemen van een toekomstig lijden in bevat zijn, welke door koken of braden gemakkelijk vernietigd kunnen worden.

Nadat de Heeren HARTING en VAN GEUNS over een en ander met den Spreker een woord hebben gewisseld, worden, daar niemand meer iets in te brengen heeft, de gehouden aanteekeningen geresumeerd en sluit de Voorzitter de Vergadering.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN,

GEHOUDEN DEN 25sten JUNIJ 1864.

Tegenwoordig de Heeren: J. VAN GEUNS, C. J. MATTHES, J. VAN DER HOEVEN, F. J. STAMKART, H. G. SEELIG, E. H. VON BAUMHAUER, J. G. S. VAN BREDA, P. ELIAS, J. W. L. VAN OORDT, F. W. CONRAD, W. C. H. STARING, P. W. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, D. BIERENS DE HAAN, R. VAN REES, J. VAN GOGH, C. H. D. BUYS BALLOT, C. A. J. A. OUDEMANS, A. HEYNSIUS, P. HARTING.

Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt voorgelezen, goedgekeurd en vastgesteld.

Wegens het niet bijwonen dezer Vergadering hebben zich schriftelijk verontschuldigd de Heeren SIMONS, G. J. MULDER, VAN DER WILLIGEN, RAUWENHOFF, HOEK, HALBERTSMA en VAN HASSELT.

Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. W. C. BACKER, namens Curatoren van

het Athenaeum Illustre te Amsterdam (30 Mei 1864); 2°. J. J. OMALIUS te Halloy (21 Junij 1864); 3°. L. OLIPHANT and C. R. MARKHAM, Secretaries of the Roy. Geographical Society London (16 Junij 1864); 4°. C. RICHARDO, Ass^{t}. Hydrographer to the Admiralty London (14 Junij 1864); 5°. M. FARADAY (Londen, 13 Junij 1864); 6°. R. OWEN (Londen, 17 Junij 1864); 7°. C. O. WEBER, Vorstand des naturhistorischen Vereins der preuss. Rheinlande und Westphalens (Bonn, 4 Mei 1864); 8°. O. BUCHNER, Secretär der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde (Giessen, 11 Junij 1864); 9°. H. L. FLEISCHER, Secretär der philos.-historischen Cl. der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 13 Junij 1864); 10°. STAELIN, H. HAUFF, HEYD, Conservateurs de la Bibliothèque Royale publique à Stuttgart (18 Junij 1864); 11°. A. NAMUR, Secrétaire de la Société Archéologique du Grand Duché de Luxembourg (13 Junij 1864); 12°. DE COLNET-D'HUART, Secrétaire de la Société des Sciences naturelles à Luxembourg (13 Junij 1864). — Aangenomen voor berigt.

Komt ter tafel een brief van den Heer JUSTUS LIEBIG, Vorstand der Kön. Bayerschen Akademie der Wissenschaften, München 8 April ll., ten geleide van eene bronzen medaille ter eere van Dr. VON MARTIUS, door gezegde Academie ten geschenke aangeboden, waarop tot schriftelijke dankzegging besloten wordt.

Worden gelezen brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgende H.H.: 1°. Minister van

Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 7 Junij 1864, N°. 142. 6e Afd. Rijkstelegraaf); 2°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 9 Junij 1864, Topographisch Bureau, N°. 58 T.); 3°. Minister van Binnenl. Zaken ('s Gravenhage, 15 Junij 1864, N°. 164. 8e Afd. Statistiek, en 21 Junij 1864, N°. 145. 5e Afd. Onderwijs enz); 4°. E. E. KUMMER, Vorsitzender Sekretär der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlijn, 15/2 1864); 5°. SIEMENS, Schriftführer der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle (10 Mei 1864); 6°. C. WIEDMANN, Bibliothekar der Königl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften (München, 1 April 1864); 7°. Die Redactionscommission der Medicinisch-Naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena (5 April 1864); 8°. Prof. Dr. CONTZEN, im Namen des historischen Vereines für Unterfranken und Aschaffenburg (Würzburg, Febr. 1864); 9°. W. TIESENHAUSEN, Secrétaire de la Commission Impériale Archéologique de St. Pétersbourg, (30 Maart 1864); 10°. E. B. COWELL, Secretary to the Philological Committee of the Asiatic Society (Calcutta, 31 Dec. 1863). — Plaatsing in de boekerij en schriftelijke dankzegging.

Gelijk besluit valt op eene aanbieding door ons medelid den Heer HOEK uit eigen naam en dien van Dr. A. C. OUDEMANS, assistent aan het scheikundig Laboratorium te Utrecht, van twee gedrukte verhandelingen, waarvan in een vergezellend schrijven de inhoud aldus wordt opgegeven.

„ De eerste verhandeling heeft tot titel: *Recherches sur la*

quantité d'ether contenue dans les liquides, en tot doel te onderzoeken in hoeverre de hypothese van FRESNEL mag worden aangenomen, volgens welke de densiteit van den lichtaether in de ligchamen zou zijn $n^2 - 1$, als de densiteit in de ruimte is $= 1$, de brekingscoëfficiënt van het ligchaam $= n$."

„In eene verhandeling over den invloed van de bewegingen der aarde op de fundamenteele wetten van het licht, waarvan de sterrekunde aanhoudend gebruik maakt, heb ik aangetoond, dat de vermelde hypothese voldoende was om rekenschap te geven van eene serie metingen, door DEVILLE gedaan op de brekings-indices van mengsels van alcohol met water, indien men *als tweede hypothese* aanneemt, dat gedurende de menging, en de contractie die er op volgt, geen aether door het vocht wordt opgenomen of uitgestooten. Eene serie mengsels van methyloxydhydraat met water, door denzelfden waarnemer bestudeerd, leidde tot gelijke uitkomst; hoewel erkend moest worden dat grooter naauwkeurigheid in de bepalingen wenschelijk ware geweest. De uitkomst intusschen scheen belangrijk genoeg om te dienen tot uitgangspunt voor nieuwe onderzoekingen. Daar alles hier aankwam op de naauwkeurige bereiding der stoffen en mengsels, heb ik de hulp ingeroepen van Dr. OUDEMANS, wiens bijstand alleen mij in staat gesteld heeft dit nieuwe onderzoek der Akademie aan te bieden."

„Wat den inhoud der verhandeling betreft, zij is verdeeld in drie hoofdstukken, die naauwkeurig verslag geven van drie verschillende seriën bepalingen, waarvan ten slotte de uitkomsten geresumeerd worden."

„In de eerste plaats zijn waargenomen: zeven seriën van zoutoplossingen, wier sterkte, densiteit en brekings-index met zorg bepaald zijn. De beide eerstgenoemde gegevens dienden om, in verband met de beide hypothesen, de indices te berekenen, en de verschillen tusschen waarneming

en berekening zijn hier zoo onbeduidend, dat men, volgens de uitspraak der waarschijnlijkheids-rekening, geen regt heeft ze aan de hypothesen toe te schrijven. Daarentegen traden bij eene serie mengsels van azijnzuurhydraat met water verschillen op, die ontwijfelbaar aantoonden dat, bij sterkere contractie der vloeistoffen, zooals hier plaats heeft, de hypothesen niet meer juist zijn."

„ Krachtiger nog deden zich die verschillen voor bij de vergelijking van de brekings-indices van vaste zouten met de indices hunner oplossingen, die voor vier verschillende gevallen gemaakt werd; een onderzoek, waarvan de tweede afdeeling rekenschap geeft."

„ In het derde hoofdstuk worden uitvoerig vermeld de bepalingen van brekings-indices bij verschillende temperaturen op vijf vloeistoffen, te weten: Amylalcohol, Acetas Aethyli, Benzoäs Aethyli, Oxalas Aethyli en water. Eene eigenaardige inrigting, waarbij de geheele goniometer in eene verwarmde kast geplaatst was en van buiten af bestuurd werd, veroorloofde ons de metingen uit te strekken van ongeveer 10° C tot 100 à 110, ja zelfs tot 130° C. Zoo werd b. v. de index van water bepaald op het oogenblik dat het begon te koken. De toestel, die ons daartoe diende, is in dit hoofdstuk uitvoerig beschreven en op eene plaat afgebeeld. De uitslag van dit laatste onderzoek was deze: *De indices van refractie veranderen sterker dan men, volgens de uitzettings-coëfficiënten en de hypothese van* FRESNEL, *zou verwachten.*"

„ Aan dit laatste punt knoopt zich eene onverwachte uitkomst vast. Er is een naauw verband tusschen het geheele beloop der indices bij het water tusschen 10° en 100°, en het verschijnsel waargenomen door JAMIN: dat het maximum der indices lager ligt dan het maximum der densiteiten. Uit onze metingen leiden wij af, dat het maximum der indices moet liggen bij — 5°.6 C, terwijl de for-

mule van JAMIN aangeeft — 3°.3. C. Voor zoover de formule van NEWTON, $v = \sqrt{\frac{E}{D}}$, hier mag worden toegepast, moet worden aangenomen, *dat de vloeistoffen bij verhooging van temperatuur aether uitstooten,* en dat daardoor zoowel moeten worden verklaard de verschillen door ons gevonden, als het verschijnsel opgemerkt door JAMIN. De quantiteit aether die b. v. door het water wordt uitgestooten, als men het van 10° tot 100° verhit, zou dan zijn $^1/_{78}$ van de hoeveelheid aether die het water *meer* bezit dan het luchtledige."

„ Ziedaar in korte trekken den inhoud der eerste Verhandeling."

„ De tweede verhandeling heeft betrekking op een speciaal punt onzer proeven, n. l. de contractie die bij het mengen van vloeistoffen plaats heeft. In een tal van chemische verhandelingen vindt men dienaangaande de volgende redenering: *Het volumen V van een mengsel is kleiner dan de som v + v' der zaamgevoegde zelfstandigheden. Het mengsel waarvoor de verhouding* $\frac{v + v'}{V}$ *een maximum is, is een chemische verbinding.* Op die wijze is men er b. v. toe gekomen om aan te nemen de verbindingen:

Voor alcohol . . . . . $C_4 H_6 O_2$, 6 HO.
Voor zwavelzuur. . . $SO_3 HO$, 2 HO.

„ In het bijzonder geval van het azijnzuurhydraat heeft men aldus geredeneerd: *Het maximum van densiteit ligt na bij een mengsel* $C_4 H_4 O_4$, 2 HO, *dus is dat mengsel een chemische verbinding.*"

„ Het is mogelijk dat die verbindingen bestaan, maar wij komen er tegen op dat men zou meenen ze aldus te hebben aangetoond."

„ De laatste redenering laten wij als geheel vaag en onbewezen ter zijde; de eerste heeft ten minsten een goeden zin. Aan die redenering ligt ten grondslag de volgende hypothese: *dat er plaats heeft chemische verbinding met contractie, en dat de verbinding die zich gevormd heeft, zonder verdere contractie wordt opgelost, in hetgeen er van een der beide vloeistoffen overblijft.*"

„ Is dat waar, dan zal de verhouding $\frac{v + v'}{V}$ juist een maximum zijn voor het mengsel in verhouding der chemische verbinding."

„ Het is gemakkelijk de waarheid dier hypothese te toetsen. Want is zij waar, dan zal ook het verschijnsel der contracties een bepaalden gang moeten volgen. Dan zal, indien men aan eene constante hoeveelheid van de eene vloeistof telkens nieuwe hoeveelheden van de tweede toevoegt, het volumen dat verdwijnt aan die toevoeging evenredig moeten zijn, totdat het een zeker bedrag bereikt, en daarna zal het niet meer worden gewijzigd. Ons onderzoek leerde dat het verschijnsel dien gang niet volgt, evenmin bij het azijnzuur als bij de alcohol en het zwavelzuur."

„ In de verhandeling zijn nog onderzocht drie seriën zoutoplossingen van verschillende sterkten, die wij bij onze proeven over de indices van refractie gebruikt hadden, en die zich door een sterker contractie deden kennen."

„ In overeenstemming met de andere mengsels gaven ook deze, dus in het geheel negen verschillende seriën mengsels, de volgende wet voor het verschijnsel der contractie:

Wanneer aan een constante hoeveelheid vloeistof aanhoudend nieuwe constante hoeveelheden van een tweede vloeistof worden toegevoegd, volgt telkens contractie, maar eene contractie die verreweg het krachtigst is voor de eerste bijvoeging en die aanhoudend zwakker en zwakker wordt."

„Deze wet geldt niet alleen voor geheele aequivalenten maar ook binnen de grenzen van een enkel aequivalent. In één geval, dat van alcohol gemengd met water, is de successive afneming der contractie sterk genoeg om in uitzetting over te gaan. Het verschijnsel is dus een geheel ander dan zou volgen uit de hypothese."

Wordt gelezen eene missive van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken ('sHage, 22 dezer N°. 238, 3de Afd. Waterstaat), ten geleide van eene brochure met bijlagen van den Belgischen ingenieur CREPIN te Ostende, betreffende genomen proeven van houtbereiding tot wering van den paalworm. Verzending aan de Commissie voor den paalworm.

Is ingekomen een verslag van een door Dr. VERVER te Maastricht ingesteld onderzoek naar de oorzaak van het plotseling ontstaan van eene heete dampbron in Limburg tusschen de dorpen Sittard en Urmond; welk verslag door tusschenkomst van den Heer STARING voor de *Verslagen en Mededeelingen* wordt aangeboden. Zal in handen worden gesteld van de Commissie van Redactie.

De Secretaris berigt: dat genoemde Commissie geen bezwaar heeft gevonden tegen de opname in de *Verslagen en Mededeelingen* der Bijdrage van den Heer MIQUEL; maar dat de Verhandeling van den Heer MILLIES haar wegens het formaat vooral en den aard der bijbehoorende afbeelding geschikter toescheen voor de werken in 4°, in gevolge waarvan de Heer HARTING ze namens den schrijver daarvoor

had aangeboden. De Voorzitter draagt aan de Heeren SCHLEGEL en HARTING op, daarover als Commissie der Afdeeling te willen dienen van voorlichting en raad.

De Heer STAMKART brengt uit eigen naam en dien van den Heer HOEK uitvoerig rapport uit op den arbeid der Heeren KAISER en L. COHEN STUART betreffende *de eischen der deelneming aan de ontworpen graadmeting van Midden-Europa.* Gaarne vereenigt zich de Afdeeling met de gunstige conclusie van dat Rapport: „dat de uitgave, juist door de Akademie, gepast moet worden geacht, omdat 1° de roem van ons vaderland schijnt te vorderen, dat Nederland zich niet onttrekke aan de wetenschappelijke onderneming waarvoor zijne medewerking is gevraagd, en 2° het onderzoek van den Heer COHEN STUART uiterst belangrijk mag heeten en blijken draagt van met de meeste onpartijdigheid zoowel, als met de grootste omzigtigheid ten uitvoer gebragt te zijn."

De Secretaris leest vervolgens eene wetenschappelijke bijdrage voor, door den Heer G. J. MULDER, die verhinderd was in persoon tegenwoordig te zijn, ingezonden. Zij heeft ten onderwerp: *Over de scheikunde der olieverwen.*

Na herinnerd te hebben, dat alleen die oliën, welke den naam van droogende oliën dragen, in de schilder- en verwkunst dienen kunnen, ontwikkelde de Steller, hoe gedroogde lijnolie te houden is, wat de hoofdstoffe aangaat, voor geoxydeerde caoutchouc; hoe bij gekookte lijnolie, ten aanzien der oxydeerbaarheid, dat is van het droogen, de aard der

poedervormige toevoegselen onverschillig is; dat deze echter de hardheid van de laag der caoutchoucachtige stof, die uit het lijnoliezuur door oxydatie voortgebragt wordt, bevorderen, zoodat eene goede duurzame verw *voornamelijk* eene laag van een oxyde van caoutchouc is, waarin poeder van eene harde stoffe is opgenomen. Bovendien echter komt in de lijnolie nog eene zekere hoeveelheid palmitine en ook een deel gewone elaïne voor. Deze ondergaan geen oxydatie tot eene caoutchoucstoffe, door aan de lucht blootgesteld te worden, maar kunnen met bases vetzure zouten vormen. Loodoxyde is daartoe bij uitnemendheid geschikt, zoo ook loodwit en menie. Hiervan moet echter niet meer genomen worden dan voldoende is, om met de palmitine en elaïne diapalm te vormen; dat meerdere toch is chemisch van geen waarde, maar werkt enkel mechanisch, en kan alzoo met meer voordeel door harder en goedkooper stoffen vervangen worden. Zonder *eenig* loodoxyde intusschen kan geen beste verw bestaan, hetgeen de veroordeeling in zich bevat van zoogenaamde *ijzermenie, diamantverw* en meer, hoe schoonklinkend ook de namen zijn mogen, waaronder men ze ter bereiding van goede olieverwen aanbeveelt.

De Vergadering neemt met belangstelling daarvan kennis, en uit den wensch, dat het opstel voor de *Verslagen en Mededeelingen* moge worden afgestaan; waartoe de Schrijver zal worden uitgenoodigd.

Nog doet de Heer VON BAUMHAUER eene mededeeling *over een nieuwen* door hem uitgedachten *volumenometer*, die, ofschoon in beginsel niet verschillend van die van SAY, RÉGNAULT en KOPP, zich gunstig daarvan onderscheidt door volkomener

afsluiting der buitenlucht. Van de daarmeê te bewerkstelligen digtheidsbepalingen hoopt hij later de uitkomsten onder de aandacht der Afdeeling te brengen.

Daar niemand iets meer voor te stellen heeft, worden de gehouden aanteekeningen geresumeerd en sluit de Voorzitter de Vergadering.

OVER DE

RANGSCHIKKING EN ONDERLINGE BETREKKING

DER

ORGANISCHE RADIKALEN.

DOOR

P. J. VAN KERCKHOFF.

Onder de vele nieuwe en uitstekende gezigtspunten op het gebied der scheikunde door den grooten BERZELIUS geopend, behoort ook dit, dat de stoffen, die de levende natuur ons oplevert of die er uit worden afgeleid, niet bestaan uit eene onmiddellijke verbinding der elementen of enkelvoudige stoffen met elkaâr, zoo als dit in zijnen tijd voor de anorganische verbindingen werd aangenomen, maar dat ze een gedeelte dier elementen zouden bevatten, met elkaâr zoodanig verbonden, dat die verbinding de rol van een element of enkelvoudige stof vervult, en dus als één geheel op nieuw met andere hetzij enkelvoudige, hetzij zamengestelde stoffen tot eene hoogere verbinding te zamen is getreden.

Bestempelt men met den naam van radikaal de bestanddeelen eener scheikundige verbinding, dan is het volgens het besproken gezigtspunt allezins geoorloofd te spreken, niet alleen van enkelvoudige maar ook van zamengestelde radikalen; en even als men in eene verbinding van twee elementen het eene bestanddeel als positief radikaal tegenover het andere als negatief radikaal aanneemt, zoo ook

kan men, volgens BERZELIUS, de organische stoffen beschouwen als gevormd door de vereeniging van een zamengesteld radikaal, positief of negatief, met een ander óf enkelvoudig óf zamengesteld radikaal van tegenovergestelde electrische spanning.

Dit gronddenkbeeld van zamengesteld radikaal, ofschoon op velerlei manier gewijzigd, is in de wetenschap blijven voortbestaan. Ik acht het, met het oog op hetgeen ik aan de Akademie wensch mede te deelen, onnoodig een historisch overzigt te geven van den invloed, dien dit begrip van zamengesteld radikaal op de ontwikkeling der wetenschap heeft uitgeoefend, maar bepaal mij tot de vermelding, dat ook in de tegenwoordig vrij algemeen aangenomen theorie van scheikundige zamenstelling en scheikundige werkingen, de besproken uitdrukking gebruikt wordt.

Het denkbeeld evenwel, dat er tegenwoordig door de meeste scheikundigen aan gehecht wordt, is verschillend van wat BERZELIUS er onder verstond. Deze namelijk beperkte de opvatting er van tot de organische stoffen, terwijl men thans met evenveel regt zulke zamengestelde radikalen in anorganische verbindingen aanneemt. Hij was van meening, dat ze enkel uit koolstof en waterstof of uit koolstof en stikstof bestonden, en dat ze niet voor verandering vatbaar waren zonder geheele ontleding; bij de latere scheikundigen is het begrip veel algemeener; alle elementen kunnen deel van een zamengesteld radikaal uitmaken en ze kunnen elkaâr wederkeerig in zulk een radikaal vervangen; met andere woorden: men neemt aan, dat er in zulk een zamengesteld radikaal, met geringe wijziging der eigenschappen en volgens vaste wetten, eene substitutie van een element door een ander element, ja zelfs door een ander zamengesteld radikaal kan plaats hebben.

De zamengestelde radikalen naar de thans heerschende opvatting zijn groepen van elementen, die uit de eene ver-

binding in de andere kunnen worden overgevoerd, groepen, die bij ontleding der stoffen zich van de andere bestanddeelen afscheiden om op te treden óf als zelfstandige stoffen óf als bestanddeelen van nieuwe verbindingen. In dien laatsten zin gaven GERHARDT en LAURENT er den naam van résidu aan.

Zoodra in een zamengesteld radikaal het element koolstof aanwezig is, noemt men zulk een radikaal een organisch radikaal. In alle zoogenoemde organische stoffen toch is koolstof als bestanddeel aanwezig, en slechts weinige verbindingen der koolstof kent men die als anorganische stoffen te beschouwen zijn. Of juister gesproken: daar er in scheikundigen zin geen onderscheid te maken is tusschen organische en anorganische stoffen, zoo is die indeeling zelve eene willekeurige. Om echter tegemoet te komen aan de behoefte aan klassifikatie, zoekt men een maatstaf en vindt dien nog het best daarin, dat werkelijk de koolstof-verbindingen vele eigendommelijkheden opleveren, en dat alle stoffen van plantaardigen of dierlijken oorsprong zonder uitzondering koolstof bevatten.

Na in weinige woorden te hebben aangewezen wat ik voor het vervolg dezer mededeeling onder den naam van organisch radikaal versta, moet ik nog melding maken van hetgeen de ervaring der laatste jaren geleerd heeft omtrent de scheikundige functiën, die zoowel zamengestelde als enkelvoudige radikalen in de verbindingen vervullen. De Akademie veroorloove mij eenige uitweiding daaromtrent.

In de eerste plaats wijs ik op de sinds lang gemaakte waarneming, dat de functie der organische radikalen in eene scheikundige verbinding afhankelijk is niet alleen van den aard der andere bestanddeelen met welke het radikaal een geheel vormt, maar ook van de elementen die deel van het radikaal zelf uitmaken. Zoo b. v. heeft men opgemerkt, dat de radikalen, wier verbindingen een basisch of electropositief

karakter dragen, behalve koolstof steeds ook waterstof bevatten maar daarentegen geene zuurstof, terwijl omgekeerd in de verbindingen, die een zuur of electronegatief karakter bezitten, de organische radikalen bijna altijd, behalve koolstof en waterstof, ook nog zuurstof tot bestanddeel hebben of een met zuurstof overeenkomstig element. In een enkel geval slechts vindt men zure verbindingen, in welke het organisch radikaal vrij van zuurstof is, maar dan bevat het ook geen waterstof en het met koolstof verbonden element is dan stikstof of een daarmede gelijkstaand element.

Ten anderen moet ik melding maken van de verbindingswaarde die de radikalen, zoowel zamengestelde als enkelvoudige, ten opzigte van elkaâr bezitten. Om eene duidelijke voorstelling te geven van hetgeen men door de uitdrukking „waarde van een radikaal" te verstaan hebbe, begin ik met de hoogstbelangrijke door BERZELIUS gevestigde leer der scheikundige verhoudingen in herinnering te brengen. — Die leer, geheel vreemd aan bespiegelende inzigten nopens de zamenstelling der stoffen en louter op de uitkomsten van naauwkeurige proefnemingen berustende, vindt haren eenvoudigsten vorm in de volgende uitdrukking: de stoffen verbinden zich met elkander volgens vaste gewigtsverhoudingen. Bij meer dan eene verbinding tusschen twee stoffen staan die verhoudingen onderling in een eenvoudig verband en zijn meestal veelvouden van elkaâr.

Weldra is dit eenvoudig resultaat der waarneming in verband gebragt met bespiegelingen over de constitutie der ligchamen, waardoor de zoogenaamde atomenleer ontstaan is, die de stoffen beschouwt als bestaande uit opeenhoopingen van deeltjes, die zelve voor geene verdere splitsing of verdeeling vatbaar zijn. Men noemde die deeltjes atomen en nam alsnu aan dat één of meer atomen eener stof zich met één of meer atomen eener andere stof kunnen verbinden, en dat het atoom eener stof ten opzigte van het atoom

eener andere stof een zeker gewigt bezit. Om die gewigten onderling te vergelijken, kan men één er van door een willekeurig getal voorstellen. Berzelius koos de zuurstof en stelde het gewigt van een atoom zuurstof gelijk aan 100. Werd nu eene verbinding beschouwd als te bestaan uit één atoom zuurstof en één atoom eener andere stof, dan noemde men atoomgewigt het getal dat het gewigt voorstelde van de stof die met 100 deelen zuurstof verbonden was. Beschouwde men de verbinding als te bestaan uit 2 atomen eener stof met één atoom zuurstof, dan natuurlijk was het atoomgewigt gelijk aan de helft van het gewigt dat met 100 deelen zuurstof verbonden was, enz.

Later heeft men, met ter zijde stelling van alle beschouwingen over de atomen, den naam van aequivalent gegeven aan die getallen, die de hoeveelheden voorstellen der stoffen, die elkander in verbindingen kunnen vervangen, dat is die scheikundig eene gelijke of gelijksoortige waarde bezitten.

Diezelfde benaming van equivalent wordt ook nog in een anderen zin opgevat, namelijk als de kleinste hoeveelheid eener stof, die bij eene scheikundige ontleding of verbinding in werking treedt.

Maar ook het woord atoom is in lateren tijd wel in eene andere beteekenis genomen, dan die er oorspronkelijk aan gehecht werd, terwijl men tevens gebruik is gaan maken van eene nieuwe uitdrukking, namelijk molecule.

Ik heb gemeend dit een en ander even in herinnering te moeten brengen om aan te toonen, dat er in die uitdrukkingen eene spraakverwarring bestaat en dat het dus noodig is, eene juiste bepaling te geven van de beteekenis, die wij aan die woorden behooren te hechten.

Wil men zich van het woord atoom blijven bedienen, dan behoort men de beteekenis er van te ontdoen van het begrip van absolute ondeelbaarheid der stof; met die werktuigelijke ondeelbaarheid heeft het, in scheikundigen zin,

niets te maken en kan hoogstens eene betrekkelijke ondeelbaarheid ten opzigte eener gegevene hoeveelheid eener andere stof beteekenen. Onder deze voorwaarde kan de bepaling van atoom luiden als volgt: een *atoom* is de kleinste scheikundige hoeveelheid eener stof, die *in verbinding* met eene of meer andere stoffen bestaanbaar is. Volgens deze difinitie kan een atoom dus niet in vrijen toestand bestaan.

Niet zelden echter wordt het woord equivalent in dezelfde beteekenis gebruikt, maar, naar mijne meening, ten onregte, tenzij men de uitdrukking van atoom verwerpe en dan equivalent daarvoor in de plaats neme, met verwerping van elke andere beteekenis van equivalent.

Zoo als nu het woord equivalent gebruikt wordt, kan het in tweederlei beteekenis voorkomen, óf synoniem met atoom, óf als aanduidende de hoeveelheid eener stof, die in scheikundige werking gelijk staat met eene zekere hoeveelheid eener andere stof.

In verband met de bepaling van atoom moet men bij de laatste opvatting blijven staan, zoodat het woord equivalent niet alleen gebezigd wordt voor stoffen, die in eene verbinding aanwezig zijn, maar ook voor stoffen die afzonderlijk bestaan.

Wij noemen dus, zoo als in den laatsten tijd ook meer in zwang is gekomen, *equivalenten* die hoeveelheden van stoffen, die in scheikundige waarde met elkaâr gelijk staan, dat is die elkaâr kunnen vervangen.

Bij deze opvatting der beteekenis van atoom en equivalent is het onjuist om, sprekende van de kleinste gewigtshoeveelheden in verbindingen, te gewagen van equivalentgewigten. Men behoort ze *atoomgewigten* te noemen.

Terwijl men, zoo als gezegd, atomen de kleinste hoeveelheden van radikalen noemt, die in verbinding met andere voorkomen, bestempelt men met den naam van *moleculen* de kleinste hoeveelheden van stoffen, die in vrijen toestand bestaan.

Met het oog op mijn eigentlijk onderwerp acht ik het overbodig om hier in meerdere ontwikkeling te treden van de gronden, waarop én atoomgewigt én moleculengewigt worden vastgesteld, maar ik moet des te meer doen uitkomen, wat eene grondige ervaring geleerd heeft, namelijk dat de atoomgewigten der enkelvoudige stoffen of enkelvoudige radikalen niet altijd met elkaâr equivalent zijn en dat eveneens de atoomgewigten der zamengestelde radikalen in waarde van elkaâr kunnen verschillen, dat is, dat zij niet altijd equivalent zijn.

Men is dus wel verpligt in deze te doen wat men in het algemeen bij de vergelijking der waarde van verschillende grootheden doet, dat is: een zekere maatstaf als éénheid aan te nemen. Nu is het wel het natuurlijkste daartoe de kleinste grootheid te nemen onder diegene, met welke men te doen heeft, om te beproeven of deze als gemeenschappelijke eenheid van maat of waarde dienen kan.

De ondervinding leert, dat zulks inderdaad mogelijk is, of met andere woorden, dat de atomen der enkelvoudige en zamengestelde radikalen altijd equivalent zijn met de atomen van andere radikalen of met een veelvoud van deze. Zoo vindt men, dat b.v. één atoom waterstof (H), één atoom chloor (Cl), 1 at. Br., 1 at. K., 1 at. Na, enz. onder de enkelvoudige radikalen, en 1 at. ethyl, 1 at. amyl, 1 at. butyryl, 1 at. nitryl enz. onder de zamengestelde radikalen altijd met elkaâr equivalent zijn, dat is elkaâr kunnen vervangen, terwijl 1 at. zuurstof $\ddot{O}$, 1 at. $\ddot{S}$, 1 at. ethyleen, 1 at. zink, 1 at. sulfuryl, steeds equivalent zijn met 2 atomen waterstof, of 2 atomen chloor, of 2 atomen ethyl enz. — Vergelijkt men b.v. de enkelvoudige radikalen stikstof en bismuth en de zamengestelde formyl of glyceryl met chloor of waterstof, dan bemerkt men dat 1 atoom der eerstgenoemde gelijk staat in waarde of equivalent is met 3 atomen der laatstvermelde.

Zulke radikalen, als: waterstof, chloor en ethyl, kunnen derhalve, daar zij de kleinste waarde bezitten, als éénheid ter vergelijking worden aangenomen. Ze zijn onderling equivalent en er bestaan geene radikalen, noch enkelvoudige noch zamengestelde, wier atomen eene geringer waarde bezitten. Men heeft ze tot nu toe meestal éénatomige radikalen genoemd.

Die radikalen, zoo als $\overline{O}$, $\overline{S}$, $\overline{C}_2H_4$, $\overline{S}\overline{O}_2$, Zn, $\overline{C}_2H_2\overline{O}$, waarvan de atomen bij scheikundige werkingen de plaats innemen van 2 atomen der zoo even genoemde, of, zoo als men het wel noemt, 2 atomen der éénatomige radikalen substitueren, die radikalen zijn dus equivalent met twee atomen der éénatomige. Daarom dragen ze den naam van twee-atomige radikalen.

Zijn de radikalen waarmede men te doen heeft, dezulke, wier atoom de plaats inneemt of equivalent is met 3 atomen der éénatomige, zoo als b.v. N of glyceryl ($\overline{C}_3H_5$), dan worden ze drie-atomige genoemd.

Zoo spreekt men ook van vier-atomige, vijf-atomige, zesatomige radikalen, en misschien zal het uit de verdere ontwikkeling der wetenschap blijken, dat er nog hooger atomige moeten worden aangenomen.

Eigentlijk zijn die uitdrukkingen van éénatomig, tweeatomig enz., zoo als men gemakkelijk inziet, onjuist. Een atoom eener twee-atomige stof bestaat niet uit twee helften die afzonderlijk bestaanbaar zijn. Zulks zou tegen de bepaling strijden, die wij van het woord atoom gaven, als zijnde de kleinste gewigtshoeveelheid van een radikaal, die in verbinding met andere radikalen bestaanbaar is. — Maar dat ééne atoom der twee-atomige stof is equivalent met twee atomen van een ander zoogenaamd éénatomig radikaal. — Het is dus beter eene andere uitdrukking te kiezen om die betrekkelijke waarde, die atomiciteit, zoo als men zegt, der radikalen aan te duiden.

Odling heeft, naar mijn inzien, een veel gelukkiger woord daartoe gekozen. Hij benoemt de radikalen (enkelvoudige of zamengestelde) met een naam, die aanduidt met hoeveel atomen van een éénatomig radikaal, dat ter vergelijking wordt aangenomen, het atoom van een radikaal gelijk staat in waarde. Hij bezigt namelijk de uitdrukkingen: monohydrisch, dihydrisch, trihydrisch, tetrahydrisch, pentahydrisch, hexahydrisch, die dan aanduiden, dat een atoom van het radikaal, waarvan sprake is, equivalent is met één of 2, of 3, of 4, of 5 of 6 atomen hydrogenium of waterstof, welke waterstof zelve een éénatomig of monohydrisch radikaal is. Zoo wordt dus het atoom waterstof de éénheid, waarmeê wij de waarde der atomen van alle andere radikalen afmeten, even als wij de atoomgewigten der radikalen vergelijken met dat der waterstof als éénheid genomen, en even als wij lengtematen in meters of den prijs der voorwerpen in guldens uitdrukken.

Niets zou beletten, dat men, in plaats van hydrogenium, daartoe eenig ander in waarde gelijk staand radikaal, hetzij enkelvoudig, hetzij zamengesteld, als maatstaf voor die uitdrukking der equivalentwaarde van de radikalen onderling aannam. Het is op zich zelve vrij onverschillig of men hunne waarde uitdrukt door het aantal atomen hydrogenium of door het aantal atomen chloor of kalium of ethyl enz., waarmede een hunner atomen gelijk staat, omdat hydrogenium én chloor én kalium én ethyl elkaâr wederkeerig atoom tegen atoom kunnen vervangen. Doch het ligt voor de hand om daartoe aan die stof de voorkeur te geven, die buitendien voor andere eigenschappen ook als éénheid wordt aangenomen. Het hydrogenium nu dient reeds algemeen als éénheid voor de atoomgewigten en begint ook als éénheid te worden aangenomen voor het soortelijk gewigt der gassen, waartoe het zich uitmuntend eigent, niet alleen omdat het het ligtste aller gassen is, maar ook om-

dat dan de getallen voor het soortelijk gewigt óf zamenvallen met die der atoomgewigten, óf er eenvoudige onderdeelen van zijn.

In het volgende zal ik mij van de benamingen hydriciteit, monohydrisch, dihydrisch enz. bedienen, in plaats van de minder juiste uitdrukkingen atomiciteit, éénatomig, twee-atomig enz.

Men kan niet ontkennen, dat het gebruik van het woord atoom in het algemeen tot eenige gewaagde, buiten het gebied der eigentlijke scheikunde liggende beschouwingen aanleiding kan geven. Ik meen dus dat men zich aan de bovenvermelde bepaling van atoom streng heeft te houden. Nog ligter kan men tot afdwalingen verleid worden, wanneer men, de woorden twee-atomig, drie-atomig enz. gebruikende, de radikalen gaat voorstellen door figuren, welker grootte evenredig is aan die atomiciteit. KEKULÉ, in zijn uitmuntend Leerboek, komt daardoor op een gevaarlijken weg, des te gevaarlijker dewijl zulke figuurlijke voorstellingen steeds in een plat vlak gebragt worden, in plaats van in eene uitgebreidheid van drie afmetingen. — Daarom alleen reeds kunnen ze geene betrekking hebben op de wijze van groepering der elementen in eene zamengestelde stof. En toch maken ze, volgens hetgeen tot toelichting er van gezegd wordt, aanspraak op de verklaring van sommige eigenschappen, als ontstaande uit die groepering. — Ik laat overigens de vraag geheel ter zijde of door scheikundige waarneming werkelijk tot de kennis te komen is van de onderlinge groepering der bestanddeelen in eene onveranderd voortbestaande stof.

In het naauwste verband met het tot nu toe besprokene staat de opvatting der scheikundige zamenstelling en der scheikundige werkingen, die tegenwoordig onder den naam der nieuwere typentheorie door de meeste scheikundigen aangenomen wordt. Oorspronkelijk door GERHARDT voorgesteld,

en, voor zoo verre het de toenmalige toestand der wetenschap toeliet, consequent toegepast, maakte die theorie voor het eerst een bepaald onderscheid tusschen atoom, molecule en equivalent, in den zin, als hierboven besproken is. Zij hield rekening van de betrekkelijke volumina der gasvormige verbindingen, deed de eerste goed gelukte poging tot eene klassifikatie in den chaos der organische stoffen, waartoe zij zoowel op de overeenkomst in de scheikundige functiën en ontledingen als op de genetische betrekkingen der stoffen onderling het oog vestigde, en vergeleek eindelijk alle goed bekende stoffen met eenige weinige zeer eenvoudige uit de anorganische natuur die hij typen noemde. Dit laatste vooral deed haar onder den naam van nieuwere typentheorie bekend worden, in tegenstelling der vroegere typen van DUMAS en anderen.

GERHARDT zelf, die vier typen aannam, namelijk 1°. water, 2°. chloorwaterstof, 3°. ammonia en 4° waterstof, deed reeds opmerken, dat het kenmerk zijner typen ook voornamelijk daarin bestond, dat in den tweeden en vierden slechts monohydrische radikalen, in den eersten altijd een dihydrisch, in den derden altijd een trihydrisch radikaal aanwezig zijn.

Op de grondslagen door GERHARDT gelegd heeft men in de laatste jaren voortgebouwd, terwijl men enkele misstellingen verbeterde, zoo als b.v. het wegnemen van zijn typus chloorwaterstof, die zamenvalt met den typus waterstof.

Menigvuldige proeven hebben geleerd, dat er niet slechts mono-, di- en trihydrische radikalen worden aangetroffen maar ook hooger polyhydrische, en zulks niet alleen onder de zamengestelde maar ook onder de enkelvoudige radikalen of elementen. — De gezigtseinder is verder uitgestrekt geworden; stoffen van organischen en anorganischen aard zijn erkend geworden, als geregeerd door dezelfde scheikundige wetten, en het is mogelijk geworden eene onverwachte eenheid op te sporen in de scheikundige functiën der stoffen,

die als anorganische en organische, of als enkelvoudige en zamengestelde onderscheiden werden.

In het bijzonder heeft in den allerlaatsten tijd de hydriciteit der elementen of enkelvoudige radikalen de aandacht getrokken, en zijn er pogingen aangewend om uit die hydriciteit het ontstaan of tot stand komen der zamengestelde stoffen en ook het bestaan der zamengestelde radikalen, hetzij organische, hetzij anorganische, te verklaren. Het beginsel van de hydriciteit der elementen, zegt WÜRTZ teregt, wordt een grondzuil der tegenwoordige scheikunde.

Uit datzelfde beginsel (en dit is juist hetgeen GERHARDT nog niet volkomen inzag) uit datzelfde beginsel vloeit ook de typentheorie als noodwendig gevolg voort. — Want, de hydriciteit der enkelvoudige en zamengestelde radikalen eenmaal erkend zijnde, leert de ervaring, dat alle bestaande stoffen eene zoodanige zamenstelling hebben, dat de som der hydriciteiten van de daarin bevatte radikalen eene evene is. — Stelt men de hydriciteit van een monohydrisch radikaal door een bepaald teeken voor, dan zal dus de eenvoudigste geïsoleerd bestaanbare stof, die met twee hydriciteiten overeenkomt, door het dubbel van dit teeken worden voorgesteld. — Dit geldt zelfs van de elementen, die, in geïsoleerden toestand, beschouwd worden als bevattende twee atomen in één molecule. — Het teeken der hydriciteit kan willekeurig gekozen worden, en men zou waarschijnlijk veel misverstand en verwarring van begrippen hebben vermeden, indien men daartoe een nieuw teeken, buiten alle betrekking met de teekens onzer scheikundige formulen, had aangenomen. Nu echter het teeken H, dat ook één atoom waterstof voorstelt, in gebruik is gekomen, kan men het blijven gebruiken, mits men het opneme in den zin dat het in het algemeen een monohydrisch radikaal voorstelt, dus niet in de beteekenis van waterstof met hare bijzondere eigenschappen, maar als waterstof in zooverre zij de verbindingswaarde één voorstelt. Verkieslijker

ware het geweest de typen zelve uit te drukken op dezelfde wijze als men de hydriciteit der radikalen, naar het voorbeeld van ODLING, aanduidt, namelijk door vertikale (of horizontale) streepjes. — Volgens het voorgaande zullen de allereenvoudigste geïsoleerd bestaande stoffen, zoowel enkelvoudige als zamengestelde, worden voorgesteld door de formule H. H., dat is zij zullen worden beschouwd als eene vereeniging van twee monohydrische radikalen. En wat is nu deze formule anders dan de typus waterstof van GERHARDT?

Dezelfde ervaring, namelijk dat alle stoffen een even aantal hydriciteiten tot som hebben, brengt er ons toe om dezulke die een dihydrisch radikaal bevatten, te brengen onder de algemeene formule $H_2 . H_2$. Wil men nu aanduiden dat er een dihydrisch radikaal in is, dan moet men eene der H_2 door een ander teeken van eene dubbelde waarde vervangen. Kiest men ten dien einde het teeken $\overline{O}$ der zuurstof, dat als dihydrisch radikaal daartoe bruikbaar is, dan verkrijgt men de voorstelling $H_2 . \overline{O}$, dat is den typus water.

Op dezelfde wijze kan men den oorspronkelijken typus $H_3 . H_3$ door $H_3 . N$ voorstellen, omdat een atoom stikstof N een trihydrisch radikaal is. — Men verkrijgt alzoo den typus ammonia van GERHARDT.

Maar, terwijl deze scheikundige zich tot die drie hoofdtypen bepaalde, heeft het later onderzoek geleerd, dat er nog hoogere typen bestaan, b. v. $H_4 . H_4$ en $H_5 . H_5$ en $H_6 . H_6$ enz., in welke dan de helft der hydriciteiten door een tetrahydrisch of pentahydrisch of hexahydrisch radikaal vervangen kan worden. Ik zeg: vervangen kan worden, en niet: moet worden, omdat de vervanging ook door meer radikalen, mits één of meer polyhydrische, te gelijk kan plaats hebben. Alles wel beschouwd, zou eene meer algemeene wijze van benoemen der typen de voorkeur verdienen boven die door GERHARDT voorgesteld.

Indien men den typus waterstof den eersten noemde, den

typus water den tweeden, den typus ammonia den derden, dan zou de algemeenheid van het beginsel beter in het oog vallen en men zou niet zoo ligt in de verzoeking komen om te meenen, dat juist waterstof, water en ammonia als eigenaardige stoffen hier van eenige beteekenis zijn. Ammonia b. v. behoort tot den derden typus, niet omdat er en waterstof en stikstof in zijn, maar omdat er een trihydrisch radikaal (in dit bijzonder geval: stikstof) in aanwezig is.

Men vergunne mij nog de opmerking, dat er tusschen de dubbelde, drievoudige en in het algemeen de veelvoudige typen, reeds door GERHARDT aangenomen, en de zoogenoemde zamengestelde typen, die men voornamelijk na hem heeft opgesteld, eigentlijk geen kenschetsend onderscheid bestaat, en dat zij alle tot hoogere typen kunnen worden teruggevoerd. Het zijn niet anders dan hoogere typen, in welke zich één of meer polyhydrische radikalen te gelijk bevinden. De dubbelde typus water $H_4 . O_2$ behoort evenzeer tot den oorspronkelijken vierden $H_4 . H_4$ als de zamengestelde typus ammonia-waterstof $\begin{matrix} H_3 . N \\ H . H \end{matrix}$. Bij de dubbelde, drievoudige typen heeft er zamenvoeging plaats van gelijke typen; bij de zamengestelde, zamenvoeging van ongelijke typen.

Stoffen tot hoogere typen behoorende bestaan alleen dan wanneer er een of meer polyhydrische radikalen in aanwezig zijn. Ze zijn van des te hoogeren typus naarmate het getal der polyhydrische radikalen grooter is.

Ik heb gemeend de voorgaande uitweiding te moeten maken, om aan te toonen, dat de tegenwerping tegen de typentheorie, als zou zij een kunstmatige theorie zijn, ongegrond is. De gronden waarop zij rust, zijn, zoo als uit de gegeven uiteenzetting blijkt, geheel van proefondervindelijken aard; het eenige wat als meer bespiegelend beschouwd zou kunnen worden, is het aangenomen beginsel,

dat de geïsoleerde elementen of grondstoffen als verbindingen beschouwd worden van een radikaal met hetzelfde radikaal. Doch ook voor deze zienswijze zijn vele feiten aan te voeren, die haar waarschijnlijk maken, maar van welker bespreking ik meen mij nu te kunnen onthouden.

Eer ik er toe overga om te beproeven de organische radikalen zoodanig te rangschikken, dat hunne onderlinge betrekking duidelijk te voorschijn treedt, moet ik nog vooraf melding maken van de pogingen die reeds gedaan zijn, niet om de radikalen maar om de organische stoffen zelve, dat is de moleculen te klassificeren.

Door SCHIEL is het eerst de opmerking gemaakt, dat sommige organische stoffen, die groote overeenkomst in eigenschappen met elkaâr vertoonen, een constant verschil in zamenstelling blijken te bezitten. De gewone alkoholen toch, die gelijksoortige scheikundige functiën uitoefenen, verschillen van elkaâr in zamenstelling door $\text{C}H_2$ of een veelvoud hiervan. SCHIEL bestempelde zulk eene groep met den naam van progressive reeks, welke benaming door GERHARDT in die van homologe reeks werd veranderd. DUMAS vestigde de aandacht op de vetzuren als vormende eene dergelijke reeks, en weldra ontdekte men een vrij groot aantal van zulke homologe reeksen van stoffen. Behalve homologe reeksen onderscheidde GERHARDT nog andere reeksen, die hij isologe noemde, tot welke hij stoffen bragt, die wel in eigenschappen eene groote overeenkomst bezitten doch die in zamenstelling op eene andere wijze van elkaâr verschillen dan door de elementen $\text{C}H_2$. Verder bragt hij onder den naam van heterologe reeksen zulke stoffen te zamen, die uit elkaâr worden voortgebragt maar in eigenschappen of functiën zoowel als in zamenstelling zeer van elkaâr verschillen.

Op het begrip dier reeksen grondde GERHARDT zijne klassifikatie der organische stoffen. — Om deze duidelijk te maken haalt hij het volgende voorbeeld aan.

Qu'on dispose sur une table un jeu de cartes, en mettant sur une première ligne verticale toutes les cartes d'une même couleur, et, parallèlement à celles-ci, sur d'autres lignes verticales, les cartes semblables des autres couleurs, toutes les cartes se trouveront rangées sur deux lignes, figurant les deux espèces de séries dont je parle: les cartes de même couleur mais de valeur différente, placées dans le sens vertical, représenteront une série de corps résultant les uns des autres et dissemblables (séries hétérologues); les cartes de couleur différente mais de même valeur, disposées horizontalement, réprésenteront une série de corps semblables, appartenant à des générations différentes (séries isologues ou homologues). Cet exemple si simple est l'image de toute la classification chimique. GERHARDT, *Traité*, I. p. 127.

Wij zien hieruit, dat hij tusschen heterologe stoffen eenerzijds en homologe en isologe stoffen anderzijds een zeer duidelijk onderscheid maakte, maar het verschil tusschen homologe en isologe stoffen onderling niet met scherpte teekende. En zulks kan ook niet anders, zoolang hij de stoffen in een plat vlak rangschikte en toch drieërlei verschil tusschen haar deed opmerken. Daartoe zou het noodig geweest zijn, ze in eene ligchamelijke uitgebreidheid te rangschikken, iets wat noch door hem, noch door latere scheikundigen gedaan is.

Men heeft de rangschikking der organische stoffen ook nog wel op andere wijze beproefd, niet zoo zeer om die schikking als klassifikatie te gebruiken als wel om synoptische tabellen te verkrijgen, in welke alle mogelijke organische stoffen eene plaats kunnen innemen. — De best geslaagde proef is daarvan geleverd door J. A. R. NEWLANDS in het *Journ. of the Chemical Society*, XV. 86.

Het uitvoerigst heeft SCHIEL de klassifikatie der organ. stoffen behandeld in zijne *Emleitung in das Studium der*

Chemie. Uitgaande van de algemeene formule $\mathfrak{C}_\alpha H_\beta O_\gamma$ en aan die coëfficiënten achtervolgens verschillende numerieke waarden toekennende, komt hij tot het opstellen van een aantal homologe reeksen, die b. v. de koolwaterstoffen, de alkoholen, de zuren enz. insluiten. Op stoffen die stikstof of andere elementen bevatten, past hij de meer algemeene formule $\mathfrak{C}_\alpha H_\beta N_\gamma O_\delta$ niet in bijzonderheden toe.

Ter loops bemerkt SCHIEL, dat de stikstofvrije organische zuren, volgens die homologe reeksen geschikt, alle te zamen een cubus uit reeksen gevormd, uitmaken.

In de klassifikatiën, waarvan ik tot dusverre gesproken heb, stond het denkbeeld op den voorgrond van de eigenschappen en functiën der verbindingen als geïsoleerde stoffen, en eerst in de tweede plaats werd daarbij acht gegeven op de radikalen die er deel van uitmaken.

In de latere leerboeken zijn het juist de organische radikalen, die den grond der klassifikatie uitmaken. — Het leerboek van KEKULÉ houdt zich streng daaraan vast, en het komt mij ook voor, dat er op dit oogenblik geen andere grond van klassifikatie met den toestand der wetenschap bestaanbaar is. Maar het is niet genoeg, de radikalen in het algemeen als basis der klassifikatie aan te nemen; men moet ook acht geven op de onderlinge betrekking die zij tot elkaâr hebben ten opzigte van hunne hydriciteit en van het verschil en de overeenkomst hunner functiën.

KEKULÉ houdt deze gezigtspunten zeer goed in het oog en past ze toe op de klassifikatie der organische stoffen volgens radikalen, doch voor hij daartoe overgaat, verdeelt hij eerst alle organ. stoffen in drie groote klassen, waarvan de eerste de koolwaterstoffen der algemeene formule $\mathfrak{C}_n H_{2n}$ en alle daarmede in betrekking staande stoffen omvat, terwijl de tweede klasse de verbindingen inhoudt die van de koolwaterstoffen $\mathfrak{C}_{n+3} H_{2n}$ deriveren, en de

derde diegene, welke in verband staan met de koolwaterstoffen $\mathrm{C}_{n+6}\,\mathrm{H}_n$.

Het komt mij voor, dat deze laatste handelwijze eenzijdig is, vooreerst omdat zij steunt op de onderstelling, dat er geene tusschenklassen zouden bestaan, waar het verschil minder dan 3 atomen koolstof zou bedragen, en ten anderen omdat zij het beginsel der verandering van hydriciteit over het hoofd ziet, waarvan ik later nader zal gewagen.

Raadpleegt men namelijk de ervaring omtrent het bestaan van dihydrische radikalen, die b. v. tusschen de formulen $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n}$ en $\mathrm{C}_{n+3}\,\mathrm{H}_{2n}$ of tusschen de formulen $\mathrm{C}_{n+3}\,\mathrm{H}_{2n}$ en $\mathrm{C}_{n+6}\,\mathrm{H}_{2n}$ in liggen, dan vindt men vrij talrijke termen die daar tusschen vallen, even als men eene menigte voorbeelden aantreft van monohydrische radikalen die tot reeksen behooren, welke tusschen de formulen $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-1}$ en $\mathrm{C}_{n+3}\,\mathrm{H}_{2n-1}$ gelegen zijn. Enkele dier voorbeelden zouden, dunkt mij, reeds genoeg zijn om dit klassifikatie-beginsel van KEKULÉ onhoudbaar te maken. En overbodig wordt het geheel en al, wanneer men bedenkt, dat niet alleen bij de organische radikalen maar zelfs bij de elementen of enkelvoudige radikalen eene verspringing van hydriciteit of verbindingswaarde zeer dikwijls wordt waargenomen.

Ik ga nu over tot de rangschikking der organische radikalen, die mij de eenvoudigste en meest logische toeschijnt. Ik neem daarbij tot beginsel aan, dat zulk eene rangschikking eene duidelijke voorstelling behoort te geven 1°. van de verbindingswaarde, dat is van de hydriciteit dier radikalen; 2°. van het eigenaardig karakter dat zij aan de stoffen mededeelen van welke zij deel uitmaken, dat wil zeggen: van de functiën die zij vervullen; 3°. van de overeenkomst die zij zoowel in functiën als in hydriciteit vertoonen, terwijl er ten 4°. uit zigtbaar moet wor-

den in welk genetisch verband die radikalen buitendien onderling staan. Hierbij gebruik makende van de benamingen homologe, isologe en heterologe reeksen, acht ik mij verpligt eene juiste bepaling te geven van de beteekenis, in welke ik ze bezig.

Onder homologie versta ik niets anders dan hetgeen GERHARDT er onder verstaat, maar pas het woord toe op radikalen en niet alleen op hunne verbindingen, of op de stoffen zelve.

Homologe reeksen van radikalen zijn dus diegene, welker termen gelijksoortige functiën vervullen, dezelfde hydriciteit bezitten en in zamenstelling telkens voor $\mathrm{C H_2}$ van elkaâr verschillen.

Isologe reeksen zijn de zoodanige van welke de termen gelijksoortige functiën uitoefenen, maar telkens van de vorige in hydriciteit verschillen. Het verschil in zamenstelling der termen onderling is telkens 1 atoom H.

Heterologe reeksen noem ik de zoodanige, waarvan de termen gelijke hydriciteit bezitten, doch verschillende functiën hebben. Het verschil van twee opeenvolgende termen in zamenstelling is zoo, dat de volgende term 2 atomen H minder en 1 atoom O meer bevat dan de voorgaande.

Eigentlijk stelt deze laatste bepaling slechts een bijzonder geval voor van eene meer algemeene bepaling, die men van het verschil in zamenstelling tusschen de termen eener heterologe reeks kan geven. — Die meer algemeene bepaling zou dan luiden: het verschil der termen eener heterologe reeks bestaat daarin, dat een of meer atomen van de daarin vervatte waterstof zijn vervangen door een monohydrisch, of een dihydrisch, of een trihydrisch radikaal enz. van andere functiën, met dien verstande dat het aantal hydriciteiten of verbindingswaarden, dat in de plaats komt, gelijk is aan dat wat vervangen wordt.

In zulk een algemeenen zin zijn de zoogenoemde ge-

substitueerde radikalen, heteroloog met het oorspronkelijke b. v.

$$\text{C}_6\text{H}_5,\ \text{C}_6[\text{H}_4(\text{NO}_2)],\ \text{en}\ \text{C}_6[\text{H}_2(\text{NO}_2)_3]$$
$$\text{C}_2\text{H}_5,\ \text{C}_2(\text{H}_4\text{Cl}),\ \text{C}_2(\text{H}_3\text{O}),\ \text{C}_2(\text{H}_2\text{ClO}),\ \text{C}_2(\text{Cl}_3\text{O})$$
$$\text{CH}_2,\ \text{CO}\ \text{en}\ \text{CS}.$$

Daar uu zulk eene vervanging of substitutie op het karakter van het radikaal minder invloed uitoefent, zoo lang de hydriciteit van het substituerende radikaal dezelfde is als die van het gesubstitueerde: daar overigens de substituten door zuurstof de belangrijkste en talrijkste zijn: daar eindelijk de gewone gesubstitueerde radikalen gemakkelijk onder het hoofd van het oorspronkelijke geklassificeerd worden, zoo houd ik mij voor de constructie van het schema aan de eerste bepaling al is zij niet algemeen.

De bovenstaande bepalingen eenmaal aangenomen, zeg ik, dat alle organische radikalen gerangschikt kunnen worden in eene ligchamelijke uitgebreidheid, b. v. in een cubus, die in zijne drie afmetingen gevormd wordt door de homologe, isologe en heterologe reeksen.

Om dit duidelijk voor oogen te stellen voeg ik hier de teekening bij van een parallelopipedum, zoodanig gesteld, dat het voorvlak, het bovenvlak en een der zijvlakken zigtbaar zijn.

Volgens de rigting A B worden gerangschikt de termen der homologe reeksen, te beginnen met den term die het geringste aantal C atomen bevat, en telkens met CH_2 vermeerderende. Duiden wij dat aantal atomen C in het algemeen aan door n, dan zal de rang van eenen term door de waarde van n worden voorgesteld. — Deze waarde kan zijn die van alle geheele positive getallen. — Tot nog toe is onder de goed bekende radikalen die waarde niet grooter gevonden dan 30.

Volgens de rigting A C worden gerangschikt de termen der isologe reeksen, te beginnen met den term die het

I.
B
F
D
E
H
C
G
K
I

grootste aantal atomen H bevat voor de kleinste waarde van n. In gevalle men door m het aantal atomen H voorstelt, dat een term minder bevat dan de eerste term der reeks, dan zal m dus tot numerieke waarde kunnen hebben nul of een geheel getal.

Volgens de rigting A D worden gerangschikt de termen der heterologe reeksen, te beginnen met den term die geen zuurstof bevat. Stelt p het aantal atomen O voor, dan zal de waarde er van kunnen zijn nul of een geheel getal.

Uit de constructie is het duidelijk, dat niet alleen de eerste maar alle met A B evenwijdig loopende reeksen homologe radikalen bevatten, even als alle met A C evenwijdige reeksen uit isologe radikalen en die met A D evenwijdige uit heterologe radikalen bestaan.

Voor de kleinste waarde van n, dat is één, bedraagt het grootste getal atomen H, dat daarmede tot een radikaal verbonden is, drie; dus is de eerste term of, zoo als men het kan noemen, de hoeksteen gelijk aan $\mathrm{C H_3}$.

De volgende termen der homologe reeks, waarvan $\mathrm{C H_3}$ de eerste is, zullen volgens de definitie zijn: $\mathrm{C_2 H_5}$, $\mathrm{C_3 H_7}$, $\mathrm{C_4 H_9}$, $\mathrm{C_5 H_{11}}$ enz., en de geheele reeks wordt dus voorgesteld door de formule $\mathrm{C_n H_{2n+1}}$; zij bevat wat men noemt de gewone alkoholradikalen.

De daaronder liggende homologe reeks heeft tot eersten term $\mathrm{C H_2}$, die isoloog is met $\mathrm{C H_3}$, zoo als elke term er van ook isoloog is met den daarboven liggenden term der eerste reeks. — De tweede homologe reeks heeft tot algemeene uitdrukking $\mathrm{C_n H_{2n}}$ en bestaat uit de radikalen der zoogenoemde glycolen of twee-hydrische alkoholen.

De derde reeks, in het zijvlak A B E C liggende, die zoowel de trihydrische radikalen der glycerinen als de monohydrische radikalen der met allylalkohol overeenkomende alkoholen insluit, heeft tot algemeene formule $\mathrm{C_n H_{2n-1}}$.

En zoo vervolgens. Alle termen der reeksen in het zij-

vlak A B E Ĉ liggende, kunnen dus gezamentlijk worden voorgesteld door de formule $\overset{\frown}{C}_n H_{(2n+1)-m}$, in welke m de reeds bovenvermelde beteekenis heeft.

Daar nu elk der termen van die formule tevens de eerste term is eener heterologe reeks, en deze laatste gevormd wordt door het aantal atomen waterstof met $2p$ te verminderen en er p atomen zuurstof voor in de plaats te brengen, zoo zal men tot algemeene formule, die al de radikalen der homologe, isologe en heterologe reeksen insluit, verkrijgen:

$$\overset{\frown}{C}_n H_{(2n+1)-m-2p} O_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{A}$$

Bij de voorgestelde rangschikking zal men niet alleen de homologe reeksen elk door eene formule kunnen uitdrukken, iets wat men reeds sinds geruimen tijd doet, maar men zal ook elke isologe en elke heterologe reeks door eene formule vermogen voor te stellen. — Dit is van te meer waarde, omdat er tusschen de termen eener zelfde isologe reeks een innig genetisch verband bestaat en even zoo ook tusschen de termen eener zelfde heterologe reeks.

De algemeene formule A geeft aanleiding tot eenige gevolgtrekkingen, op welke, hoe eenvoudig ze ook mogen zijn, ik toch meen even de aandacht te moeten vestigen.

1°. Daar alle organische radikalen koolstof bevatten, kan de waarde van n nooit minder dan één zijn.

2°. Is de waarde van m gelijk nul, dan heeft men te doen met radikalen, die altijd monohydrisch zijn en zich rangschikken, óf in de homologe reeksen:

$$\overset{\frown}{C}_n H_{2n+1} \ldots\ldots\ldots \text{voor } p = o$$
$$\overset{\frown}{C}_n H_{2n-1} O \ldots\ldots\ldots \text{„ } p = 1$$

óf in de heterologe reeksen

$$\overset{\frown}{C} H_{3-2p} O_p \ldots\ldots \text{voor } n = 1$$
$$\overset{\frown}{C}_2 H_{5-2p} O_p \ldots\ldots \text{„ } n = 1$$
$$\overset{\frown}{C}_3 H_{7-2p} O_p \ldots\ldots \text{„ } n = 3$$

enz.

3°. Is de waarde van p gelijk nul, dan geeft de formule de zamenstelling van al die radikalen, die men alkoholradikalen noemt, en die men dan rangschikt volgens homologe reeksen, die telkens in hydriciteit verspringen; b.v.

$\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n+1}$	monohydrisch	voor m	$= 0$
$\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n}$	dihydrisch	" m	$= 1$
$\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n-1}$	tri- of monohydrisch.	" m	$= 2$
$\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n-2}$	tetra- of dihydrisch	" m	$= 3$
$\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n-3}$	penta- of tri- of monohydr.	" m	$= 4$
$\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n-4}$	hexa- of tetra- of dihydrisch.	" m	$= 5$

enz.
terwijl men ze ook rangschikken kan in isologe reeksen, b.v.

C H_{3-m}	voor n	$= 1$
$\mathrm{C}_2\mathrm{H}_{5-m}$	" n	$= 2$
$\mathrm{C}_3\mathrm{H}_{7-m}$	" n	$= 3$

In elk dezer reeksen verschillen de termen onderling in hydriciteit, maar de stoffen, waar zij deel van uitmaken, staan in een naauw genetisch verband.

4°. De waarde van p gelijk nul gesteld wordende, dan zullen alle termen, voor welke $m = 2n + 1$, vrij van waterstof zijn en dus uit veelvouden van C bestaan, terwijl de termen voor welke $m > 2n + 1$ onbestaanbaar zijn.

5°. Wordt de waarde van m gelijk nul of gelijk één gesteld, dan zullen de termen voor welke $2p = 2n$ is, de laatste bestaanbare zijn.

6°. Is de waarde van $m + 2p = 2n + 1$, dan verkrijgt men waterstofvrije radikalen, zoo als C O, C_2 O_2 enz.

7°. Voor geringe waarden van n zal men spoedig tot onbestaanbare termen komen, of met andere woorden, de isologe en heterologe reeksen zullen, voor geringe waarden van n, uit een gering aantal termen bestaan, terwijl dat getal aangroeit met de waarde van n.

Om met een oogopslag te doen zien, dat zulks bevestigd wordt door de waarneming, geef ik hier de voorstelling der radikalen, die zigtbaar worden, wanneer wij van den cubus door een vlak, evenwijdig met het voorvlak A D G C, eene schijf van éénen term dikte afnemen, en die bewerking eenige malen herhalen. Op die doorsneden (II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX en X) zijn alleen die radikalen opgeteekend, die als werkelijk aanwezig in sommige verbindingen mogen worden aangemerkt.

Veel belangrijker nog worden de uitkomsten dezer rangschikking wanneer wij het verband nagaan tusschen verschillende radikalen, voor zoo verre zij niet in de drie hoofdrigtingen A B, A C en A D, maar in andere rigtingen beschouwd worden. Men verkrijgt dan nieuwe reeksen welker termen insgelijks in hydriciteit en scheikundige functiën óf overeenstemmen óf afwijken, en die de betrekkingen opheldéren waarin sommige stoffen tot elkaâr staan.

Beginnen wij met de radikalen te beschouwen volgens den diagonaal A E van het zijvlak A B E C of in het algemeen volgens eene daarmede evenwijdige rigting, dan vinden wij, dat het constant verschil tusschen twee op elkaâr volgende termen gelijk is aan $\in H$ — en dat die termen in hydriciteit verschillen. — De algemeene formule, waardoor die reeksen worden voorgesteld, kan uit de formule A worden afgeleid. De eenvoudigste formule evenwel, die deze reeksen uitdrukt, is:

$$\in_n H_{(n \mp m)-2p} \ominus_p$$

in welke de positive waarde van m nooit grooter kan zijn dan $n + 1$.

Vergelijkt men de radikalen zoo als ze op elkaâr volgen in eene rigting, evenwijdig met den diagonaal A F van het bovenvlak van den cubus, dan blijkt uit de constructie van dezen, dat ze term aan term een verschil opleve-

ren van $\mathfrak{C}\,\mathfrak{O}$. Al die reeksen vinden eene eenvoudige uitdrukking in de formule

$$\mathfrak{C}_{n+p}\,H_{(2n+1)-m}\,\mathfrak{O}_p,$$

in welke voor enkele gevallen de waarde van n gelijk nul kan worden mits p niet gelijk nul zij. Zoo b.v. wanneer men $n = 0$ en $m = 1$ stelt, verkrijgt men de reeks $\mathfrak{C}_p\,\mathfrak{O}_p$, waartoe carbonyl en oxalyl behooren.

In de rigting evenwijdig met A G zal het verschil der termen telkens zijn $- H_3 + \mathfrak{O}$. Al die reeksen zijn zaamgevat in de formule

$$\mathfrak{C}_n\,H_{(2n+1)\pm m-3p}\,\mathfrak{O}_p.$$

Kiest men, om reeksen te vormen, de rigting A H van den diagonaal van den cubus, dan verkrijgt men tot gedurig verschil $- H + \mathfrak{C}\,\mathfrak{O}$ en tot algemeene uitdrukking

$$\mathfrak{C}_{n+p}\,H_{(2n+1)\pm m-p}\,\mathfrak{O}_p.$$

Deze reeksen zijn merkwaardig in zoo verre zij de radikalen bevatten der stoffen, die bij drooge distillatie door verlies van koolzuur uit elkaâr ontstaan.

Op dergelijke wijze vindt men

voor de rigting	verschil der termen	uitdrukking van al de reeksen
B C . .	$- \mathfrak{C}\,H_3$	$\mathfrak{C}_{n-m}\,H_{(2n+1)-3m-2p}\,\mathfrak{O}_p$
B D . .	$- \mathfrak{C}\,H_4 + \mathfrak{O}$ . .	$\mathfrak{C}_{n-p}\,H_{(2n+1)-m-4p}\,\mathfrak{O}_p$
C D . .	$- H + \mathfrak{O}$ . . .	$\mathfrak{C}_n\,H_{(2n+1)-m-p}\,\mathfrak{O}_p$
B G . .	$- \mathfrak{C}\,H_5 + \mathfrak{O}$. . .	$\mathfrak{C}_{n-p}\,H_{(2n+1)\pm m-5p}\,\mathfrak{O}_p$
E F . .	$+ \mathfrak{C}\,H\,\mathfrak{O}$ . . .	$\mathfrak{C}_{n+p}\,H_{(2n+1)-m+p}\,\mathfrak{O}_p$
E D . .	$- \mathfrak{C}\,H_3 + \mathfrak{O}$. . .	$\mathfrak{C}_{n-p}\,H_{(2n+1)-m-3p}\,\mathfrak{O}_p$.

Om geene al te groote uitgebreidheid aan mijne mededeeling te geven, onthoud ik er mij van in verdere ontwikkeling omtrent deze nieuwe reeksen te treden. De gevolgtrekkingen doen zich als van zelve voor. Ik stip slechts ter loops aan, dat men de radikalen nog in vele andere

onderlinge betrekkingen kan waarnemen, indien men de rigting slechts verandert in welke men ze in den cubus of in het parallelopipedum beschouwt, b.v. in de rigting A I, in welke het verschil der termen 1 atoom Θ is, of in de rigting D K, die voor twee opeenvolgende termen een verschil van 1 atoom Θ geeft.

Tegen de hierboven uiteengezette rangschikking der organische radikalen zal men misschien als bedenking aanvoeren, dat men eigentlijk de bestaande of bestaanbare stoffen te klassificeren heeft en niet de min of meer hypothetische radikalen, die deel dier stoffen uitmaken, en verder dat in eene en dezelfde stof door de scheikundigen verschillende radikalen aangenomen worden naar gelang die stof zich op verschillende wijze vormt of ontleedt, zoodat men dan in het onzekere blijft bij welk dier radikalen de stof behoort gebragt te worden. — De gegrondheid der laatste bedenking moet toegegeven worden; het is waar, dat men bij de klassificatie eene keus moet doen ten opzigte van het radikaal onder hetwelk men eene bepaalde stof zal indeelen; die keus zal natuurlijk bepaald worden door het aantal en de belangrijkheid der reactiën, die door een aangenomen radikaal het best voorgesteld worden. Maar hetzij men radikalen aanneemt of niet, dezelfde moeijelijkheid voor de klassificatie der stoffen blijft bestaan, want neemt men b.v. het aantal atomen koolstof tot grondslag der klassificatie aan, zoo als b.v. GMELIN gedaan heeft, of kiest men het meerdere of mindere zuurstofgehalte tot punt van vergelijking, ook in beide deze gevallen rukt men soms stoffen van elkaâr die in andere opzigten eene groote overeenkomst bezitten. — In werkelijkheid is de tegenwerping tegen elke mogelijke klassifikatie gerigt; zij is dus hier niet meer geldig dan bij elk ander beginsel.

Wat de eerste tegenwerping betreft, dat namelijk de stoffen

geklassificeerd moeten worden en niet de radikalen, hiertegen kan men aanvoeren, dat juist de stoffen het best geklassificeerd worden wanneer men eerst de radikalen geklassificeerd heeft, omdat tusschen die stoffen, die hetzelfde radikaal bevatten, of de analogie van eigenschappen of het genetisch verband verreweg het innigst is.

Men meene evenwel niet, dat ik daarom niet overtuigd zou zijn hoe belangrijk het is de geïsoleerde stoffen of moleculen onmiddellijk wat hare zamenstelling en eigenschappen betreft met elkander te vergelijken. Zulk eene vergelijking kan men maken zonder daarin een grond van rangschikking te zoeken. In de door mij voorgestelde rangschikking der organische radikalen zie ik bovendien meerdere voorregten.

Indien ik mij niet bedrieg, dan meen ik, de gegevene rangschikking overziende, geregtigd zijn te zeggen, dat zij de volgende voordeelen aanbiedt.

1°. Zij brengt, hetgeen niet nieuw is, alle organische stoffen te zamen, die hetzelfde organische radikaal bevatten. De verdere groepering dier stoffen kan dan b.v. geschieden naar den typus in welken het radikaal optreedt.

2°. Zij toont in verschillende rigtingen het verband aan tusschen de radikalen van stoffen, die in genetische betrekking tot elkaâr staan.

3°. Zij duidt aan bij welke radikalen de hydriciteit dezelfde is of verschilt en geeft zelfs in vele gevallen de absolute grootte dier hydriciteit of verbindingswaarde aan.

4°. Zij maakt aanschouwelijk welke radikalen, door in gelijksoortige verbindingen op te treden, stoffen voortbrengen van overeenkomstige eigenschappen.

5°. Eveneens doet zij ons oogenblikkelijk het verschil in karakter herkennen tusschen gelijksoortige verbindingen van verschillende radikalen.

6°. Zij maakt het verband kenbaar van een radikaal,

dat men naar aanleiding van sommige ontledingen eener stof in deze veronderstelt met een ander radikaal, hetwelk ten gevolge van andere reactiën in diezelfde stof kan worden aangenomen.

7°. Zij omvat alle mogelijke oorspronkelijke organische radikalen en biedt de gelegenheid aan, bij elk hunner de afgeleide of gesubstitueerde radikalen te rangschikken, terwijl tevens duidelijk uitkomt welke radikalen daarentegen onbestaanbaar zijn.

Ik moet nu nog het beginsel wettigen, waarvan ik bij de constructie van de cubische rangschikking ben uitgegaan, namelijk dat het maximum van waterstofatomen van een radikaal nooit meer dan $2n + 1$ bedraagt als het aantal koolstofatomen door n wordt voorgesteld. Dat bewijs valt niet moeijelijk. De waterstofrijkste koolwaterstoffen immers, die tot nu toe bekend zijn, bevatten nooit meer dan $2n + 2$ atomen waterstof op n atomen koolstof. Deze stoffen zijn wat men wel noemt verzadigd, dat is zij zijn onvatbaar om zich onmiddellijk met andere stoffen van welken aard ook te verbinden. Ze kunnen dus geene radikalen zelve zijn, maar zijn verbindingen van radikalen; het zijn moleculen, die, zoo ze tot de eenvoudigste verbindingen behooren, uit één atoom van een monohydrisch radikaal verbonden met één atoom van een ander of van hetzelfde monohydrische radikaal moeten bestaan. Is nu het eene monohydrisch radikaal waterstof (dit toch is het eenige monohydrische element in de koolwaterstoffen), dan blijft als ander monohydrisch radikaal de groep $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n+1}$. De waterstofrijkste zuurstofvrije radikalen worden dus door de formule $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n+1}$ uitgedrukt en zijn alle monohydrisch. Overigens is deze beschouwing niet nieuw en de koolwaterstoffen van de formule $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n+2}$ worden vrij algemeen door de typische formule $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n+1}.\,\mathrm{H}$ voorgesteld. Zeer

belangrijke beschouwingen omtrent de koolwaterstoffen $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ en de daarvan afgeleide stoffen zijn zeer onlangs medegedeeld door LOURENÇO (*Annal. de Ch. & de physiq.*, Mars, 1863, 3me Série, T. 67, p. 257), die overigens op eenigzins andere wijze tot eene soortgelijke, maar anders geformuleerde conclusie komt als ik in hetgeen volgt.

Iets waar de aandacht der scheikundigen minder op gevallen schijnt te zijn, is, dat de zuurstof houdende radikalen niet anders beschouwd kunnen worden dan als afgeleide of gesubstitueerde der zuurstofvrije en, dat dus volgens de wetten der hydriciteit het aantal atomen van de dihydrische zuurstof, zamengeteld bij het overgebleven aantal atomen van de monohydrische waterstof, te zamen in een radikaal nooit eene grootere verbindingswaarde kunnen hebben dan $2n + 1$, als het aantal atomen van de tetrahydrische koolstof n bedraagt. — Geen enkele der goed bekende organische verbindingen levert grond op om zulks tegen te spreken, en de stelling volgt als van zelf uit de hydriciteit der elementen. — Aangezien nu de zuurstof niet het eenige radikaal is, dat in de plaats van waterstof optreedt en andere enkelvoudige radikalen, zoo als Cl, S en N, of andere zamengestelde radikalen, zoo als NO_2, SO_2, CH_3, C_6H_5 enz. insgelijks substituerend in de radikalen kunnen voorkomen, zoo behoort de stelling op eene meer algemeene wijze uitgedrukt te worden. — Daarom zeggen wij: In elk zamengesteld radikaal, dat de ervaring ons regt geeft aan te nemen, bedraagt het aantal atomen der andere elementen of substituerende radikalen, uitgedrukt in verbindingswaarden of hydriciteiten, nooit meer dan het dubbele plus één van het aantal atomen koolstof.

Van dezen regel is men menigmaal afgeweken bij het opstellen van formulen voor de organische radikalen, maar, voor zoo verre mij bekend is, heeft men nergens met eenige mate van waarschijnlijkheid, laat staan zekerheid, de aan-

wezigheid van dergelijke met den regel strijdige radikalen aangetoond. Zoo zijn b. v. de radikalen $\overline{C}_4 H_4 \overline{O}_3$, en $\overline{C}_4 H_4 \overline{O}_4$, die men vroeger in appelzuur en wijnsteenzuur aannam, bij naauwkeuriger studie gebleken niet gewettigd te kunnen worden. — Wil men er meer voorbeelden van, het werk van WELTZIEN, *Systematische Zusammenstellung der organischen Verbindungen*, kan ze in menigte leveren.

Onder de onmiddellijke gevolgtrekkingen van dezen regel behoort b. v., dat de waterstofvrije en zuurstofrijkste radikalen door de formule $\overline{C}_n \overline{O}_n$ worden voorgesteld. Deze zijn altijd dihydrisch.

Het is ook in overeenstemming met den opgestelden regel, dat de verbindingswaarde der radikalen niet verandert als er substitutie plaats heeft, dat met andere woorden hunne hydriciteit dezelfde blijft.

Zulke substitutiën in de radikalen kunnen natuurlijk niet verder worden voortgezet dan zoo lang er nog één monohydrisch element aanwezig is bij de substitutie door monohydrische radikalen, en zoo lang er nog twee monohydrische elementen overblijven bij de substitutie door dihydrische radikalen, enz. Maar het schijnt, dat in vele gevallen de substitutiën die grens niet kunnen bereiken, en dat, met name bij zuurstof, bij intreding van meer atomen telkens in plaats van 2 atomen waterstof, het radikaal ontleed wordt, dat wil zeggen dat de organische stof in stoffen van eenvoudiger zamenstelling uiteenvalt of gesplitst wordt. Zoo b. v. zijn er geene monohydrische radikalen met 2 atomen zuurstof bekend, die uit de monohydrische reeks $\overline{C}_n H_{n2+1}$ afgeleid zouden zijn.

Hierboven vermeldde ik, dat de stoffen van de formule $\overline{C}_n H_{2n+2}$ verzadigd werden genoemd en zich blijkens de ondervinding niet meer met andere stoffen kunnen verbinden. Daarmede strijdt volstrekt niet het bestaan van stoffen zoo als $\overline{C}_n H_{2n+2} \overline{O}$, $\overline{C}_n H_{2n+2} \overline{O}$ en $\overline{C}_n H_{2n+2} \overline{O}_2$,

waarvan wij er vele kennen. Immers alle reactiën dezer laatste verbindingen leiden er toe om ze te beschouwen, niet als verbindingen van een radikaal $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ met 1 of 2 of 3 atomen zuurstof, maar als uitgedrukt door de formulen $\left.\begin{matrix}\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\\ \text{H}\end{matrix}\right\}\text{O}$, $\left.\begin{matrix}\text{C}_n\text{H}_{2n}\\ \text{H}_2\end{matrix}\right\}\text{O}_2$ en $\left.\begin{matrix}\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\\ \text{H}_3\end{matrix}\right\}\text{O}_3$. Ze ontstaan nooit door dadelijke oxydatie van $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ maar alleen dan als men het radikaal $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$, dat hierin aanwezig is, in andere verbindingen overvoert of er voor de vorming der beide laatste stoffen waterstof aan onttrekt.

Ik moet thans nog terugkomen op de hydriciteit der organische radikalen, die, volgens mijne voorgestelde rangschikking, afhankelijk is van de waarde van m, dat is van het aantal atomen waterstof dat ze minder bevatten dan de radikalen $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$. Hierbij heb ik niets anders gedaan dan een beginsel over te nemen, door sommige scheikundigen reeds opgesteld en tegenwoordig door velen gehuldigd; namelijk de hydriciteit van een radikaal vermeerdert met eene éénheid voor elk atoom waterstof dat het verliest. — Uitgaande van de eerste homologe reeks $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$, die monohydrisch is, zullen dus alle organische radikalen met een oneven aantal waterstof atomen ook oneven-hydrisch zijn, die met een even aantal daarentegen ook eene evene hydriciteit bezitten. Men krijgt dus de reeks:

$\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$	monohydrisch
C_nH_{2n}	dihydrisch
$\text{C}_n\text{H}_{2n-1}$	trihydrisch
$\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$	tetrahydrisch
$\text{C}_n\text{H}_{2n-3}$	pentahydrisch
$\text{C}_n\text{H}_{2n-4}$	hexahydrisch.

enz.

Raadplegen wij nu de ervaring, dan vinden wij wel is waar

voorbeelden genoeg om aan te nemen dat zulk eene wet werkelijk bestaat, maar tevens ontmoeten wij een zoo groot getal van uitzonderingen ten aanzien van de absolute grootte der hydriciteit, dat wij de wet zonder nadere toelichting niet als algemeen kunnen laten gelden. Naar mijne meening moet zij door eene nieuwe wet worden aangevuld, en wel door de volgende:

De hydriciteit of verbindingswaarde der organische radikalen, met uitzondering van degenen, die tot de oorspronkelijke formulen $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n+1}$ en $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n}$ of tot de daarvan afgeleide behooren, kan verspringen met twee of een veelvoud van twee. — Dat de radikalen van de formulen $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n+1}$ en $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n}$ en de daarvan afgeleide geene hoogere hydriciteit als één kunnen aannemen, volgt reeds uit het bij de koolwaterstoffen besprokene, toen wij opmerkten, dat de waterstofrijkste verbindingen $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n+1}.\mathrm{H}$ tot formule hebben. — Indien die radikalen $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n+1}$ polyhydrisch waren, dan zouden er verbindingen moeten bestaan b.v. van de formulen $\mathrm{C}_n\overset{\text{III}}{\mathrm{H}}_{2n+1}.\mathrm{H}_3$ of van de formule $\mathrm{C}_n\overset{\text{IV}}{\mathrm{H}}_{2n}.\mathrm{H}_4$ en zulke verbindingen zijn onbekend. Dat de monohydrische geene geringere waarde kunnen hebben, spreekt van zelf, en dat de dihydrische $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n}$ geene geringere waarde kunnen aannemen, daarvoor spreekt de ondervinding, dat men nergens met zekerheid eene verspringing van hydriciteit van minder dan twee heeft aangetoond.

De voorgestelde wet vindt eene bevestiging in een tal van feiten, genoeg, naar mijn inzien om haar voorloopig op te stellen; en het zijn niet alleen feiten aan de organische verbindingen ontleend, die er voor spreken, maar ook onder de anorganische verbindingen zijn er zoo veel voorbeelden van te vinden, dat ze waarschijnlijk in een ruimeren zin zal kunnen worden opgevat dan ik er zoo even aan gegeven heb.

Zoo b.v. nemen wij den overgang waar van trihydrische radikalen der formule $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-1}$ in monohydrische van dezelfde formule en ook omgekeerd, met name glyceryl en allyl.

Zoo kan een tetrahydrisch radikaal $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-2}$ ook dihydrisch zijn, b.v. acetyleen. Zoo komt $\mathrm{C}_{10}\,\mathrm{H}_8$, dat volgens de eerste wet een hydriciteit gelijk aan veertien zou moeten bezitten, óf als dihydrisch óf als tetrahydrisch radikaal voor.

Het hexahydrische $\mathrm{C}_6\,\mathrm{H}_6$ zou door verlies van een atoom H een heptahydrisch $\mathrm{C}_6\,\mathrm{H}_5$ moeten leveren, terwijl dit laatste slechts monohydrisch is. In al de reeksen $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-1}$, $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-3}$, $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-5}$, $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-7}$, $\mathrm{C}_n\,\mathrm{H}_{2n-9}$ enz. zijn een aantal radikalen te vinden, die monohydrisch zijn, en bij welke dus eene verspringing van hydriciteit heeft plaats gehad.

Deze weinige voorbeelden, die met vele vermeerderd kunnen worden, mogen genoegzaam gerekend worden om als aanduidingen te dienen.

Eén bevestiging der wet zie ik vooral in hetgeen men bij de enkelvoudige radikalen waarneemt. Die der stikstofgroep namelijk N, P, As, Sb, Bi komen dan eens als trihydrische, dan weder, vooral in verbinding met electronegative stoffen, als pentahydrische radikalen voor. IJzer vertoont zich soms als dihydrisch, soms als hexahydrisch radikaal. Tin en lood treden op als dihydrisch of tetrahydrisch en zoo zijn er meer. Meestal bedraagt de veranderingswaarde der hydriciteit twee of een veelvoud van twee. Maar dit onderwerp, dat ik hier slechts ter loops bijhaal, zou eene afzonderlijke behandeling vereischen, waarbij dan tevens het mogelijk verband tusschen hydriciteit en allotropische toestanden ter sprake zou kunnen komen.

Eindelijk, al is het ten overvloede, breng ik nog in herinnering, dat alleen die organische radikalen in geïsoleer-

den toestand kunnen bestaan wier hydriciteit eene evene is, terwijl die van onevene hydriciteit, op het oogenblik dat ze zich uit eene verbinding afscheiden, zich verdubbelen, zoodat men niet kan zeggen dat het radikaal zelf geïsoleerd is maar wel de bijeenvoeging van tweemaal hetzelfde radikaal. Dit is trouwens in overeenstemming met het resultaat der ervaring, dat in alle goed bekende stoffen het aantal hydriciteiten of verbindingswaarden even is.

27 Junij 1863.

II.

C_2H_3 C_2H_3O

C_2H_4 C_2H_2O C_2O_2

C_2H_3

C_2H_2

III.

C_3H_7 C_3H_5O

C_3H_6 C_3H_4O $C_3H_2O_2$

C_3H_5 C_3H_3O

IV.

C_4H_9 C_4H_7O

C_4H_8 C_4H_6O $C_4H_4O_2$

C_4H_5O $C_4H_3O_2$

C_4H_6 $C_4H_2O_2$

C_4O_3

V.

C_5H_{11} C_5H_9O

C_5H_{10} $C_5H_6O_2$

C_5H_9 C_5H_7O

$C_5H_8O_2$

$C_5H_3O_2$

C_5H_8O $C_5H_2O_2$ C_5O_3

C_5H_5

VI

C_6H_{13} $C_6H_{11}O$

C_6H_{12} $C_6H_{10}O$ $C_6H_8O_2$

C_6H_9O

$C_6H_4O_2$

C_6H_7O $C_6H_5O_2$ $C_6H_3O_3$

C_6H_8 $C_6H_2O_4$

C_6H_7

C_6H_6 C_6H_4O $C_6H_2O_2$

C_6H_5

C_6H_4

VII

C_7H_{15} $C_7H_{13}O$

C_7H_{14} $C_7H_{10}O_2$

$C_7H_{11}O$

$C_7H_8O_2$

C_7H_9 $C_7H_5O_2$ C_7HO_4

C_7H_8

C_7H_7 C_7H_5O $C_7H_3O_2$ C_7HO_3

C_7H_6 C_7H_4O $C_7H_2O_2$

C_7H_7

VIII.

C_8H_{17} $C_8H_{15}O$

C_8H_{16} $C_8H_{12}O_2$

$C_8H_8O_3$ $C_8H_6O_4$

$C_8H_7O_3$

C_8H_{11} $C_8H_7O_2$

C_8H_9 C_8H_7O

C_8H_8 C_8H_6O $C_8H_4O_2$

IX.

C_9H_{19} $C_9H_{17}O$

C_9H_{18} $C_9H_{14}O_2$

$C_9H_9O_4$

C_9H_{16}

$C_9H_9O_3$

C_9H_{13}

C_9H_{11} $C_9H_7O_2$ $C_9H_5O_3$

C_9H_8O $C_9H_6O_2$

C_9H_9 C_9H_7O $C_9H_5O_2$

C_9H_6O $C_9H_4O_2$

C_9H_7 C_9H_5O

C_9H_4O

X.

$C_{10}H_{21}$ $C_{10}H_{19}O$

$C_{10}H_{16}O_2$

$C_{10}H_{19}$ $C_{10}H_{17}O$

$C_{10}H_{18}$ $C_{10}H_{14}O_2$

$C_{10}H_{17}$ $C_{10}H_{15}O$ $C_{10}H_9O_4$

$C_{10}H_{16}$ $C_{10}H_8O_4$

$C_{10}H_{14}$

$C_{10}H_{13}$ $C_{10}H_{11}O$ $C_{10}H_7O_3$

$C_{10}H_{12}$ $C_{10}H_8O_2$ $C_{10}H_6O_3$

$C_{10}H_{11}$

$C_{10}H_9$ $C_{10}H_5O_2$

$C_{10}H_8$

$C_{10}H_7$

INHOUD

VAN

DEEL XVII. — STUK 2.

bladz.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 27 Februarij 1864 ..... 113.

Beschouwing van de betrekkingswijzers der vierkantswortels uit onvolkomen vierkanten. Door J. BADON GHIJBEN ..... 121.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 26 Maart 1864 ..... 139.

Sur un système de franges rectilignes, qui s'observent en même temps que les anneaux de NEWTON; *avec une Planche.* Par V. S. M. VAN DER WILLIGEN ..... 144.

Verslag van den Staat der Sterrewacht te Leiden en van de aldaar volbragte werkzaamheden, in het tijdvak van den eersten Julij 1862 tot de laatste dagen van de maand Junij 1863. Door F. KAISER... 169.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 29 April 1864 ..... 187.

Notice sur une nouvelle espèce de Xiphasia; *avec une Planche.* Par P. BLEEKER ..... 193.

Sur une nouvelle espèce de Puntius à épine anale dentelée; *avec une Planche.* Par P. BLEEKER ..... 198.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 28 Mei 1864 ..... 203.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 25 Junij 1864 ..... 216.

Over de rangschikking en onderlinge betrekking der organische radikalen; *met twee Platen.* Door P. J. VAN KERCKHOFF ..... 227.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken ..... blz. XXV—LXXII.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

Zeventiende Deel. — Derde Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1865.

OVER

HET AMSTERDAMSCHE PEIL,

HET A. P.

DOOR

F. J. STAMKART.

Over het Amsterdamsche peil en de geschiedenis van hetzelve is door wijlen den Hoogleeraar G. MOLL eene belangrijke Verhandeling geschreven, te vinden in de *Bijdragen tot de Natuurkundige Wetenschappen*, verzameld door H. C. VAN HALL, W. VROLIK en G. J. MULDER, Eerste Deel, Eerste Stuk, bladz. 371 en volg. Met betrekking tot den stand van dit peil vindt men in deze Verhandeling het volgende gezegd; blad 373: „Wanneer men de Profilteekeningen, voorkomende in de werken en memoriën van „LULOFS, CRUQUIUS, VELZEN en anderen beziet, dan blijkt „het, dat A. P. nagenoeg gelegen is op de gemiddelde „hoogte tusschen de gewone vloeden en ebben in de Noordzee. Men kan hetzelve dus aannemen als de gemiddelde „hoogte der *Noordzee* op onze kusten. Men kan dit vinden in de profillen in VELZEN's *Rivierkundige Verhandeling*, in de hydrographische waarnemingen van den Heer „KRAYENHOFF, en in meer andere boeken. Minder zeker, „[zegt MOLL] is men, aangaande den tijd van het eerste „gebruik van het A.P. — Hoog en teregt beroemde water-

„ bouwkundigen meenen, dat hetzelve reeds in 1624, toen „ de stad Amsterdam, met die van Rijnland, over den „ Slaperdijk twistte, ingesteld of bekend was. Ik (MOLL) „ heb voor dit gevoelen geenen grond kunnen vinden.

„ Ik zie toch van het Amsterdamsche peil geene mel- „ ding gemaakt voor 1680 of 1682, toen de nieuwe wa- „ terkeeringen van Amsterdam gesticht zijn.

„ Een gedeelte der stad, namelijk, buiten de dijken en „ sluizen gelegen, werd, vóór dien tijd, bij hoog water ge- „ lijk thans (in 1826, *nu* niet meer) de Haringpakkerij, „ de Eilanden en de Haarlemmer Houttuinen, onder wa- „ ter gezet. Door het maken der sluizen en waterkeerin- „ gen, als in de Nieuwebrug, voor de Oude Kolksluis, aan „ het einde der Geldersche Kade, voor de Oude Waal en „ aan de Kalkmarkt, was hierin voorzien. Dit geheele „ werk was geschied, meestal op aandrijven van den be- „ roemden, en door onze landgenooten niet genoeg op prijs „ gestelden JOHANNES HUDDE, Burgemeester van Amsterdam."

Een groot deel der Verhandeling van MOLL is verder gewijd aan het onderzoek, of eenige andere oude peilmerken, die men zoo te Amsterdam als elders vindt, grond geven tot de onderstelling, dat A. P. vóór 1681 bekend of in gebruik zoude geweest zijn, en het slot van het betoog luidt aldus: „ Ik blijf dus, tot zoo lang ik deswegen beter zal „ overtuigd zijn, vermoeden, dat A. P. in 1681 of 1682 „ is begonnen gebruikt te worden, en dat de peilsteenen „ aan de waterkeeringen, geteekend: *Zeedyks hooghte, zynde* „ 9 *voet* 5 *duim* boven stads peil, als de eerste merktee- „ kenen van hetzelve te houden zijn."

Wijlen de Heer ALEWIJN, Commissaris der Stads publieke werken, is eenigermate van een ander gevoelen, althans wat den oorsprong van het Amsterdamsche Peil betreft. In de Nieuwe Verhandelingen der Eerste klasse van het (voormalig) Koninklijk Nederlandsche Instituut vindt men twee

belangrijke Bijdragen, de eerste in het 5de, de tweede in het 7de deel, medegedeeld door ALEWIJN, met betrekking tot den oorsprong van het A. P. Volledigheidshalve moge het daar vermelde hier herhaald worden. In het 5de deel dier Verhandelingen, bladz. XV van het *Berigt* leest men: „De Heer ALEWIJN kreeg bijzondere aanleiding [tot eene „nasporing omtrent het A. P.] door een handschrift, af„komstig van wijlen den beroemden Amsterdamschen Burge„meester HUDDE, en thans toebehoorende aan Jonkheer „Mr. P. DEDEL, Lid der Staten-Generaal.

„Dit handschrift heeft hoofdzakelijk betrekking op de „Amstelsluis, in 1670—1673 gebouwd, en bevat ver„scheidene aanteekeningen over den toenmaligen water„staat der stad Amsterdam, bij die gelegenheid door HUDDE „bijeenverzameld. Men leert uit hetzelve daaromtrent, en „in het bijzonder omtrent het *Amsterdamsche pijl*, om„standigheden kennen, welke aan de geleerden, die zich „met dit onderwerp hebben bezig gehouden, onbekend „schijnen geweest te zijn.

„Daaruit blijkt namelijk:

„1°. Dat in en vóór het jaar 1670 het hoogste punt, „thans het Amsterdamsche peil genaamd, reeds was vast„gesteld.

„2°. Dat te dien tijd, en vroeger, het water in sommige „grachten der stad werkelijk tot dit peil werd ingelaten.

„3°. Dat het na de voltooijing der Amstelsluis, of in „1673 geweest is, dat het tegenwoordig *Lijdelijk-peil* van „een half voet onder het *Amsterdamsche peil* voor de ge„heele stad is ingevoerd.

„Door de aanteekeningen van HUDDE alzoo voorgelicht „omtrent de beteekenis van het *Amsterdamsche peil*, be„toogde de Heer ALEWIJN verder uit eene beschouwing „der kaart van Amsterdam, door CORNELIS ANTHONISZOON „in 1536 geschilderd, en in 1544 in houtsnede uitgege-

„ven, dat toen geen vast peil van het water in de stads-
„grachten kan bestaan hebben, vermits uit die kaart blijkt,
„dat de grachten te dier tijde geen van den Amstel
„afgescheiden polder uitmaakten.

„Maar deze staat van zaken veranderde met het einde
„van de 16de en het begin der 17de eeuw. In 1595 im-
„mers werden de oude Haarlemmersluis, en in 1602 de
„nieuwe Haarlemmersluis, welke beide vroeger slechts uit-
„waterende sluizen waren geweest, in schutsluizen veran-
„derd, en ook toen werd de Heiligewegsluis gebouwd;
„deze laatste klaarblijkelijk, om de stadsgrachten van den
„Amstel af te scheiden, ten einde het water in deze
„grachten op eene, van de rijzing en daling des Amstel-
„waters onafhankelijke hoogte te houden.

„Te welker tijd dan ook verscheidene ordonnantiën ge-
„maakt zijn, betrekkelijk de nieuwe schutsluizen, te vin-
„den in de handvesten van Amsterdam, en onder dezelve
„eene van het jaar 1602, rakende de nieuwe Haarlemmer-
„sluis, welke aldaar bepaaldelijk met den naam van *Peyl-*
„*sluyse* benoemd werd.

„Uit deze en andere in het manuscript aangevoerde om-
„standigheden komt het dan allezins waarschijnlijk voor,
„dat omtrent het jaar 1602 het hoogste punt, thans *Am-*
„*sterdamsche peil* geheeten, is vastgesteld en als stads peil
„aangenomen. Doch tevens volgt daaruit, dat, hoezeer dit
„peil waarschijnlijk wel tusschen de gewone vloed- en eb-
„hoogten van het Y te dier tijd gelegd is, men hetzelve
„nogthans niet kan houden voor eene, uit naauwkeurige
„observatiën afgeleide gemiddelde hoogte van het Y, of
„der Zuiderzee, tijdens de vaststelling van dit peil ge-
„daan; maar dat het slechts een polderpeil is, vastgesteld
„naar de gelegenheid van de reeds bestaande kaaijen, kel-
„ders, bruggen, diepte der stadsgrachten en dergelijke om-
„standigheden meer.

„Weswege men uit de vergelijking van de hoogte van „dit punt met observatiën der Eb- en Vloedhoogten in „onze dagen geene naauwkeurige gevolgtrekkingen kan af„leiden, omtrent de betrekkelijke gemiddelde hoogte van „het Y, de Zuider- of Noordzee in vroeger en later tijd."

Op deze mededeeling van den Heer ALEWIJN, laat de Klasse nog de volgende opmerking volgen:

„Het is zeer te wenschen, dat de Heer ALEWIJN van „den bezitter dezes belangrijken manuscripts vrijheid er„lange, om het door den druk algemeen verkrijgbaar te „stellen, opdat het zoo lang onbeslist gebleven vraagstuk „over den oorsprong van het *Amsterdamsche peil*, einde„lijk tot zekerheid worde gebragt." Deze wensch evenwel is niet vervuld geworden.

In het 7de Deel derzelfde Nieuwe Verhandelingen van het Kon. Ned. Instituut, pag. XIX tot XXI, vindt men verder vermeld, dat ALEWIJN de aandacht der Klasse vestigde „op zekere sententie gegeven by de Koninginne van „Hongarije enz. Regente van de Keizerlijke Majesteit in „deze zijne Erflanden enz. Van 't jaar 1545, te vinden bij „WAGENAAR, in zijne *Geschiedenis van Amsterdam* aan het „einde van het 3de deel, 1ste boek, Bijlage Litt. B, waarbij „onder anderen verordend wordt, om schutdeuren in de „oude Haarlemmer en Kolksluizen te maken, en water„keeringen aan de Osjes- en Grimnesse sluizen te bouwen „ten einde het Y, in de toen bestaande stadsgrachten, na„melijk, de Oude en Nieuwezijds Achterburgwallen, tot op „eenen gemeenen vloed in te laten." Hieruit leidde ALEWIJN af, dat deze omstandigheid kan beschouwd worden, als de eerste aanleiding gegeven te hebben tot vaststelling van een stadspeil, gelijkstaande met de hoogte van de gewone vloeden, omtrent het midden der 16de eeuw, welke hoogte daarna *Stads peyl*, of ook wel de *Peyl*, en later het *Amsterdamsche Peyl* is genoemd.

Volgens MOLL moesten de nieuwe sluizen (beter de *deuren* der nieuwe waterkeeringen (van 1680—1682)) gesloten worden wanneer de vloed in het Y tot zekere hoogte gerezen was, en MOLL vermoedde, dat het deze hoogte is, welke de bepaling van het Amsterdamsche Peil heeft gegeven. In het exemplaar der boven aangehaalde *Bijdragen tot de Nat. Wetenschappen*, dat mij welwillend door wijlen onzen geachten Secretaris den Heer W. VROLIK ter inzage gegeven is, staat te dezer plaatse eene eigenhandig door ALEWIJN in potlood geschreven aanteekening, dus luidende: „*Mis! de nieuwe waterkeeringen werden niet gesloten voor dat het water tot op* 15 *Amst. duimen boven* „A. P. *staat*," hetgeen genoegzaam overeenstemt met het vermelde bij WAGENAAR, dat wij hierna zullen aanhalen. Niettegenstaande deze aanmerking is toch ALEWIJN het eens met MOLL, dat het A. P. zijnen oorsprong verschuldigd is aan de *gemiddelde* hoogte van den vloed in het Y; volgens ALEWIJN in het midden der 16de eeuw (1545), volgens MOLL ten tijde van HUDDE (1680). Indien de bodem niet gezakt, noch de vloed gemiddeld hooger geloopen is, tusschen de beide tijdstippen, gelijk wij als hoogst waarschijnlijk hierna zullen aanwijzen, dan zijn beide bepalingen geheel overeenstemmend. Maar ALEWIJN ging van het denkbeeld uit, dat er eene verhooging der vloeden langzamerhand plaats had, of gehad had, en zoo schreef hij naast de woorden van MOLL... „het is of was althans ten „tijde van HUDDE de hoogte van den gemiddelden vloed in „het Y," de kantteekening in potlood: *gedeeltelijk wel!*

Hoe het zij, de gemiddelde hoogte van den vloed in het Y kwam in het begin der voorgaande eeuw, en komt ook nu nog, zoo na met de hoogte van het A. P. overeen, dat deze gemiddelde vloedhoogte als oorspronkelijke definitie kan aangenomen worden, iets dat wij wel niet meer *met zoovele woorden vinden uitgedrukt*, maar dat, twee- of

driehonderd geleden, van algemeene bekendheid *kan* geweest zijn. Ik begrijp evenwel ALEWIJN niet, wanneer hij, in het vervolg der aangehaalde mededeeling in eene Vergadering van de Eerste Klasse van het Kon. Ned. Instituut, 7de deel, zegt: „dat in het begin der 18de eeuw, de gemiddelde „vloedhoogte was 8 en $\frac{2}{10}$ duimen of 82 mm. boven Am„sterdamsche Peil," terwijl in geen der jaren van 1700 tot 1717 de jaarlijks gem. vloedhoogte meer dan 40 mm. (te weten eens in 1712) boven A. P. beloopen heeft, en gemiddeld uit 18 jaren binnen 1 mm. met A. P. overeenstemt.

Nog moet ik opmerken, dat als MOLL zegt: men kan het A. P. dus aannemen als de gemiddelde hoogte der Noordzee op onze kusten, hierin een verschil gelegen is met de bepaling van de gemiddelde hoogte der vloeden in het Y, ten minste indien — gelijk ik voor zeker acht tot nader bewijs van het tegendeel — de gemiddelde hoogte der Noordzee overeenkomt met de gemiddelde hoogte van het Y, zoodat de gemiddelde vloedhoogte in dit laatste water *een half verval*, te weten 154 mm, hooger is dan de gemiddelde hoogte der Noordzee. — Wanneer ik de betrekkelijke standen der peilschalen te Nieuwe Diep en te Amsterdam zal weten, zal de vraag naar den gemiddelden stand van het Y, in vergelijking tot den gemiddelden stand der Noordzee, ligt beslist worden.

Het schijnt niet dat de stand van het A. P. anders dan aan houten peilschalen is aangewezen geworden, welke schalen thans niet meer bestaan, of, zoo al aanwezig, in den loop der jaren vernieuwd zijn geworden en dus toch geen vast merk opleveren. Bij het maken der nieuwe waterkeeringen voor deze stad in de jaren 1681 tot 1683, is echter zorg gedragen om het Amsterdamsche peil zoo goed mogelijk te verzekeren, door het inmetselen van marmeren steenen in de zijmuren der sluizen. In elk dezer steenen is eene horizontale lijn gegraveerd, of eene wig-

vormig toeloopende groef gemaakt, met een opschrift, luidende: *Zeedijks hooghte, zijnde negen voet vijf duym boven Stadts-peyl.*

Het opschrift schijnt vooraf, denkelijk vóór het inmetselen, op de steenen gegraveerd te zijn, en daarna eerst de strepen op de juiste hoogte te zijn gemaakt en uitgehouwen. Dit althans is de doelmatigste gang, en dat hij gevolgd is, schijnt o. a. daaruit te blijken, dat er één steen voorhanden is aan de nieuwe Haarlemmersluis, op het einde van den Singel, waarop wel het opschrift staat maar de aanwijzende streep nog ontbreekt. Hoe dit zij, de merken van zeedijks-hoogte zijn met veel zorg, vooral als men den tijd nagaat wanneer zij gemaakt zijn, gesteld geworden, want bij een herhaald onderzoek is gebleken, dat zij alle op weinig millimeters na, in een zelfde horizontaal vlak gelegen zijn. Het komt mij niet onwaarschijnlijk voor, dat de merken gemaakt moeten zijn, nog vóór dat het buitenwater toegang tot de gebouwde waterkeeringen had, en dat zij door middel van het binnenwater zeer na juist op eene gelijke hoogte gebragt zijn. Want de steenen zijn alle aan den kant van het Y en het buitenwater is maar zeer zelden zoo stil, en dan nog slechts voor eenen korten tijd, dat het voor eene goede waterpassing gebezigd kan worden. In de dagen toen er nog geene Ooster- en Westerdoksdijken waren, moet dit nog veel meer het geval geweest zijn. Is deze opmerking aannemelijk, dan zoude daaruit volgen, dat de merken van Zeedijkshoogte te gelijk met het maken der waterkeeringen gesteld zijn, dat is in of omstreeks het jaar 1682, toen het nieuwe werk, om Amsterdam beter van den last van het buitenwater te ontheffen, voltooid was.

Ik heb getracht in het stedelijk Archief, onder de leiding van onzen kundigen Archivaris, den Heer SCHELTEMA, nog iets meer omtrent den oorsprong der merken van

Zeedijks-hoogte op te sporen, maar heb niets wat tot de oprigting of plaatsing betrekking heeft, kunnen ontdekken. Het eenige dat gevonden is, bepaalt zich tot het volgende, als bij WAGENAAR, *Beschrijving van Amsterdam*, D. II. bl. 61:

„Zeedijks Hoogte. Zijnde 9 voet 5 duim boven stads „peil. De peil staat benevens en onder dezen steen, of „naast of tegen een der sluisdeuren, klimmende de merk„letters in denzelven op met drie duimen, 3, 6, 9, 12 „enz. tot 104 duimen toe, zijnde de gemelde hoogte van „9 voet 5 duim Amsterdamsche maat. De peilteekenen „aan de waterkeering voor de Oude Kolks-sluizen; aan de „Nieuwe Markt-sluis en elders verschillen hiervan een „weinig, en klimmen niet zoo hoog in 't aanwijzen der „rijzinge van 't water. Zoodra de vloed rijst tot 5 of zes „duimen beneden dezen peil, moeten de Y-sluizen; en „wanneer dezelve, tot zestien of achttien duim boven den„zelven rijst, ook de waterkeeringen toegezet worden. Wan„neer het water tot vier en twintig duim klimt, wordt „het slot aan de deuren der waterkeeringen gehangen: op „veertig duim, worden de nooddeuren. zijnde de binnenste „deuren der waterkeeringen, toegezet: op vijftig duim „worden de deuren met balken versperd: op omtrent zes„tig duim, loopt de Slaperdijk bij Spaarnedam over, waar„door eenige ontlasting voor de Stad komt."

En ook bij WAGENAAR, Boek I, pag. 61:

„Om klaarder begrip te hebben van de wijze, waarop „de sluizen werken, zoo tot verzekering der Stad tegen „hooge vloeden, als tot verzekering van dezelve, moet men „weten, dat een gemeene vloed in het Y rijst tot omtrent „10 voet (*) Rijnlandsche maat, beneden de hoogte van den

---

10 vt. Rl. = 3,138 el, is 462 *mm* of nagenoeg 1½ vt. Rl. *meer* dan 9 vt. 5 d. Amst. Indien de hoogte van den dijk (zoo als hier vermeld wordt) door de steenen van Zeed.h. aangewezen, 9 vt. 5 dm. Amst.

„Spaarnedammer- en Muider-dijk. Wanneer de vloed tot „deze hoogte beneden den dijk geklommen is, wordt het „water gezeid te staan op *Stads- of Amsterdamsche Peil.* „De hoogte van den dijk wordt, aan verscheidene Y-slui- „zen en aan alle waterkeeringen, aangewezen door een' „witten steen, waarop gehouwen staat: Zeedijks-hooghte, „zijnde 9 vt 5 d. boven stads peyl."

Voorts bij COMMELIN, *Beschrijvinge van Amsterdam*, 1726. Boek V, pag. 837:

„Als men in aanmerking neemt aan de Stads Peyle, die „aan alle buyten-sluyzen zijn te zien, hoe jaarlijks de „zeegaten verwijden en de vloeden hooger worden, en da- „gelijks observeert het Vloeyen en Ebben van de stroomen, „en daarbij considereert de hoogten van de Deksteen van „de Sluis tot Muijden, zynde 9 voet en 5 duim boven „het ordinaire water, waarna alle de zeedijken werden ver- „zwaart en verhoogt, om alle hooge vloeden te kunnen „keeren, zoo kan ook staat gemaakt worden, dat deze „water-keer op de zelve hoogten het water konnen keeren. „Wat voordeel nu de Stad van Amsterdam van deze „nutte water-keer geniet, kan men hieruit gemakkelijk „begrijpen."

In het *Groot Memoriaal*, 5de Boek, bladz. 157, 30 October 1664, wordt gewag gemaakt van eene „overbren- „ging van het Peyl (daerop het Yewater ingelaten wordt) „naar eene plaats daartoe aangewezen." De plaats was er-gens bij de Utrechtsche straat. Welligt is dit de oorsprong van de peilschaal bij de Amstelsluis geweest, van waar de Generaal KRAYENHOFF zijne waterpassingen begonnen is.

Nog heb ik uit eenige ongedrukte losse stukken: L. W-

---

boven A. P. of boven de *gemeene vloed* is, dan zoude dit overeenstemmen met nagenoeg 8½ vt. Rl. De 10 voet is dus zeer ruim genomen, of er bestaat eenige andere vergissing.

2. N° 4. *Peiling van verscheidene plaatsen zoo in als voor de stad*, 5 *en* 6 *Junij* 1554, het volgende opgeteekend:

„ Verklaring door eenige varenslieden afgelegd ten aan-„zien van de vloeijing van het water voor deze Stad.... „ Dat een gemeen dagelijks water, binnen deze Stede in „ het damrak, buiten het Y en ook voor de Lastaadje, „ vloeijende is *stijf anderhalve roede voeten op en neder elke „ voet tot* 11 *duimen gerekend*," en voorts: „ dat den 5 „ Junij 1554 ten 5^{u} na den Noene, wezen zal *vol zee*, ter „ plaatse voornoemd." Dien dag was het een *dagelijksch water*, gelijk bij de verklaring nog bijgevoegd is.

Uit deze verklaring volgt, dat in de 16de eeuw althans geene *mindere* vloeden hebben plaats gehad dan in 1700 en nu nog op dit oogenblik, want *stijf anderhalve roede voeten*, elke voet *tot* 11 *duimen gerekend*, beteekent blijkbaar stijf *anderhalve* voet Amsterdamsche maat, hetgeen overeenstemt met iets meer dan 425 *mm.*, terwijl het, volgens de waarnemingen aan het waterkantoor, zoo in het begin der voorgaande eeuw, als nu nog, slechts 317 streep, dat is 108 streep minder, bedraagt. — Nu is aan de opgave der varenslieden, wel geene naauwkeurigheid toe te schrijven, zoo als men die thans verstaat, maar zeker is die opgave in eene bepaalde maat, toch meer waard dan de onbepaalde uitdrukking, zoo als bij COMMELIN: hoe jaarlijks de zeegaten „ verwijden en de *vloeden hooger worden.*" Dit denkbeeld van het hooger worden der vloeden schijnt zich lang gevestigd te hebben, zonder dat ik er eenigen positieven grond voor vinden kan, anders dan dat men meer beducht voor overstrooming geworden is, en dus het gevaar overschatte. — Het ware te wenschen dat de Vloed en Eb voor de stad meer op en neer liepen dan werkelijk het geval is, het zoude voor Amsterdam eene betere waterverversching geven, en welligt behoefde Hol-

land niet doorgegraven te worden. Maar om tot het *Amsterdamsche peil* terug te keeren, dat tot een beginpunt van telling bij hoogteopgaven geworden is, niet alleen in ons land, maar ook in het buitenland tot in *Posen* toe en welligt verder.

Het A. P. is dus door de merken van Zeedijks-hoogte op het laatst der 17de eeuw goed aangewezen geworden, zoo voldoende, zoude ik haast zeggen, dat het leggen der steenen, op de hoogte zelf van het peil, behalve bij de Amstelsluis, bijna overtollig kan genoemd worden; en inderdaad is er door het leggen dier steenen eerder eene kleine onzekerheid ontstaan, dan dat de zekerheid zoude toegenomen zijn, zoo als wij zien zullen.

Uit het bovenstaande kan afgeleid worden, dat de hoogte van het water afgelezen werd aan houten peilschalen, die in de nabijheid van de merken van Zeedijks-hoogte gesteld waren. Eene geregelde opteekening der waterstanden geschiedde echter elders, althans sedert het begin van het jaar 1700, want van dat tijdpunt af dagteekenen de waarnemingen aan het *Stads-waterkantoor*, en waarschijnlijk zal men reeds terstond bij de bouwing er van op: *„palen, voor „de Nieuwe Markt,"* het doel gehad hebben, of de voorkeur gegeven hebben, om de waterstanden *daar ook* te peilen, eerder dan telkens naar een der sluizen te loopen. Dit gebeurde eerst dan, wanneer wegens hooge vloeden de sluis aan den Schreijers-toren moest gesloten blijven, en men aan het waterkantoor den stand van het buitenwater niet konde waarnemen; dan begaf zich de persoon, die ambtshalve met de opteekening belast was, naar het Zeeregt bij de Nieuwe Brug om het onderzoek daar voort te zetten. Deze uitzondering kwam echter zelden voor, zoodat de aanteekeningen van de waterstanden te Amsterdam, van 1700 tot 1861 toe, gerekend moeten worden volgens de peilschaal van het voormalige waterkantoor, op de plaats waar nu

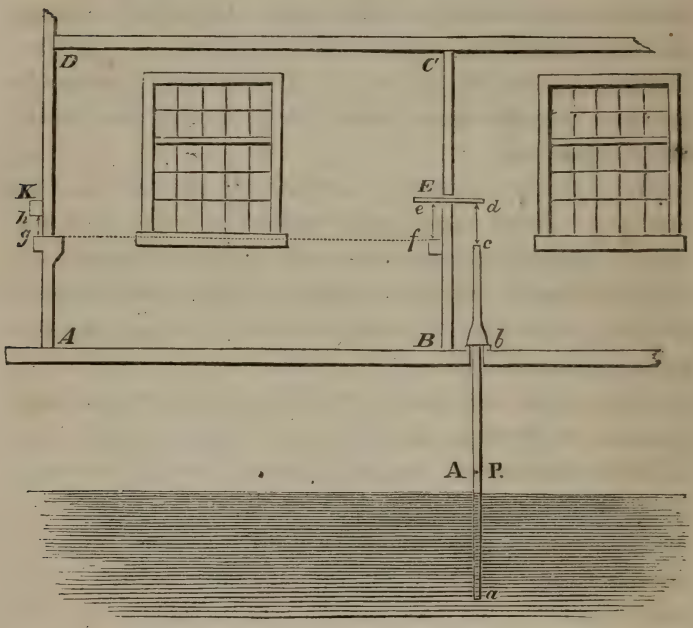
eene nieuwe vischmarkt voltooid is. Bij het gebouwtje, waarin het waterkantoor zich bevond, was een houten peilschaal geplaatst, bevestigd aan een afzonderlijk staande paal. Het was de oude peilschaal niet meer want zij was volgens metrieke maat verdeeld. De peilingen echter geschiedden in het kantoor zelf, door het steken van eenen peilstok door een gat in den vloer. Het punt tot waar de stok bevochtigd werd toonde den stand van het water aan. De *nul* of het A. P. was op den peilstok, die tot eene bepaalde diepte alleen ingestoken konde worden, zelf aangeteekend.

Wat het oude gebouwtje betreft, dit is, zoo als het zich in het laatst zijner dagen vertoonde, voor de herinnering bewaard gebleven door eene gravure, geplaatst in het *Nederlandsch Magazijn*, jaargang 1861, onder redactie van den Heer P. H. WITKAMP, die daarbij eenige aanteekeningen gevoegd heeft.

Toen in Mei des jaars 1861 dit gebouwtje stond weggebroken te worden, verzocht ik, en verkreeg zeer gereedelijk de vergunning van den Heer J. J. TEDING VAN BERKHOUT, Wethouder belast met de publieke werken der stad, om de noodige waarnemingen te doen, opdat het punt waarnaar zoo vele jaren was waargenomen geworden, niet zoude verloren gaan; waardoor die waarnemingen een deel harer waarde zouden verloren hebben. De Heer P. VAN DER STERR, Stads-Ingenieur, heeft aan de werkzaamheden gelijkelijk deelgenomen dierwijze dat alle waterpassingen en opmetingen steeds dubbel zoo door dien Heer als door mij zijn geschied, terwijl wat de reeksen van opgeteekende waterstanden betreft deze onder onmiddellijk toezigt van den tegenwoordigen kommandeur van het waterkantoor K. KOURTAGE, een man, geheel vertrouwd met alles wat het water in en bij deze stad betreft, en die den wil van naauwkeurigheid heeft, geschied zijn.

Stand van het A. P. *in het oude Waterkantoor met betrekking tot hakkelbouten, geslagen in het gebouw der St. Anthonies poort, in de Oude Kerk, en de merken van Zeedijks-hoogte aan de Kraans- en Kolks-waterkeeringen.*

1°. Waterpassing in het oude Waterkantoor.



Zij *abc* de peilstok, zoo als hij bij het peilen gebruikt werd, stekende door eene opening in den vloer, bij *b*, tot in het water onder het kantoor.

A B C D is eene kamer naast of achter het vertrek waar de waarnemingen geschiedden. Deze kamer A B C D had nog een raam in den wand A D, dat niet is afgebeeld, maar waarvan *g* de vensterbank voorstelt. Buiten tegen het gebouw was al vroeger een houten klamp geslagen, waarvan men in K de projectie ziet.

Deze klamp moest dienen tot steunpunt voor het baken bij de te doene waterpassingen buiten het gebouw.

Om nu het verschil in hoogte tusschen het A. P. op den peilstok en den klamp K te vinden, is in het schot BC bij E een gat gemaakt, waardoor een zuiver regt liniaal of latje *ed* konde gestoken worden; er is bij *f* tegen het schot een klamp *f* bevestigd, zeer op nabij de hoogte van de vensterbank bij *g*.

Het verschil in hoogte tusschen *f* en *g* is gevonden door middel van eene lat te leggen op *f* en *g*; op welke lat in het midden een libel geplaatst was. Door de einden der lat tusschen *g* en *f* te verwisselen, met de noodige zorg om het libel mede om te draaijen, kon het verschil in hoogte tusschen deze punten met de vereischte juistheid bepaald worden; de afstand *g f* was ongeveer $2\frac{1}{2}$ el. Door het latje *ed*, ook met het libel er op, zuiver waterpas te houden konden de lijnen *c d* en *e f* gemeten worden; en op gelijksoortige wijze is het verschil in hoogte *g h*, en dan *h k* gevonden.

Aldus is gemeten

24 Mei 1861,

Van A. P. tot aan *c*, langs den peilstok.		1,5015 el
	c d = 0,258 el	
	e f = 0,256 "	
f boven *c*		0,0020 "
g boven *f*		0,0005 "
h boven *g*	*g h* =	0,1455 "
K boven *h*	*h* K =	0,0595 "
Klamp K, het bovenvlak, boven A. P.		1,7090 el.

Den 9 Mei bevorens was reeds, op 1 à $1\frac{1}{2}$ streep na,

langs eenen anderen weg hetzelfde resultaat verkregen, maar het bovenstaande verdient de voorkeur.

In den noord-oostelijken toren van het gebouw der St. Anthonies-poort zijn twee koperen hakkelbouten geslagen; 1,14 el uit den oostelijken dag van de deur, waarboven het jaartal 1617 staat, den hoofd-ingang van het Theatrum Anatomicum. — De bovenste hakkelbout *midden in den eersten bandsteen*, met den kop geheel ingelaten; de onderste hakkelbout tusschen de voegen van vier steenen, 1 Ned. duim met den kop uitstekend, maar bedekt door een vierkant eikenhouten plankje van 2 palm elke zijde.

De afstand der hakkelbouten is 0,4970 el.

De afstand dezer hakkelbouten tot den klamp K bedroeg nagenoeg 30 el.

9 Mei 1861 ('s morgens zeer vroeg).

Waterpassing tusschen den klamp K en de onderste hakkelbout in den St. Anthonies toren.

Eene instelling aan beide zijden heeft gegeven: hakkelbout *boven* den klamp . .	1,500,0 el
Eene tweede instelling	1,498,8 "
Gemiddeld	1,499,4 "
Klamp boven A. P. van den peilstok. .	1,709,0 "
Onderste hakkelbout boven *dit* A. P. . .	=3,208,4
	0,497,0
Bovenste hakkelbout boven *dit* A. P. . .	=3,705,4

De Heer P. VAN DER STERR had den voorgaanden dag (8 Mei) het verschil in hoogte tusschen het A. P. van den peilstok en de onderste hakkelbout op eene andere wijze bepaald; door namelijk den waterstand aan een peilschaal buiten het kantoor te doen waarnemen, en *gelijktijdig* binnen het kantoor te doen peilen.

Het boveneinde, of de kop der peilschaal is aldus gevonden, boven het A. P. van den peilstok . . . . . 0,997 El.
en de hakkelbout boven den kop der peilschaal. . . . . 2,210 „

Onderste hakkelbout boven A. P. des peilstoks. . . . . = 3,207 „

Het eerst medegedeelde resultaat is echter behouden.

Om nog een punt aan een stevig gebouw te bekomen, dat, met betrekking tot het Amsterdamsche Peil, goed bepaald zoude wezen, is in het Noord-Oostelijk gedeelte van de Oude kerk ook een koperen hakkelbout geslagen, bij den ingang van de Enge kerksteeg, komende van de Oude Zijds Voorburgwal. — Naast de kerk staat aldaar een gebouw, dat tot de kerk behoort en waarop in den gevel het jaartal 1571 staat. — De hakkelbout is geslagen in den Noord-Oosthoek der kerk zelf — waar het genoemde gebouw tegenaan staat, — ongeveer 8 à 9 palm boven den beganen grond, met den kop in de hardsteenen ingelaten.

Ter verbinding van de hakkelbouten en van het A. P. van den peilstok met de merken van Zeedijkshoogte aan de Kraans- en Kolks-waterkeeringen, zijn waterpassingen gedaan, in eenen ring: Uitgaande van het merk van Zeedijkshoogte aan de Kraans-waterkeering, naar den klamp K aan het Waterkantoor en de hakkelbouten van de St. Anthonies-poort, in 3 slagen . . . . . afstand = 490 El.
Vandaar, door de Monnikenstraat en de Kreupelesteeg, naar de Oude kerk, in 4 slagen, ... afstand = 353 „.
Van hier naar de Kolks-schutsluis, in 2 slagen, ... afstand = 200 „.
Van de Kolks-schutsluis, naar het merk

van Zeedijkshoogte in de Kolks-waterkeering, in 3 slagen, ... afstand = 164 El.
En eindelijk van hier naar het merk van Zeedijkshoogte in de Kraansluis, het punt van uitgang, in nog 2 slagen, afstand = 190 „ .

1397 El.

De uitkomst van dit onderzoek, gedaan op verschillende dagen, en wel, ter vermijding zoo veel mogelijk van belemmeringen door het verkeer in de stad, altijd 's morgens zeer vroeg, van 14 Mei tot 15 Junij 1861, is geweest als volgt:

Merken.	F. J. Stamkart.			P. van der Sterr.		
	Rijzing +, Daling —.		Doorgeteld.	Rijzing +, Daling —.		Doorgeteld.
	El.	Gemidd.		El.	Gemidd.	
Zeedijkshoogte van de Kraans-waterkeering...	0	0	0	0	0	0
	+0,9439 −0,9492 +0,9487	+0,9473		+0,942 +0,950	+0,9460	
Bovenste hakkelbout in de St. Anthonies poort....			+0,9473			+0,9460
	−1,5058 −1,5062	−1,5060		−1,5043 −1,5014	−1,5028	
Hakkelbout in de Oude kerk (N.-O. hoek).....			−0,5587			−0,5568
	−0,2935 −0,2914	−0,2925		−0,2857 −0,2896	−0,2877	
IJzeren trekpen in de Kolks-schutsluis.....			−0,8512			−0,8445
	+0,8444 +0,8418	+0,8431		+0,8443 +0,8446	+0,8444	
Zeedijkshoogte van de Kolks-waterkeering....			−0,0081			−0,0001
	+0,0048 +0,0053	+0,0051		+0,0020 +0,0050	+0,0035	
Zeedijkshoogte van de Kraans-waterkeering...			−0,0030			+0,0034

Beide waterpassingen sluiten op het einde even goed, maar de eene heeft te weinig, de andere te veel; een gemiddelde tusschen beider uitkomsten kan zeer weinig van de waarheid afwijken. Om echter, zoo mogelijk, nog iets

naderbij te komen, en de meest waarschijnlijke getallen te verkrijgen, zoo laat P, P_1, P_2 en P_3, de ware hoogten der vier punten, die tusschen het begin en einde der waterpassing gelegen zijn, voorstellen.

Stellen wij:

STAMKART.	V. D. STERR.
$P = + 0{,}9473 + x$	$P = + 0{,}9460 + y$
$P_1 = - 0{,}5587 + x_1$	$P_1 = - 0{,}5568 + y_1$
$P_2 = - 0{,}8512 + x_2$	$P_2 = - 0{,}8445 + y_2$
$P_3 = - 0{,}0081 + x_3$	$P_3 = - 0{,}0001 + y_3$

Dan zijn x, x_1 etc. en y, y_1 etc. de te vinden verbeteringen.

Vervolgens de afzonderlijke uitkomsten der waterpassingen tusschen de opvolgende punten als gegevens beschouwende van waarnemingen, waaraan wij een gelijk gewigt in elke rij zullen toekennen, dan heeft men gevonden:

$P - 0 = 0{,}9473 + x$	$= 0{,}9460 + y.$
$P_1 - P = - 1{,}5060 + x_1 - x$	$= - 1{,}5028 + y_1 - y.$
$P_2 - P_1 = - 0{,}2925 + x_2 - x_1$	$= - 0{,}2877 + y_2 \quad y_1.$
$P_3 - P_2 = + 0{,}8431 + x_3 - x_2$	$= + 0{,}8444 + y_3 - y_2.$
$0 - P_3 = + 0{,}0081 \quad - x_3$	$= + 0{,}0001 \quad - y_3.$

Dus de volgende vergelijkingen:

$x = - 3{,}4$ *mm.*	$y = - 4{,}0$ *mm.*
$x = + 1{,}9$ "	$y = + 4{,}3$ "
$x = + 1{,}4$ "	
$x_1 - x = - 0{,}1$ "	$y_1 - y = - 1{,}5$ "
$x_1 - x = + 0{,}3$ "	$y_1 - y = + 1{,}4$ "
$x_2 - x_1 = - 1{,}0$ "	$y_2 - y_1 = + 2{,}0$ "
$x_2 - x_1 = + 1{,}0$ "	$y_2 - y_1 = - 1{,}9$ "
$x_3 - x_2 = + 1{,}2$ "	$y_3 - y_2 = - 0{,}1$ "
$x_3 - x_2 = - 1{,}4$ "	$y_3 - y_2 = + 0{,}2$ "
$- x_3 = - 3{,}3$ "	$- y_3 = + 1{,}9$ "
$- x_3 = - 2{,}8$ "	$- y_3 = + 4{,}9$ "

Waaruit de volgende voorwaarden-vergelijkingen volgen:

$$\begin{aligned} 5x - 2x_1 &= -0{,}3 \text{ mm.} \\ -2x + 4x_1 - 2x_2 &= -0{,}2 \text{ "} \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= +0{,}2 \text{ "} \\ -2x_2 + 4x_3 &= +5{,}9 \text{ "} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 4y - 2y_1 &= +0{,}1 \text{ mm.} \\ -2y + 4y_1 - 2y_2 &= -0{,}2 \text{ "} \\ -2y_1 + 4y_2 - 2y_3 &= 0{,}0 \text{ "} \\ -2y_2 + 4y_3 &= -6{,}7 \text{ "} \end{aligned}$$

En door deze vergelijkingen op te lossen, komt:

$x = +0{,}32mm.$	$\pm 1{,}2mm.$	$y = -0{,}69mm.$	$\pm 1{,}9mm.$
$x_1 = +0{,}96$ "	$\pm 1{,}5$ "	$y_1 = -1{,}42$ "	$\pm 2{,}3$ "
$x_2 = +1{,}69$ "	$\pm 1{,}4$ "	$y_2 = -2{,}06$ "	$\pm 2{,}3$ "
$x_3 = +2{,}32$ "	$\pm 1{,}1$ "	$y_3 = -2{,}70$ "	$\pm 1{,}9$ "

Dus is:

	Middelb. fout,		Middelb fout.
$P = 0{,}947.6$	$\pm 1{,}2mm.$	$P = 0{,}945.3$	$\pm 1{,}9mm.$
$P_1 = -0{,}557.7$	$\pm 1{,}5$ "	$P_2 = 0{,}558.2$	$\pm 2{,}3$ "
$P_2 = -0{,}849.5$	$\pm 1{,}4$ "	$P_2 = -0{,}846.6$	$\pm 2{,}3$ "
$P_3 = -0{,}005.8$	$\pm 1{,}1$ "	$P_3 = -0{,}002.8$	$\pm 1{,}9$ "

Nemende het gemiddelde der uitkomsten, met inachtneming der verschillende gewigten, zoo heeft men ten laatste:

Kraans-Zeedijkshoogte. . .	$= 0$
Bovenste hakkelbout in de St. Anthonies-poort, . .	$P = +0{,}946.9$ El $\pm 1{,}0mm.$
Hakkelbout in de Oude kerk, (N.-O. hoek).	$P_1 = -0{,}557.8$ " $\pm 1{,}3$ "
IJzeren trekpen in de Kolksschutsluis, ...	$P_2 = -0{,}848.7$ " $\pm 1{,}2$ "
Kolks-Zeedijkshoogte, . .	$P_3 = -0{,}005.0$ " $\pm 1{,}0$ "

Wij hebben dus, daar volgens de bepaling, Zeedijks. hoogte 9 voet 5 duim Amst. = 2,6762 El boven A. P. is, met betrekking tot het merkteeken aan de Kraans-waterkeering:

Kraans-Zeedijkshoogte *boven* A. P. . . . = 2,6762 El.
Bovenste hakkelbout *boven* Zeedijksh. Kraan. = 0,9469 „
Bovenste hakkelbout *boven* A. P. van de Kraan. = 3,6231 „

Hierboven is gevonden:

Bovenste hakkelbout boven A. P. van den peilstok. . . . . = 3,7054 „

Dus het A. P. van den peilstok, *onder* het A. P. van de Kraans-waterkeering. . . 0,0823 El.

of, met andere woorden, het *nulpunt* van den peilstok is 82,3 *mm.* te laag geplaatst.

Om den stand van dit *nulpunt* ook nog op eene andere wijze te onderzoeken, zijn gedurende eenige dagen, dat het *Oude* waterkantoor nog aanwezig was, en aan het *nieuwe* thans bestaande bij de Kraans-waterkeering reeds waarnemingen konden gedaan worden, gelijktijdige opteekeningen gedaan aan *beide kantoren*. Op deze wijze is het verschil van de peilschaal aan het nieuwe waterkantoor, en den peilstok van het oude, gevonden als volgt:

A. P. van den peilstok te laag. . . . . 15 Mei 1861, gem. 79 *mm.*

NB. Elke vergelijking is het midden uit 36 opteekeningen, op de gewone wijze genomen, niet nader dan tot in *volle duimen*.

16	„	„	79 „
17	„	„	81 „
18	„	„	78 „
19	„	„	78 „
20	„	„	81 „
21	„	„	78 „
22	„	„	74 „

Gemiddeld 78,5 *mm.*

of, met uitsluiting van het laatste getal 74, gemidd. 79,4 *mm.* te laag.

Deze uitkomst verschilt van de voorgaande nagenoeg 3 *mm.* Hierbij dient echter in aanmerking te komen, dat de

opteekeningen aan beide schalen niet gelijksoortig zijn geweest. Aan het oude waterkantoor werd opgeteekend het punt tot waar de peilstok zich bevochtigde; aan het nieuwe kantoor is de opteekening regtstreeks aan de peilschaal geschied. Daar nu wel bekend is, dat door de capillaire werking eene bevochtiging altijd hooger dan de oppervlakte van het water plaats heeft, en wel ongeveer 2 *mm*, zoo kan het geene verwondering baren, dat langs de regtstreeksche vergelijkingen iets minder gevonden is, dan door de waterpassingen; daargelaten nog, dat er ook eene kleine gemiddelde correctie voor de aflezing van waterstanden aan eene peilschaal moet aanwezig zijn, en dat ook de ⊖ der peilschaal aan het nieuwe kantoor nog een kleine correctie zoude kunnen behoeven.

Wij mogen dus de uitkomst der vergelijkingen door de gelijktijdige opteekening der waterstanden aan beide kantoren, als voldoende in overeenstemming met de uitkomst der waterpassingen beschouwen.

Hieruit volgt ook nog, dat om peilschalen, door de opteekeningen van waterstanden naauwkeurig te vergelijken, de waarnemingen aan beide punten op *dezelfde wijze* moeten gedaan worden; hetgeen overigens in het algemeen van alle waarnemingen wel bekend is.

De onderlinge ligging der merken van Zeedijkshoogte aan de Kraans- en Kolks-waterkeeringen gevonden zijnde, is het van belang voorgekomen om op dezelfde wijze, dat is weder door waterpassingen, ook de andere bestaande merken te onderzoeken. Deze merken zijn:

Aan de Nieuwebrugs-waterkeering,
aan de Oude Haarlemmersluis,
en aan de West-Indische sluis, aan het einde van de Kalkmarkt.

Er is nog een steen aan de Nieuwe Haarlemmersluis.

Hierop staat wel het opschrift: Zeedijkshoogte enz, maar de horizontale groef ontbreekt, zoo als hier boven aangemerkt is.

Ook de steen aan de Oude Haarlemmersluis kan niet meer in rekening komen, omdat hij blijkbaar niet meer geheel goed ligt. De horizontale groef is hellende geworden, en de voegen der steenen van den sluismuur, op de plaats waar het merk van Zeedijkshoogte ingemetseld is, loopen ook iets afhellende naar den IJkant, aanwijzende dat hier eene kleine plaatselijke verzakking heeft plaats gehad. De waterpassing naar het merk van Zeedijkshoogte in de Oude Haarlemmersluis, heeft dan ook maar *eenmaal* plaats gehad; naar de beide andere merken is tweemalen gewaterpast, als volgt:

	Rijzing.	
Zeedijkshoogte Kolks Waterkeering.		0,000.0 El.
afstand = 264 el, in twee slagen.	STK.	—0,000.2
	//	+0,002.3
	V. D. ST.	—0,000.0
	//	—0,002.1
Zeedijkshoogte Nieuwebrug	Gemiddeld =	—0,000.0 El.

Derhalve de merken van Zeedijkshoogte aan de Kolks-Waterkeering en aan de Nieuwebrugs-Waterkeering zeer nabij op gelijke hoogte. Deze waterpassingen zijn gedaan den 6den en 8sten Julij 1861.

	Rijzing.	
Zeedijkshoogte Nieuwebrug		0,000.0 El.
afstand = 212 El, in twee slagen.	STK.	+0,003
	V. D. ST.	+0,009
Haarlemmersluis Zeedijkshoogte.	Gemiddeld =	+0,006 El.

8 Julij 1861.

Rijzing.

Zeedijkshoogte Kraans-Waterkeering. . . . 0,000,0 El.
afstand = 397 El in drieslagen. STK. —0,014.6
" —0,012.2
V. D. ST. —0,009.2
" —0,009.7

Zeedijkshoogte West-Ind. Sluis. Gemiddeld = —0,011.4 El.
13 en 15 Julij. (19 Julij 1 slag herhaald).

Verzamelende hebben wij alzoo, uitgaande van de Kraans-Waterkeering:

Zeedijkshoogte	*Kraans-Waterkeering.* . .	0	
"	*Kolks-Waterkeering* . . .	— 5,0	*mm.*
"	*Nieuwebrugs-Waterkeering.*	— 5,0	"
"	*West-Indische Sluis.* . .	— 11,4	"
"	*Oude Haarlemmersluis.* .	+ 6	" *)

Nemende een gemiddeld vlak, gaande door de drie merken van de *Kraans-*, *Kolks-* en *Nieuwebrugs-Zeedijkshoogten*, als het naast aan de waarheid komende, dan krijgen wij:

Zeedijkshoogte	*Kraans-Waterkeering.* .	3,3 *mm.*	te hoog.
"	*Kolks* " .	1,7 "	te laag.
"	*Nieuwebrugs-* "	1,7 "	te laag.
"	*W.-Indische Sluis* . . .	8,1 "	te laag.
"	*Oude Haarl. Sluis.* . .	9 "	te hoog.
A P.	*peilstok oude waterkantoor.* .	79 "	te laag.

De uiterste dezer merken, van de *West-Indische Sluis* tot de *Haarlemmersluis* liggen ongeveer 1000 Ellen van elkander; de drie overige liggen er tusschen.

*) Dat deze merken van Zeedijkshoogte alle zeer nabij in een zelfde horizontaal vlak gelegen zijn, is reeds in het jaar 1851 gebleken, bij gelegenheid eener voorloopige overbrenging van het A. P. naar het oude Beursplein.

Het blijkt dus dat het A. P. als 9 voet 5 duim = 2,676 El onder Zeedijkshoogte, in het jaar 1682 of daaromtrent, zoo goed is aangewezen geworden, als men zeker voor dien tijd immer mogt verwachten, en dat de merkteekens ook nu nog zeer voldoende zijn, ten minste de drie middelste zeker.

Er blijft nu nog een voornaam punt over, namelijk het onderzoek, dat wij ingesteld hebben naar den stand van het A.P., zoo als dit door den Generaal KRAYENHOFF in het jaar 1812, door het doen plaatsen van 4 steenen, is aangewezen. Het merk van A.P. aan de Amstelsluis is daarenboven van het meeste belang, omdat van dat merk alle waterpassingen zijn uitgegaan, die na KRAYENHOFF hebben plaats gehad.

De Amstelsluis is eenigzins te ver verwijderd, dan dat wij niet de voorkeur zouden gegeven hebben aan eene herhaalde gelijktijdige opteekening der waterstanden aan de Amstelsluis en andere bekende punten, boven eene waterpassing door het volkrijkste deel der stad. Eene zwarigheid bij de vergelijking door het gelijktijdig opteekenen van waterstanden, die vroeger bestond, was bovendien, door de plaats van het nieuwe Waterkantoor nu opgeheven, te weten deze, dat de steenen van Zeedijkshoogte alle aan den buitenkant der stad, boven het *buiten*water gelegen zijn, zoodat men nimmer een geheel doorloopend *stil* watervlak heeft tusschen de Amstelsluis en een der merken van Zeedijkshoogte.

Het nieuwe waterkantoor is nu wel geplaatst boven het buitenwater, maar aan de andere zijde van den dijk in het Oosterdok staat het binnenwater, en bij gelegenheden, die nu en dan plaats hebben, wanneer de sluizen gesloten zijn, is er dus een doorgaand stil watervlak tusschen de Amstelsluis en tot zeer nabij het nieuwe waterkantoor.

In den kaaimuur van de IJgracht (buitenkant), vlak

bij het waterkantoor is door den Heer VAN DER STERR op de hoogte van het A.P. een hakkelbout boven het *binnen*-water geslagen, en goed geverifiëerd.

Hetzelfde binnen-watervlak gaat ook door den O. Z. Voorburgwal, waar de hakkelbout in de Oude Kerk zich bevindt; en nogmaals vinden wij dit vlak in den Kloveniers Burgwal bij de Nieuwemarkt, waar in den kaaimuur een koperen hakkelbout geslagen is, welke door eene waterpassing over de Nieuwemarkt, met den hakkelbout in de St. Antonies poort is vergeleken. Met deze drie hakkelbouten is door herhaalde opteekeningen der waterstanden, bij gesloten sluizen, het merk van A.P. aan de Amstelschutsluis vergeleken.

Tegen den walmuur in de O. Z. Voorburgwal, op eenige Ellen afstands van den hakkelbout in de Oude Kerk, is eene peilschaal geplaatst geworden. De *nul* dezer peilschaal, op den 17den Julij 1862, met den hakkelbout in de Oude Kerk door eene waterpassing vergeleken zijnde, is, volgens de Zeedijkshoogte van de *Kraans-waterkeering te laag* gevonden. . . . . 1,6 *mm.*

Bij den hakkelbout in den walmuur van den Kloveniers burgwal, westzijde, in het verlengde van de Koestraat, is mede eene houten peilschaal tegen den walmuur bevestigd, met de *nul* der schaal op *dezelfde* hoogte als de hakkelbout.

Door eene waterpassing over de Nieuwemarkt is, den 14den Augustus 1862, de stand van deze *nul* der schaal, en van den hakkelbout, vergeleken met de hakkelbouten in de St. Antonies-poort. De waterpassing van den Heer P. VAN DER STERR en van mij hebben in dit geval geheel overeenstemmende uitkomsten gegeven, te weten: volgens Zeedijkshoogte van de *Kraans*-waterkeering. is de *nul* der schaal te laag gevonden. . . . . 2,2 *mm.*

In de maand Januarij 1862, terwijl ijs het water bedekte, hebben er 54 gelijktijdige waarnemingen van de

waterstanden plaats gehad aan de Amstelsluis, de peilschaal bij de Oude Kerk, en den hakkelbout bij het Stadswaterkantoor. Die waarnemingen werden gedaan met tusschentijden van één uur, den 21, 22, 23, 24, 25 en 27ste Januarij 1862. Zij hebben gegeven:

1°. Het *nulpunt* van den steen van KRAYENHOFF in de Amstelschutsluis, *onder* de *nul* der peilschaal bij de Oude Kerk. . . . . 28,6 *mm.*
De *nul* der peilschaal te laag . . . . . 1,6 *"*

De *nul* in de Amstelsluis, *onder* A P van de Kraans-waterkeering . . . . . 30,2 *mm.*

2°. Het Nulpunt in de Amstelsluis, vergeleken met den hakkelbout bij het waterkantoor, *te laag* . . . . . 28,0 *mm.*
Gemiddeld, volgens de 54 waarnemingen in den winter, bij besloten water.
Nulpunt Amstelsluis . . . . . te laag 29,1 *mm.*

De waarnemingen in den zomer hebben plaats gehad, van den 15 Augustus tot den 1 September 1862, bij gelegenheden van gunstig weder en gesloten sluizen, telkens met tusschentijden van 1 uur. Er zijn 9 waarnemingen bij, gedaan des nachts, en 14 op eenen *Zondag*, bij geheelen stilstand van scheepvaart. Men heeft telkens ook de windrigting opgeteekend.

3°. Het *Nulpunt* in de Amstelsluis, vergeleken met de peilschaal in den Kloveniers burgwal, te *laag*.

Windrigting	Getal waarnem.	
NO	29	27,6 *mm.*
O	22	28,3 *"*
ZO	11	26,0 *"*
Z	4	24,5 *"*
ZW	10	25,0 *"*
W	12	25,2 *"*
NW	5	28,8 *"*

Het getal waarnemingen bij tegengestelde windrigtingen is niet *gelijk*, zoodat b. v. de uitkomst bij NO meer gewigt toekomt, dan bij ZW. Desniettemin, bij het klein verschil der uitkomsten, schijnt het wel voldoende, die bij tegengestelde windrigtingen eenvoudig te middelen, aldus:

NO	29 waarn.	27,6 *mm*	} 26,3 *mm.*	
ZW	10 "	25,0 "		
O	22 "	28,3 "	} 26,7 "	
W	12 "	25,2 "		
ZO	11 "	26,0 "	} 27,4 "	
NW	5 "	28,8 "		

Als men aan de laatste uitkomst, om het geringer getal waarnemingen, het halve gewigt toekent, komt er:

Nulpunt der Amstelsluis *onder* de *nul* der peilschaal in den Kloveniers Burgwal	26,7 *mm.*
De *nul* der peilschaal te *laag*	2,2 *mm.*
Nulpunt der Amstelsluis *onder* het A. P. van de Kraans-waterkeering.	28,9 *mm.*
Een midden uit de zomer-, en winter-waarnemingen, die slechts 0,2 *mm* verschillen, is	29,0 *mm.*
Het *Nulpunt* van den *Peilsteen* aan de Amstelsluis ligt dus, volgens het gemiddeld vlak van Zeedijkshoogte, dat wij aangenomen hebben, te laag	25,7 *mm.*
Volgens het merk van Zeedijkshoogte der *Kolks-waterkeering alleen*, zoude het zijn, te laag	0,024.0 El
Hierbij Zeedijkshoogte boven A.P	2,676.2 "
Komt Zeedijkshoogte van de Kolks-waterkeering boven *het Nulpunt in de Amstelsluis* =	2,700.2 El.

In het Proces-Verbaal, aangehaald op pag. 143 van het *Recueil des Observations hydrographiques et topographiques faites en Hollande* par C. R. T. KRAYENHOFF (à Amsterdam, chez DOORMAN & comp. 1813) en in zijn geheel opgenomen door wijlen den Hoogleeraar G. MOLL, in de *Bijdragen tot de Natuurkundige Wetenschappen*, hierboven vermeld, eerste deel, eerste stuk, pag. 397 en volg., staat duidelijk dat: „het nulpunt van de schaal in de groote „Amstelsluis, beneden het vaste peil van Zeedijkshoogte, „aan de Kolks-waterkeering.... *Negen voeten vijf duimen*, „Amsterdamsche maat, *acht voeten zes duimen, drie en „een halve lijn* Rijnlandsche maat, of 2,6762 meters ge„legen is." Dit stemt *niet* overeen met onze bevinding, volgens welke het bedoelde *Nulpunt* werkelijk 24 *mm.* of bijna 1 Amst. duim lager geplaatst is.

Het is moeijelijk, zich rekenschap van dit verschil te geven. Alleen dit schijnt mij het meest waarschijnlijk, te weten, dat de vier merken van het *Nulpeil* van KRAYENHOFF later niet zoo juist geplaatst zijn geworden, zooals het had moeten wezen, door welke oorzaak of omstandigheid dit dan ook gekomen mag zijn. Het Proces-Verbaal eindigt met de vermelding, dat: „Na dit afgeloopen onderzoek zijn „de Heeren Generaal en Gecommitteerden voornoemd „overeengekomen, om aan den Heer Maire dezer stad, „*nader voor te dragen het doen stellen van vier peilsteenen*, wel in cement gemetseld," waaruit volgt, dat die steenen in December 1812 er nog niet waren, en dat zij op zijn vroegst na het ophouden van de vorst, in den loop van het jaar 1813 ingemetseld hebben kunnen zijn. Ik heb op het Stedelijk Archief een onderzoek verzocht, of er ook nog een later Proces-Verbaal of eenig ander stuk aanwezig mogt zijn, waaruit van eene verificatie *na de plaatsing* mogt blijken; doch er is hieromtrent niets gevonden — De in het jaar 1813 voorgevallene omwen-

teling, waardoor Nederland weder een afzonderlijk, onafhankelijk bestaan erlangde, en de spanning die noodwendig deze gebeurtenis voorafging, kunnen wel oorzaak geweest zijn, dat eene verificatie na de plaatsing der *Nul-peilen,* — zoo zij al in 1813, en niet later nog welligt geplaatst zijn — is achterwege gebleven.

Van de vier merken van A. P., door den Generaal KRAYENHOFF geplaatst, is er één, die aan de oude Beurs gestaan heeft, in 1851 weggebroken *). Van eene tweede, die aan den Schreijerstoren, is mij door een ooggetuige, de Heer W. EKELMANS, *Hoofd-opziener bij de Stads Aard- en Waterwerken*, verklaard, dat hij eenmaal dien steen, bij gelegenheid van eene herstelling aan den muur, van zijne plaats weggenomen gezien heeft. Waarschijnlijk is hij wel weder goed of nabij goed ingemetseld geworden, maar hiervan blijkt niets.

Er bestaan dus nog slechts twee kenmerken van het A. P. door KRAYENHOFF: dat aan de Amstelsluis, en dat aan de Kolks-waterkeering. Het eerste hebben wij bevonden op zeer nabij 2,700 Meters onder Zeedijkshoogte aan de Kolks-waterkeering; het tweede ligt 2,701½ à 2,702 Meters er onder. — *Beide* nog bestaande merken van A. P. van KRAYENHOFF liggen dus zeer nabij *op dezelfde hoogte,* maar ook beide 24 à 26 *mm.* te *laag.*

Wat de waterpassingen van den Generaal KRAYENHOFF betreft, deze zijn niet uitgegaan van het tegenwoordig aan de Amstelsluis geplaatste *nul*-peil, maar van het nulpunt van de Amsterdamsche peilschaal, die vroeger aangespijkerd was tegen den hoofdmuur van de west-zijde des eersten kokers aan den linker oever des Amstels, voor het sluiswachtershuisje (zie den considerans bij het Proces-Verbaal van 22 December 1812); terwijl tot verzekering van dit

*) De steen zelf wordt in het Stedelijk Archief bewaard.

nulpunt der houten schaal, in den voorgevel van gezegd sluiswachtershuisje in het jaar 1809 een hakkelbout geslagen was. In 1812 bevonden zich het nulpunt der schaal en de hakkelbout (Proces-verb.) nog in dezelfde betrekkelijke plaatsing.

Men kan dus niet anders dan aannemen, dat de waterpassingen van den Generaal KRAYENHOFF zijn uitgegaan van een punt, zeer na overeenkomende met het wezenlijke A. P., 2,676 meters onder het merk van Zeedijkshoogte aan de Kolks-waterkeering.

Latere waterpassingen met het beginpunt Amsterdam zijn uitgegaan van het *Nul-peil*, of A. P. in de Amstelsluis, dat is van een punt 24 *mm. lager.*

Hieruit volgt, dat alle latere waterpassingen met het beginpunt Amsterdam, om vergeleken te worden met de uitkomsten der hydrographische waarnemingen, *eene correctie behoeven van* — 24 *mm.*

Verzamelende verkrijgen wij voor de kenmerken van het A. P. binnen deze stad, behalve de merken van Zeedijkshoogte :

Nulpeil (Proces Verbaal van 22 December 1812) in de groote Amstelsluis . . .	*onder*	A.P. of te laag	25,7	*mm.*
Nulpeil (dito) in de Kolks-Waterkeering.	//	//	28,2	//
Onderste hakkelbout in de St. Anthonies Poort.	*boven*	A.P.	3,1294	El.
Bovenste hakkelbout in de St. Anthonies Poort.	//	//	3,6264	//
Hakkelbout in de Oude Kerk (N.-O. hoek).	//	//	2,1217	//
Hakkelbout in den walmuur van den Kloveniers Burgwal bij de Koestraat.	//	//	0,0011	//

Behalve deze zijn er door de zorg van den Heer P. VAN DER STERR nog verscheidene hakkelbouten op verschillende plaatsen der stad in de Walmuren op de hoogte van A. P. geslagen, die niet opzettelijk, zoo als de bovenstaande, geverifiëerd zijn, maar waarvan men toch kan aannemen, dat zij binnen enkele strepen, of zeer nabij goed geplaatst zijn.

Men kan uit het voorgaande zien, hoe noodzakelijk het is de verkenmerken te vermenigvuldigen. De steen aan de Oude Beurs, die voor *immer*, dat is ten minste voor eenige eeuwen het merk A. P. moest aanwijzen, is weggebroken. De steen aan den Schreijerstoren is van zijne plaats geweest; de hakkelbout in het Sluiswachtershuisje, door KRAYENHOFF in 1809 geslagen, is weggebroken; een dergelijke hakkelbout, in de Hoogesluis geslagen, is mede niet meer aanwezig. — Het is dus zaak, niet alleen om de verkenmerken goed te kiezen en te vermenigvuldigen, maar ook om ze met een door de natuur gegeven vlak, het middelbaar vlak der zee, door middel van waarnemingen te verbinden.

In mijne *Nota over het middelb. vlak der zee* is vermeld, en het zal ook nader blijken, dat de middelb. stand van het water van het begin 1843 tot het einde 1860 is geweest, in het voormalige Waterkantoor, het jaar gemiddeld = — 61 *mm.*, maar:

Het gemiddelde van de maanden April tot September.	= —	62 *mm*
Correctie wegens de capillaire optrekking.	= —	3 „
Nulpunt des Peilstoks te laag geplaatst (pag. 284 hierb.). Corr.	= —	79 „
Middelbare stand des waters . .	= A. P. —	144 *mm.*

of A. P. = 144 *mm.* boven middelb. waterstand met eene middelb. fout van ± 10 *mm.*

Over den middelbaren stand van het water in het IJ en het gemiddeld verval van het water, volgens de gedane waarnemingen in het voormalige Stads-Waterkantoor, aan het einde der Geldersche Kade, van 1700 *tot* 1861.

In de Vergadering der Akademie van den 25 October 1862 had ik de eer haar een Verslag aan te bieden over de middelbare hoogte der zee, met betrekking tot het Amsterdamsche Peil, ten einde te kunnen dienen tot een antwoord aan het Nassausche Gouvernement op de vraag naar de middelbare hoogte der zee in vergelijking met eene bekende peilschaal. In dat verslag zijn reeds verscheidene bijzonderheden opgenomen, die van de waarnemingen in het stads-waterkantoor afgeleid waren. Na dien tijd heb ik echter nogmaals het verzoek tot den Heer J. J. TEDING VAN BERKHOUT, Wethouder belast met het toezigt over de Stads Publieke Werken, gerigt, dat nog een 18-jarig tijdvak mogt uitgerekend worden, gekozen tusschen de beide 18-jarige tijdvakken, die reeds berekend waren. Een welwillend toestaan van dit verzoek stelt mij nu in de gelegenheid, de gemiddelde uitkomsten mede te deelen van *drie* tijdvakken, elk van 18 jaren, en wel van 1700 tot en met 1717; van 1796 tot en met 1813, en van 1843 tot en met 1860. Het uittrekken uit de oorspronkelijke registers, en het opmaken der gemiddelden van maand tot maand, is opgedragen geweest aan en gedaan door den Kommandeur van het Stads-waterkantoor K. KOURTAGE; de overige berekeningen zijn van mij. Voor elken dag zijn de *hoogste* en *laagste* standen van het water uitgezocht, en het gemiddelde der maand opgemaakt. De halve som dezer gemiddelden was de middelbare stand van het water gedurende de maand; het verschil dier zelfde gemiddelden gaf het verval. Ik heb in elk der *drie* 18-jarige tijdvakken, voor iedere maand afzonderlijk, het gemiddelde genomen van 18 gelijknamige maanden, en dan ook de middel-

TABEL I.

Gemiddelden van Maandelijks gemiddelde Middelbare Waterstanden gedurende *drie* tijdvakken van 18 achtereenvolgende Jaren, 1700 tot 1717; 1796 tot 1813; 1843 tot 1860. Verschillen dezer Middelbare Standen van 1709 tot 1805 en van 1805 tot 1852. Gemiddeld Verval.

	Middelbare Stand. 1700tot1717 / 1709.	Verschil. 1805—1709.	Middelbare Stand. 1796tot1813 / 1805.	Verschil. 1852—1805.	Middelbare Stand. 1843tot1860 / 1852	Middelbare fouten. f / 1709.	f' / 1805.	f'' / 1852.	Gem. $\sqrt{f^2+f'^2+f''^2}/3$	Gemiddeld Verval. 18 jr. 1709.	18 jr. 1805.	18 jr. 1852.	54 jr. 1789.
	mm.	*mm*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm*	*mm.*	
Januarij .	—234,6	+ 74,4	—160,2	+ 68,4	— 91,8	±21,4	±29,6	±29,6	± 15,8	288,2	258,3	270,7	227,4
Februarij .	—198,9	+101,7	— 97,2	+ 54,2	— 43,0	22,5	22,9	29,8	14,7	300,8	298,9	307,2	230,3
Maart. . .	—166,6	— 0,7	—167,3	+ 63,4	—103,9	19,2	17,2	14,0	9,8	318,1	312,1	307,2	312,5
April . . .	—175,7	+ 20,6	—155,1	+ 81,6	— 73,5	18,8	12,0	11,8	8,4	330,7	329,5	332,3	330,6
Mei	—199,9	+ 52,3	—147,6	+ 52,3	— 95,3	14,5	11,0	14,4	7,7	313,4	327,4	321,5	320,6
Junij . . .	—180,3	+ 80,3	—100,0	+ 13,9	— 86,1	12,9	12,6	11,7	7,2	315,6	329,8	325,5	323,6
Julij . . .	—154,7	+ 58,7	— 96,0	+ 39,3	— 56,7	11,5	10,0	9,7	6,0	326,8	329,1	331,3	329,1
Augustus .	—136,8	+ 48,8	— 88,0	+ 48,2	— 39,8	11,4	11,9	11,7	6,7	322,0	326,6	328,9	325,8
September.	—106,1	+ 44,7	— 61,4	+ 35,8	— 25,6	13,5	15,4	10,3	7,7	324,4	328,5	326,5	326,5
October. .	—121,5	+ 66,7	— 54,8	+ 37,4	— 17,4	17,5	15,4	15,9	9,3	325,7	325,9	332,5	328,0
November.	—137,0	+ 93,1	— 43,9	+ 16,3	— 26,6	23,4	17,5	20,6	11,9	318,5	335,1	320,0	324,5
December.	—121,7	+ 41,3	— 80,4	+ 10,1	— 70,3	±27,7	±26,7	±30,6	± 16,3	335,5	310,8	292,9	313,1
Jaar. . . .	—161,2	+ 56,8	—104,3	+ 43,4	— 60,9					318,3	317,7	316,3	317,4

April tot Nov. . 326,1
Dec. Jan. Feb. Mrt. 300,1

bare afwijking of fout van de maand opgemaakt, door elke der 18 gelijknamige maanden met dit midden te vergelijken

De hierbij gevoegde Tabel I, toont de uitkomsten dezer berekeningen aan.

In de tweede, vierde en zesde kolommen vindt men de gemiddelde hoogte van de middelbare waterstanden voor elke maand in ieder der *drie* 18-jarige tijdvakken, waarvan het midden gelegen is bij het begin der jaren 1709, 1805 en 1852, alle *onder* de *nul* der peilschaal, waaraan waargenomen is. Dit *onder* wordt aangewezen door het teeken —. In de derde en vijfde kolommen zijn aangewezen de verschillen der middelbare waterstanden in iedere maand der jaren 1709 en 1805, 1805 en 1852. Deze verschillen zijn alle *positief* (op eene enkele uitzondering na in maart 1805), zoodat het schijnt alsof de middelbare stand des waters in elk volgend tijdvak iets *verhoogd* is, of dat de *nul* der schaal, met of zonder den grond, *gedaald* is. In de *zevende*, *achtste* en *negende* kolom zijn de middelbare afwijkingen in de afzonderlijke gelijknamige maanden van elk tijdvak, gedeeld door $\sqrt{18}$, aangewezen; en in de tiende kolom vindt men de middelbare afwijkingen geschreven, die in den middelbaren stand, opgemaakt uit 54 gelijknamige maanden, nog overblijven Deze middelbare afwijkingen of fouten zijn blijkbaar evenredig aan de onregelmatigheid in den stand des waters in de verschillende maanden, en daar de ongestadigheid van den wind de voornaame oorzaak van de ongelijke waterstanden is, zoo kunnen de bedoelde middelbare fouten aangemerkt worden als de *betrekkelijke maten* van de ongestadigheid des weders in de verschillende maanden voor te stellen, zooals ik reeds in mijn verslag van 25 October des voorgaanden jaars heb opgemerkt. De hier opgegeven middelbare fouten verschillen iets van de toen opgegevene, alzoo zij nu uit 54, en daar slechts uit 48 jaren waarnemens zijn afgeleid.

De middelbare standen des waters aan de peilschaal of peilstok van het waterkantoor zijn dan geweest:

in 1709,	— 161,2	verschil in 96 jaren	+	56,8	*mm.*
" 1805,	— 104,3				
" 1852,	— 60,9	" " 47 "	+	43,4	"

De waarnemingen van de 12 maanden des jaars komen hierin met een gelijk gewigt voor: blijkbaar is het evenwel, dat aan de uitkomsten der zomermaanden meer gewigt toekomt, dan aan die der wintermaanden. Wanneer men dus de uitkomsten der verschillende maanden te zamen stelt, zoo dat aan elke maand het gewigt gegeven wordt, dat haar volgens de gemiddelde fout uit kolom 9 betrekkelijk toekomt, dan zal men een naauwkeuriger resultaat bekomen. Aldus vindt men:

In het eerste tijdvak van 96 jaar,
verschil van waterstand . . . = 53,8 ± 6,8 *mm.*
In het tweede tijdvak van 47 jaar,
verschil van waterstand . . . = 43,1 ± 5,5 "

Dat is per jaar, van 1709 tot 1805 + 0,55 ± 0,07 "
van 1805 tot 1852 + 0,92 ± 0,12 "

Vergelijkt men regtstreeks de standen van 1709 en die van 1852 en neemt men de gewigten der maanden evenredig aan het omgekeerde van de som der vierkanten van de middelbare fouten in 1709 en 1852, dan komt:

verschil in waargen. waterstand
tusschen 1709 en 1852 . . = 95,2 ± 5,3 *mm.*
of per jaar gedurende 143 jaren 0,67 ± 0,03 "

Het waarschijnlijkste verschil 95,2 *mm.* is 1,7 *mm.* minder dan de som der verschillen in de beide tijdvakken van 96 en 47 jaren te zamen.

Indien men nu verzekerd was, dat de peilschaal van

1700 tot 1860 onveranderd dezelfde was gebleven, dan zoude een langzaam hooger rijzen van het water of eene daling des bodems niet te ontkennen zijn; maar juist het tegendeel is waar. Wij zagen hierboven, dat de nul des peilstoks van het oude waterkantoor 79 *mm.* lager bevonden is, dan het gemiddeld vlak van A.P. volgens de merken van Zeedijks-hoogte der Kraans-, Kolks- en Nieuwebrugs-waterkeeringen. Ware dit niet het geval geweest, dan zoude men tusschen 1709 en 1852, in stede van 95 *mm.*, slechts 95—79 = 16 *mm.* verschil gevonden hebben ± 5 *mm. middelb. fout.* En dit verschil is waarlijk te gering om daaruit te mogen besluiten, dat nu het water hooger loopt, of dat de bodem iets gezakt zoude zijn.

In 1861 is de *nul* des peilstoks 79 *mm.* te laag bevonden: dit is eene zekerheid. Hoe die *nul* in 1700 gestaan heeft, kan men thans onmogelijk meer weten; maar er is geene reden voorhanden, om, betrekkelijk kort na het maken der waterkeeringen (1682) en het *naauwkeurig* merken van de Zeedijkshoogte, met de opschriften 9 *voet* 5 *duim boven stadts peyl*, het A. P. van het waterkantoor niet als daarmede in overeenstemming gebragt aan te nemen; een verschil van 79 *mm*, dat is tusschen de 3 en vier Amst. duimen is te grof, wanneer de merken van Zeedijks-hoogte op zijn meest $\frac{1}{4}$ duim, en drie daarvan onderling nog geen $\frac{1}{5}$ duim verschillen Wij besluiten dus, op grond van dit onderzoek, dat de waarnemingen *aan het Stads waterkantoor geene aanleiding geven, om eenen hoogeren stand van het middelbare water, of omgekeerd eene zakking des bodems, sedert het begin van de voorgaande eeuw tot nu toe aan te nemen.*

Daarentegen is het te vermoeden, dat de *nul* der peilschaal in het verloop van $1\frac{1}{2}$ eeuw langzamerhand iets lager gezet is geworden. Dit vermoeden wordt versterkt als men bedenkt, dat de waterpeilingen bij dag en nacht

voornamelijk moesten dienen, om daarnaar het sluiten en openen der sluisdeuren te regelen, en dat voor verscheidene bewoners van laag gelegen gedeelten der stad een hoog binnenwater overlast veroorzaakte.

Om nog een ander overzigt te geven van de middelbare standen des waters van 1700 tot nu toe, zoo is in eene tweede Tabel aangewezen de maandelijksche gemiddelde stand van het water voor de jaren 1700, 1725, 1749, 1775, 1800, 1825 en 1850, dat is gedurende 150 jaren, van 25 tot 25 jaren. 1750 is niet genomen geworden, omdat de aanteekeningen van dat jaar ontbreken; 1749 is daarvoor in de plaats gesteld. In de laatste kolom van deze Tabel staan de gemiddelde jaarlijksche waterstanden, en afzonderlijk ook nog de gemiddelde standen der maanden April tot en met October, en dus met uitsluiting der wintermaanden. Hier zoowel als uit de jaargemiddelden, ziet men ook weder schijnbaar eene verhooging van den waterstand gedurende de 150 jaren, echter niet gelijkmatig en in de laatste 25 jaren 1825 tot 1850 zelfs eerder eene verlaging, althans geene verhooging. Hierbij moet echter in het oog worden gehouden, dat de uitkomsten van enkele jaren 4 à 5 malen onregelmatiger moeten zijn dan van middens uit 18 jaren. Wilde men weder de rijzing van het water, of liever de *zakking van de Peilschaal,* evenredig aan den tijd aannemen, dan zoude de, met de waarnemingen der 8 regelmatigste maanden het *naast* overeenkomende, rekenkundige reeks eene rede hebben van 18,8 *mm.* per 25 jaren, dat is per jaar 0,75 *mm.* Dit resultaat stemt voldoende overeen met het resultaat van tabel I, volgens welke het 0,67 *mm.* per jaar zoude zijn. Deze getallen hebben evenwel *volstrekt geene waarde,* indien zij hunnen oorsprong verschuldigd zijn aan eene daling van de nul der schaal waaraan is waargenomen.

TABEL II.

Maandelijks gemiddelde middelbare Waterstanden voor de Jaren 1700, 1725, 1749, 1775, 1800, 1825 en 1850

Jaartal.	Januarij.	Februarij.	Maart.	April.	Mei.	Junij.	Julij.	Augustus.	September.	October	November.	December.	Jaar Gem.	Gemiddelde der maanden April, tot en met October.	Naast overeenkomende Rek. Reeks Rede = +18,8.	Verschil. W-B.
	mm.	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*
1700	— 44	—240	—304	—297	—226	—117	—257	— 76	— 94	— 97	—130	—181	—172	—168	—165	— 3
1725	—290	—315	— 96	—192	—161	—239	—177	— 54	—100	—136	—198	+110	—154	—151	—146	— 5
1749	—244	— 45	—246	—222	—179	— 48	—130	—103	—128	—119	—216	+ 69	—134	—133	—127	— 6
1775	—257	— 56	— 55	—125	— 37	—108	—155	—105	—100	— 11	— 7	— 66	— 90	— 92	—109	+17
1800	—205	—233	—292	—261	—161	+ 21	— 87	— 75	—128	+ 29	— 54	—156	—133	— 94	— 90	— 4
1825	— 27	— 19	—257	— 66	—132	—121	— 34	—100	+ 12	+ 92	+ 94	— 61	— 52	— 50	— 71	+21
1850	—252	+ 91	— 20	—123	—121	—125	— 50	— 5	— 80	— 4	+ 29	+ 28	— 53	— 73	— 62	—11

Schijnbare daling per jaar = 0,75 *mm.*

Beschouwen wij nu nog kortelijk de uitkomsten, welke de gedane berekeningen aanbieden, die onafhankelijk zijn van de plaatsing der schaal, te weten het *gemiddelde verval*, en den gemiddelden *maandelijkschen* stand van het water met betrekking tot den gemiddelden *jaarlijkschen* stand.

Het gemiddelde verval, dat is het gemiddelde verschil tusschen hoog- en laag water, vindt men in de 11de, 12de en 13de kolom van tabel I, voor de verschillende maanden in de *drie* tijdvakken van 18 jaren, aangewezen; en in de laatste of 14de kolom, het midden uit deze middens, en eindelijk de *jaar*-gemiddelden. Deze laatste getallen doen zien, dat er in de op- en nedergaande beweging des waters voor deze stad, sedert het begin der voorgaande eeuw tot nu toe, geen noemenswaard, of liever geen verschil is ontstaan. De jaargemiddelden schijnen van 1709 tot 1852 eene vermindering van 2 *mm.* te hebben ondergaan; dit echter is slechts schijnbaar, want neemt men het midden der 7 maanden April tot en met October, dan verkrijgt men als middengetallen, in de drie tijdvakken:

1709 322,7 *mm.*; 1805 328,1 *mm.*; 1852 328,3 *mm*,

dus eerder eene vermeerdering dan eene vermindering in het gemiddelde dagelijksche verval.

Opmerkelijk is ook, dat in de zomermaanden het verval grooter is dan in de wintermaanden. Zondert men de maanden Decemder, Januarij, Februarij en Maart uit, dan is het verval, gemiddeld uit 54 jaren, = 326,1 *mm.*; terwijl de vier uitgesloten maanden slechts 300,1 *mm.* geven. De reden van dit verschijnsel is ongetwijfeld te vinden in het ijs, waardoor de op- en nedergaande beweging van het water belemmerd wordt.

TABEL III.

Gemiddelde maandelijksche Afwijkingen in den Middelbaren Stand van het Water in het IJ.

	18 Jr. 1709.	18 Jr. 1805.	18 Jr. 1852.	4 Jaar. 1725, 1749, 1775, 1825.	Gem. 58 Jaar.
	mm.	*mm.*	*mm.*	*mm.*	*mm.*
Januarij . . .	— 73,4	— 55,9	— 30,9	— 96,8	— 56
Februarij . . .	— 30,7	+ 7,1	+ 17,4	— 1,0	— 1
Maart	— 5,4	— 63,0	— 43,0	— 55,8	— 38
April	— 14,5	— 50,8	— 12,6	— 43,7	— 27
Mei	— 38,7	— 43,3	— 34,3	— 19,7	— 37
Junij	— 19,1	+ 4,3	— 25,2	— 21,3	— 14
Julij	+ 6,5	+ 8,3	+ 4,2	— 16,3	+ 5
Augustus . . .	+ 24,4	+ 16,3	+ 11,1	+ 17,2	+ 17
September . .	+ 55,1	+ 42,9	+ 35,3	+ 29,6	+ 43
October	+ 39,7	+ 49,5	+ 43,5	+ 61,5	+ 45
November . . .	+ 24,2	+ 60,4	+ 34,2	+ 25,8	+ 38
December . . .	+ 39,5	+ 23,9	— 9,4	+ 120,5	+ 25
Jaar.	0.0	0.0	0.0	0.0	0

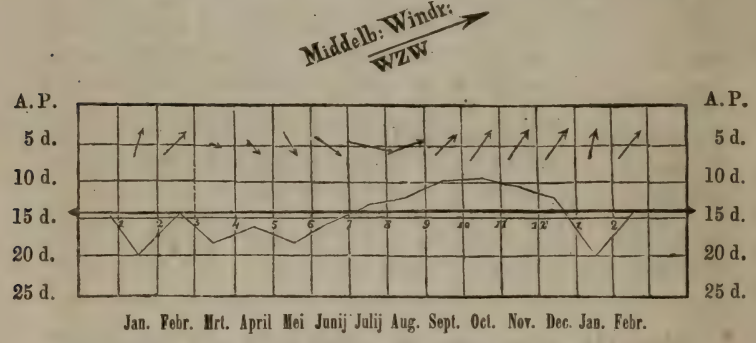
Tabel III toont aan de gemiddelde afwijkingen, die maandelijks boven en onder het *jaargemiddelde* in de drie tijdvakken van 18 jaren hebben plaats gehad, en ook nog het gemiddelde van zulke afwijkingen voor de vier jaren 1725, 1749, 1775 en 1825, welke jaren in de genoemde tijdvakken niet begrepen zijn.

Eene laatste kolom geeft het midden der 58 jaren. De hier gevonden getallen verschillen iets van de getallen, medegedeeld in de nota over de gemiddelde hoogte der zee (*Verslagen en Mededeelingen* Deel XV), maar verdienen in zooverre de voorkeur omdat zij 10 jaren waarnemens meer omvatten. De middelbare fouten dezer getallen zijn daardoor echter slechts weinig verminderd. Men kan ze gelijk stellen aan die, welke in de 10de kolom van Tabel I zijn aangewezen.

Tot eene aanschouwelijke voorstelling van de middelbare waterstanden in de verschillende maanden des jaars is hier eene figuur bijgevoegd op $\frac{1}{10}$ der natuurlijke grootte, voor zoover de waterstanden betreft.

Middelbare stand van het water voor Amsterdam, onder en boven het jaargemiddelde in de achtervolgende maanden des jaars. Gemiddeld uit 58 *jaren.*

Met aanwijzing der gemiddelde windrigtingen en windkrachten in de overeenstemmende maanden volgens WENCKEBACH.



Het jaar: Middelbare stand (1843—1861.)
= 144 *mm.* onder A.P. ± 10 *mm.* = A. P. — 144 *mm.*

De cijfers 1, 2, 3 enz. tot 12 wijzen het begin der maanden aan, en de gebroken lijn gaat door de middelbare standen van het water in de opvolgende maanden. De bovenste lijn wijst de hoogte van A. P. aan, 144 *mm.* boven den middelbaren stand van het jaar met eene middelbare fout, die op ± 10 *mm.* kan geschat worden.

De in de figuur geteekende pijltjes duiden de gemiddelde windrigtingen aan, volgens de door wijlen den Hoogleeraar W. WENCKEBACH verkregen uitkomsten uit de opteekeningen in de voorgaande eeuw, zoo te Amsterdam als te Haarlem. De lengte der pijltjes is nagenoeg evenredig aan de gemiddelde windkracht, of liever aan de menigvuldigheid

der waargenomen windrigtingen, zonder schatting der krachten, waarbij de positieve en tegengestelde rigtingen tot eene som = 0 gerekend worden. De langere pijl in de rigting van WZW naar ONO wijst de gemiddelde windrigting van het geheele jaar aan, overeenkomende met den middelbaren waterstand in het jaar. Men ziet, dat noordelijke en westelijke winden in het algemeen eene verhooging van het water ten gevolge hebben. Opmerkelijk is de hoogere stand des waters in de maand Februarij, vergeleken met Januarij en Maart.

Behalve van de jaarlijksche periodiek terugkeerende veranderingen van de windrigting en windkracht, is de middelbare stand des waters, volgens de theorie der getijden, ook nog afhankelijk van een halfjaarlijkschen vloed en eb; en eindelijk ook nog — schoon waarschijnlijk in zeer geringe mate — van de gemiddeld periodieke veranderingen van den barometer. — De uitwerking dezer verschillende krachten af te zonderen is nog niet mogelijk. Men kan de maandelijksche afwijkingen in den middelbaren stand des waters ook nog, naar aanleiding der laatste kolom van Tabel III, voorstellen door de formule:

$$x = -38{,}4 \text{ Sin. } (L + 75°{,}4) + 9{,}3 \text{ Sin. } 2\,(L + 25°{,}4),$$

waarin L de middelbare lengte der zon is, en x in *mm* gevonden wordt.

Deze uitdrukking voldoet vrij wel voor de maanden Maart tot November, maar, gelijk te voorzien was, minder goed voor de maanden December, Januarij en Februarij.

3 October 1863.

DE

CONSTANTEN VAN REFLECTIE.

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

III.

Sedert ik mijne beide eerste stukjes uitgaf *), heb ik het onderzoek der constanten van reflectie, voor verschillende punten van het zonne-spectrum, voortgezet. Hieronder volgen die grootheden weder voor drie andere stoffen, voor sulphuretum-arsenici (realgar), voor platina en voor zwavel.

Het sulphuretum-arsenici was het doorschijnende vrij roode stukje, dat door DUBOSCQ met den toestel geleverd was; het platina was een tamelijk dof spiegeltje, dat vervaardigd is, door een dun stukje platina op een plaatje geel koper glad en zuiver te hechten, en zoo als ik vermoed, daarna nog een weinig te polijsten; de zwavel-spiegeltjes eindelijk had ik mij zelven gemaakt, door gesmolten zwavel op spiegelglas uit te storten en na bekoeling met een mes weder los te breken, waarbij ik twee stukjes van tamelijke grootte verkregen had. Zeker zijn de zwavel-spiegeltjes wel de minst volkomene van allen, want zij hadden eene tamelijk golvende oppervlakte; voor het hoofddoel echter, eene verge

*) Zie *Verslagen en Mededeelingen*, Deel XIII, p. 43.

lijking der verschillende punten van het spectrum onderling, achtte ik ze voldoende.

Uitstekend was inderdaad geen dezer spiegeltjes.

	REALGAR. Azimuth van polar. van den invallenden straal $\omega = 80^0$.			PLATINA. Azimuth van polar. van den invallenden straal $\omega = 60^0$.			ZWAVEL. Azimuth van polar. van den invallenden straal $\omega = 80^0$.			Azimuth van polar. van den invallenden straal $\omega = 80^0$		
	I	φ	k	I	φ	k	I	φ	k	I	φ	k
B	67° 57′	19° 42′	0.0631	74° 13′	39° 41′	0.4790	61° 38′	26° 21′	0.0873	61° 24′	24° 44′	0.0812
C	68 5	20 22	0.0655	73 58.	39 37	0.4779	61 29	28 12	0.0945	61 23	26 31	0.0880
D*	68 17	20 4	0.0644	73 54	40 0	0.4845	61 27	28 55	0.0974	61 18	25 42	0.0849
D	68 30	22 18	0.0723	73 19	39 42	0.4793	61 27	28 51	0.0971	61 18	26 35	0.0882
E	69 26	25 3	0.0824	72 37	40 53	0.4998	61 31	29 23	0.0993	61 5	27 38	0.0923
Eb	69 28	26 52	0.0880	72 20	41 10	0.5048	61 27	30 30	0.1039	61 1	27 41	0.0925
F*	69 41	28 29	0.0957	72 7	41 26	0 5096	61 26	30 22	0.1033	61 11	28 45	0.0967
F	69 51	31 43	0.1090	71 46	41 21	0.5081	61 18	32 56	0.1142	60 49	27 42	0.0926
G*	70 26	37 24	0.1348	71 43	42 9	0.5226	61 21	33 36	0.1172	60 44	30 23	0.1034
G	70 45	40 43	0.1518	71 28	42 57	0.5374	61 3	34 8	0.1195	60 14	30 27	0.1036

I is hier weder de hoek van voornamen inval; φ is het azimuth van polarisatie van den teruggekaatsten, ω dat van den invallenden straal; k is gelijk $\frac{tg.\varphi}{tg.\omega}$. De strepen of plaatsen in het spectrum zijn uit mijne voorgaande stukjes bekend.

Ten aanzien der uitkomsten voor platina valt op te merken, dat zij al vrij wel overeenkomen met die van andere metalen. De gang der waarden van φ stemt overeen met die voor staal en zilver; en de kleur derhalve van het metaal zal zoo omtrent met die van genoemde metalen

overeenkomen. Dat de waarden van I hier wel wat klein zijn in vergelijking met die van andere metalen kan (zie de onderzoekingen van JAMIN) niet bevreemden, daar platina stellig niet even compact en gepolijst als die metalen zal zijn, omdat het wel niet door smelting maar door zamendrukking onder den vorm van een plaatje zal zijn gebragt.

Het realgar-plaatje heeft in gereflecteerd licht eene staalgraauwe kleur; de gang der waarden van φ wijst op zulk eene kleur. De gang der waarden van I bevestigt dat het plaatje doorschijnend was. JAMIN geeft voor realgar (*Annales de Chimie*, XXIX, p. 303) $I = 67° 26'$ en $k = 0{,}0850$, hetgeen, aannemende dat zijne uitkomst voor D geldt, eene vrij goede overeenstemming tusschen onze waarnemingen toont.

Neemt men de tangenten van de hoeken van voornamen inval voor de coëfficiënten van refractie, of beter nog, berekent men even als JAMIN de waarden van die coëfficiënten μ naar de formulen van CAUCHY, dan verkrijgt men bij de eerste wijze van berekening:

$$\frac{\mu_G - \mu_B}{\mu_D - 1} = \frac{2.863 - 2.469}{2.539 - 1} = \frac{0.424}{1.539} = 0.276$$

en bij de tweede wijze:

$$\frac{\mu_G - \mu_B}{\mu_D - 1} = \frac{2.957 - 2.481}{2.556 - 1} = \frac{0.476}{1.556} = 0.306.$$

Volgens beide berekeningen mogen wij derhalve nog grooter dispersie-vermogen voor realgar verwachten, dan waarop DALE en GLADSTONE *) wijzen; terwijl aan den anderen kant de overeenstemming tusschen deze uitkomsten en de door hen

*) POGGEND., *Annalen*, CVIII, p. 633.

aangehaalde wel geschikt is om het vertrouwen op mijne uitkomsten te vermeerderen.

De uitkomsten voor realgar zijn het midden uit twee reeksen, natuurlijk voor één en hetzelfde spiegeltje; zoo ook die voor platina uit twee reeksen het midden voor één en hetzelfde spiegeltje.

De waarden van I voor zwavel loopen af van B naar G; ik heb gezegd dat de spiegeltjes ondoorschijnend waren; die waarden van I verloochenen dus ook dit karakter der spiegeltjes niet. Ons geacht medelid Prof. VAN DER BOON MESCH heeft mij doorschijnende kristallen van zwavel beloofd; ik stel er mij veel van voor, om ook die te onderzoeken; dan zal ik doorschijnende en ondoorschijnende spiegeltjes van dezelfde stof kunnen vergelijken.

Nemen wij de tangens van I voor het punt D voor coëfficiënt van refractie van zwavel dan vind ik $\mu = 1.838$; POUILLET wien ik in dezen voor eene goede bron houdt, geeft 2.040; alzoo een belangrijk verschil tusschen beiden. Men bedenke echter dat mijne spiegeltjes eene alles behalve zuivere, integendeel eene eenigzins golvende, oppervlakte hadden; vooral houde men in het oog, dat zij aan de oppervlakte stellig wel eene te kleine digtheid zullen hebben ten gevolge van de plotselinge aanraking der gesmolten stof met het koude glas; men zal dan met mij gerustelijk zulke kleine afwijkingen in I als er eene voor E plaats heeft — zulk een schijnbaar maximum — over het hoofd zien en alle andere meer of min groote afwijkingen tevens verklaard vinden. De eerste tafel voor zwavel geeft het midden uit eene reeks voor het eerste en eene andere reeks voor het tweede spiegeltje; de tweede tafel geeft het midden uit twee reeksen voor ieder spiegeltje; ik wilde namelijk het onderwerp wat nader onderzoeken en voegde daarom deze vier nieuwe reeksen aan de vorige toe; de uitkomst leert echter dat de naauwkeurigheid daarbij niet veel gewonnen heeft.

De beide stukjes zwavel verschilden niet veel van elkander in de uitkomsten; het eerste gaf iets grootere uitkomsten zoowel voor I als voor φ dan het tweede; waren deze afwijkingen grooter geweest dan had ik die uitkomsten der beide stukjes niet gecombineerd. Op het oog gezien, vind ik het eerste stukje iets witter op zijne spiegelende oppervlakte dan het tweede. Eigenlijk laat het zich denken, dat men door de eene of andere kunstgreep een plaatje maakt, dat noch doorschijnend noch ondoorschijnend is, dat is waarvoor alle waarden van I, van B tot G, gelijk zijn, dat dus inderdaad geene dispersie moest bezitten en dat alzoo in dezen zin zoude overeenkomen met de luchtledige ruimte. Beide stukjes kwamen al tamelijk wel overeen, waarom ik vermoed dat bij dezelfde temperatuur van zwavel ongeveer overeenstemmende spiegeltjes zullen worden gegoten. Poeder van zwavel en eene spiegelende zwaveloppervlakte hebben dezelfde kleur, geelachtig-wit, derhalve liet zich hier geen bijzonderen gang in de waarden van I verwachten.

Tegenwoordig stel ik mijne spiegeltjes verticaal op den toestel naar de reflectie van een verticalen door gewigt gespannen en door de zon beschenen zilverdraad, na vooraf den horizontalen cirkel van het instrument met behulp van een doos-niveau horizontaal te hebben gesteld.

Deventer, 4 December 1863.

HET ZIEN BIJ

VERSCHIL IN REFRACTIE DER BEIDE OOGEN,

EN DE HULPMIDDELEN, DAARBIJ AAN TE WENDEN

DOOR

F. C. DONDERS.

Zoo als in 't algemeen de organen van 't animale leven, bieden ook de oogen doorgaans eene symmetrie aan tusschen regter- en linkerzijde. De bewering, die men zoo vaak verneemt, dat regter- en linkeroog in den regel aanmerkelijk zouden verschillen, is eene dwaling, of liever eene overdrijving. In alle opzigten is veeleer overeenkomst te bespeuren. Deze strekt zich uit, niet alleen tot de grootte van den oogbol, de middellijn der cornea, de kleur der iris, de grootte der pupil en andere uitwendige eigenschappen, zelfs sommige aangeborene ziekelijke afwijkingen, zoo als mikrophthalmos, cataracta congenita, irideremie, en verkregene vormveranderingen, zoo als cornea conica, komen aan beide zijden doorgaans ongeveer op gelijke wijze voor. Hetzelfde vindt men voor den refractie-toestand der beide oogen. Zelfs bij de progressieve myopie loopen in de meeste gevallen voor beide oogen de graden weinig uiteen. Het onderzoek leert, dat het meerendeel der oogen nagenoeg

emmetropisch is, en dit geldt, in waarheid, dan ook doorgaans van beide. Emmetropie is intusschen het resultaat van verschillende factoren, en wel vooral van den krommingsstraal der cornea, van de ligging en den brandpuntsafstand der kristallens en van de lengte der gezigtsas, die elk voor zich in 't emmetropische oog vrij aanmerkelijk kunnen verschillen, maar zich dan onderling compenseren. Welnu, de gelijkheid bij hetzelfde individu gaat doorgaans zoo ver, dat, zoo als talrijke metingen mij leerden, de krommingsstraal der cornea voor de beide oogen bijna volkomen overeenstemt, waaruit men nu verder besluiten mag, dat ook ligging en vorm der kristallens en lengte der gezigtsas voor de twee oogen van hetzelfde individu minder van elkander verschillen, dan voor emmetropische oogen in 't algemeen. In het verloop der subconjunctivale bloedvaten, in velerlei eigenaardigheden van het gezigtszenuwvlak en zijne bloedvaten, in de entoptische figuur der kristallens, voor de ligging der gele vlek, in betrekking tot de hoornvliesas, is in 't algemeen eene zekere overeenkomst ook niet te miskennen; ja, voor de asymmetrie der cornea (de ongelijke kromming in verschillende meridianen) bestaat er symmetrie tusschen regter- en linkerzijde.

Dit alles is de regel. Als uitzondering nu komt het voor, dat beide oogen oorspronkelijk veel van elkander verschillen, bepaaldelijk ook ten opzigte van den refractie-toestand. In de litteratuur is hieromtrent weinig of niets te vinden. Ik heb daarom gemeend, dat de resultaten, door het onderzoek van vele duizenden oogen verkregen, verdienen te worden medegedeeld.

Opmerkelijk is vooreerst, dat verschil in refractie der oogen doorgaans gepaard gaat met asymmetrie van andere deelen, bepaaldelijk van de oogholte en van de beenderen, die haar zamenstellen, zoodat zoowel in den vorm van het voorhoofd als van het aangezigt het verschil der oogen zich

afspiegelt. Vóór eenige jaren reeds heb ik dit opgemerkt en mij veel moeite gegeven, hier vaste regelen te vinden en tot den grond door te dringen. Dit is mij evenwel niet voldoende gelukt. Tot dusverre kan ik alleen staande houden, dat aan de zijde, waar de sterkste breking, of liever de langste gezigtsas, voorkomt, de oogholte (en daarmede het oog) digter bij het sagittale vlak, en de haar begrenzende randen meer naar voren gelegen zijn. Wijken in dit opzigt linker en regter aangezigtshelft van elkander af, dan bestaat ook in den regel verschil in refractie-toestand der oogen, en omgekeerd. Er is dus kennelijk een verband tusschen deze beide. Dat dit verband niet absoluut is, heeft niets vreemds. Immers, even als bij uiteenloopenden vorm en ligging der orbitae de beide oogen emmetropisch kunnen zijn, moet ook wel gelijkheid der oogen kunnen bestaan bij verschil der orbitae van hetzelfde individu. Met andere woorden: al zijn *homo dexter* en *homo sinister* ongelijk, zij kunnen wel beide emmetropisch of in gelijken zin ametropisch zijn.

De *voorkomende verschillen in refractie* kunnen worden onderscheiden in *aangeborene* en in *verkregene*. Wij handelen het eerst over de *aangeborene*, die de gewigtigste zijn. Het verschil in myopie meenen wij tot de aangeborene te moeten brengen, al is het bij de geboorte doorgaans nog gering. De dispositie toch was oorspronkelijk aanwezig en de verdere ontwikkeling lag daarin noodzakelijk opgesloten: waar *beide* oogen sterk myopisch worden, was in de vroege jeugd toch ook geen hooge graad van myopie aanwezig.

Alle *denkbare* combinatiën van refractie komen ook *in werkelijkheid* voor. Bij emmetropie van het eene oog, kan het andere zoowel myopisch als hypermetropisch zijn; hypermetropie en myopie kunnen beide in zeer verschillenden graad op de twee oogen bestaan; eindelijk kan ook het

eene oog hypermetropisch, het andere myopisch wezen. Opmerkelijk is het, dat, wanneer astigmatisme slechts aan eene zijde voorkomt, de overeenkomst voor 't overige niet gemist wordt, dat is, men vindt bij hypermetropie van 't eene oog doorgaans hypermetropisch astigmatisme van 't andere, bij myopie van 't eene, myopisch astigmatisme van 't andere, bij emmetropie, daarentegen, gemengd astigmatisme. Wanneer bij groot verschil in refractie der beide oogen de corneae een' genoegzaam gelijken radius hebben, zoo is dit toevallig te noemen: in den regel is het verschil nu even groot als het bij oogen van verschillende individuen pleegt te zijn. Hetzelfde mag ook omtrent de kristallens worden aangenomen, terwijl de lengte der gezigtsas voor elk oog aan den aard en aan den graad der ametropie beantwoordt.

Wat *het gebruik der oogen* betreft, bij verschil van refractie, zoo is drieërlei mogelijk: 1°. binoculair zien, 2°. afwisselend zien met elk der beide oogen, 3°. constante uitsluiting van 't eene oog.

1°. Het gelijktijdig zien met beide oogen is, zelfs bij gelijkheid der oogen, vroeger betwijfeld. Men beweerde, dat, al zijn beide oogen juist gerigt, altijd slechts één tegelijk ziet, en dat daarin de oogen elkander afwisselen. Deze bewering is sedert lang weêrlegd. Maar wel is het waar, dat doorgaans van het eene oog gemakkelijker wordt geabstraheerd dan van het ander. Laat men iemand een vizier rigten op een verwijderd voorwerp, dan blijkt, bij opvolgende sluiting van 't linker oog, meestal, dat hij daartoe het regter gebruikte. Wanneer men door den uitgestoken vinger een verwijderd punt laat bedekken, dan zal ook bij de meesten die bedekking voor 't regter oog geschied zijn. Bij verschil in refractie nu wordt daarbij 't oog gebruikt, waarmede op den gevorderden afstand het scherpst en het gemakkelijkst gezien wordt. Maar geldt het de gewone waarneming van een voorwerp, dan kan ook bij

ongelijke oogen, binnen de grenzen der gemakkelijke convergentie, binoculair gezien worden. Dit komt in vele gevallen, zelfs bij aanzienlijk verschil in refractie, voor. De ervaring namelijk leert, dat, in weêrwil der ongelijke grootte en ongelijke scherpte, de beelden der beide netvliezen elkander voor de waarneming ondersteunen: niet alleen worden het ligchamelijke en de afstand juister beoordeeld, maar zelfs de scherpte van 't zien en de gemakkelijkheid van lezen, schrijven enz. kunnen er bij winnen. Dit kan ons trouwens niet bevreemden. Vooreérst zijn er reeds voor normale en gelijke oogen geene absolute identische of corresponderende punten, en zeker is dit veel minder nog te wachten, wanneer, bij oorspronkelijke ongelijkheid der beide oogen, de voorwaarde, om die punten door oefening meer en meer aan eene symmetrische ligging te verbinden, ontbrak. Ten anderen, zoo als nader blijken zal, vallen de zwakke tinten van diffuse beelden terstond weg, wanneer het scherpe beeld van het tweede oog er zich meê verbindt. Bij het onregelmatig astigmatisme, verschillend voor beide oogen, komt eene merkwaardige zamenwerking voor van twee ongelijke beelden *). En hoe ongelijk in grootte en scherpte zijn, bij gelijke oogen, niet dikwijls de netvliesbeelden van een nabijgelegen voorwerp, van ter zijde door beide oogen aangezien! In waarheid storend wordt het tweede oog zelden, tenzij het ten gevolge van verduistering veel diffuus licht tot het netvlies laat doordringen; en dat ook dan die stoornis nog geen regel is, bewijst zoowel het zeldzame afwijken van een door cataract aangedaan oog als de mogelijkheid, dat de cataract geheel ongemerkt op 't eene oog tot stand komt.

Om zich te overtuigen, of beide oogen aan het zien

---

*) Verg. *Ametropie en hare gevolgen.* 1860. bl. 116.

deel nemen, bedekke men ze, bij 't fixeren van een voorwerp, afwisselend, door 't voorschuiven der hand. Welk oog men bedekke, het onbedekt geblevene moet zonder beweging blijven fixeren, en was het bedekte achter de hand afgeweken, dan moet het, bij 't wegnemen der hand, terstond weêr zijne vorige plaats innemen. Mogt het resultaat van dit onderzoek nog twijfel overlaten, dan schuive men een zwak prismatisch glas met den hoek naar binnen voor het eene oog, waardoor, in geval van binoculair zien, dubbelbeelden ontstaan, die door eene duidelijk merkbare draaijing naar binnen worden overwonnen.

Bij verschil in refractie kan men verste en digtste punt van ieder oog afzonderlijk bepalen. Is de gezigtsscherpte op beide voldoende, zoo vindt men de accommodatiebreedten ook doorgaans gelijk. Zijn deze nu grooter dan 't verschil in refractie, dan vallen ze gedeeltelijk op elkander: het digtste punt van 't minst brekend oog ligt naderbij dan 't verste van 't meest brekend oog. Maar toch zou men zich zeer bedriegen, wanneer men meende, dat bij 't binoculair zien, de afstand, waarvoor wordt geaccommodeerd, gelijk kon worden. Buffon *) was van die meening, maar wij moeten ze een dwaling noemen. Zelfs een klein verschil in refractie kan door de accommodatie, zoo ze op beide oogen gelijke breedte heeft, niet vereffend worden, zoo onafscheidelijk is de inspanning der accommodatie van 't eene oog aan die van 't andere verbonden. Gemakkelijk kan men zich hiervan vergewissen. Wie gelijke oogen heeft, houde slechts een zwak negatief of positief glas voor 't eene oog, zie naar eenig voorwerp en sluite dan afwisselend 't eene en 't andere oog. Proeven van dien aard zijn inderdaad belangrijk. Men ontwaart vooreerst, dat

*) Sur la cause du Strabisme ou des yeux louches, in *Mémoires de l'Académie.* 1743.

men met het eene oog scherp blijft accommoderen, en wel bij voorkeur met het oog, dat, bij mindere inspanning der relatieve accommodatie, de scherpste en de grootste beelden heeft. Ik zelf, bij voorbeeld, lees den fijnsten diamantdruk uren lang, zonder vermoeidheid des avonds zonder bril, maar breng ik voor 't eene oog een glas van $\frac{1}{2\frac{1}{4}}$ *), dan gebruik ik toch bij voorkeur dit gewapend oog voor 't zien in de nabijheid. Sluit ik het af, dan heeft het ongewapende aanvankelijk blijkbaar verstrooijingsbeelden. Door geene inspanning hoegenaamd gelukt het, voor beide oogen te gelijk scherpe beelden te verkrijgen. Eindelijk bemerkt men, wanneer men nu ook het gewapende oog weêr opent, dat de flaauwe gedeelten van 't diffuse beeld schier geheel verdwijnen, terwijl de donkerdere met die van het scherpe beeld zamenvallen. Bij een glas van $\frac{1}{4\frac{1}{8}}$ ondervind ik geene stoornis hoegenaamd; bij een glas van $\frac{1}{2\frac{1}{4}}$ is er iets nevelachtigs, dat bij 't afsluiten van het niet juist geaccommodeerde oog verdwijnt; maar in weêrwil van dat nevelachtige, wordt én het ligchamelijke én de afstand van voorwerpen juister beoordeeld en met het stereoscoop een stereoscopisch beeld verkregen. Ongetwijfeld strekken de voordeelen van 't binoculaire zien zich nog veel verder uit, wanneer het verschil in refractie oorspronkelijk bestond, waarvoor boven reeds de redenen zijn aangevoerd. Overigens, even als bij de proeven met kunstmatig verschil door glazen, accommodeert ook hier het eene oog scherp, ten koste van het andere, liever dan door gemiddelde inspanning der accommodatie half scherpe beelden op beide oogen te verkrijgen. Dit belet evenwel niet, dat, wanneer op beide oogen de gezigtsscherpte onvolkomen is, deze door het bijkomende minder juist geaccommodeerde oog grooter

*) Glas van $\frac{1}{n}$ beteekent een glas van n Par. duim brandpuntsafstand.

wordt: vooral bij stoornis ten gevolge van astigmatisme heb ik dit waargenomen. Maar zelfs wanneer, bij al te groot verschil in refractie, het tweede oog niet meer ondersteunt, brengt het althans geene stoornis voort. Onlangs leerde ik een opticus van groote verdienste kennen, die mij verhaalde, dat hij op 't eene oog emmetropisch was, op 't andere M = 1 : 5.5 had. De oogen waren voor elken afstand goed gerigt. Bij 't gewone zien, ondervond hij geen stoornis en gebruikte zijn emmetropisch oog. Een klein licht op afstand zag hij met het emmetropisch oog werkelijk zeer klein, met het myopisch als een groot diffuus beeld. Maar opende hij nu ook het emmetropische, dan verkleinde zich het diffuse beeld tot op de helft. Hij vroeg mij hiervan de verklaring. Ik vond ze voor 't grootste deel in 't kleiner worden der pupil van 't myopisch oog, bij het openen van 't ander, voor een deel echter ook in het werkelijk onzigtbaar worden van het buitenste flaauwere gedeelte van 't verstrooijingsbeeld: het buitenste hiervan was flaauwer, omdat hij voor *korteren* afstand (bij *grooteren* geldt het tegendeel) was geaccommodeerd.

Niet zelden is het mij voorgekomen, dat iemand meende, met het eene oog naauwelijks iets te kunnen onderscheiden, niettegenstaande de gezigtsscherpte van dit oog nog vrij voldoende was. Ik heb dit gevonden zoowel bij hooge graden van myopie als van hypermetropie. Dat men het gezigtsvermogen van een sterk hypermetropisch oog, 't welk glazen van $\frac{1}{8}$ of zelfs van $\frac{1}{6}$ behoeft, om scherpe beelden op het netvlies te hebben, niet bemerkt heeft, kan ons niet bevreemden; maar zonderling is het, dat beschaafde en ontwikkelde menschen zoo dikwijls onkundig zijn gebleven, dat zij met hun verloren gewaand oog nog voldoende zien, wanneer ze het voorwerp maar in genoegzame nabijheid brengen. In deze gevallen is het niet gebruikte oog dikwijls eenigzins afgeweken en wel, bijna zonder uitzonde-

ring, in de rigting naar buiten. Ik trof die rigting zelfs aan, wanneer dit oog sterk hypermetropisch was, mits op 't andere, gebruikte oog myopie of althans emmetropie bestond. Hierbij kan voor zekere afstanden de rigting nog juist zijn gebleven. In 't algemeen moet ik opmerken, dat afwijking nooit door verschil van refractie wordt teweeggebragt. Hoogstens kan in zoodanig verschil de reden liggen, waarom de afwijking niet werd voorkomen. Zoodra, namelijk, het verschil in refractie zoo groot is, dat het eene oog alle beteekenis voor 't binoculaire zien heeft verloren, kan de afkeer van dubbelbeelden de afwijking niet meer tegenwerken. Dat oog staat dan gelijk met een blind oog, en, even als dit laatste, wijkt het daarom af naar buiten. Maar heeft het oog nog *eenige* beteekenis gehouden voor 't binoculaire zien, dan werkt het daartoe ook voordeelig, en het is dus ongerijmd, aan te nemen, dat het zou afwijken, om de medewerking te ontgaan, zoo als men wel beweerd heeft.

2°. *De oogen worden afwisselend gebruikt.* Bij verschil in refractie komt het niet zelden voor, dat het eene oog voor het zien in de nabijheid, het andere voor 't zien op afstand wordt gebezigd. Klaarblijkelijk geschiedt dit, zoolang het binoculair zien stand houdt, waarbij, zoo als wij aantoonden, altijd één der beide oogen scherp is geaccommodeerd en dus elk oog over een deel van het accommodatie-gebied de rol op zich neemt. Maar het geldt ook van vele gevallen, waarin eene zekere afwijking tot stand kwam en dus geen binoculair zien meer voorkomt. In al deze gevallen nu, kan het den schijn hebben, dat de accommodatie-breedte buitengewoon groot is. Zoo beroemde zich een mijner vrienden, op afstand volkomen scherp te zien, en ook in 't zien in de nabijheid niet voor myopen onder te doen. Bij onderzoek hield het vreemde geheel op. Zijn regter oog was emmetropisch en zijn linker had myopie $= \frac{1}{5.5}$. Hij wist dit zelf niet. Na het 28ste jaar is dit laatste

oog begonnen, naar buiten af te wijken en is nu bij 't binoculaire zien uitgesloten; maar hij gaat voort, het te gebruiken, wanneer hij zeer kleine voorwerpen wil onderscheiden. Op deze wijze blijft een afgeweken myopisch oog het zekerst voor amblyopie bewaard, terwijl daarentegen het naar binnen afgewekene over het grootste deel van zijn gezigtsveld amblyopisch wordt. Dat men op middelen moet bedacht zijn, om het daarvoor te behoeden, behoeft naauwelijks gezegd.

3°. *Het eene oog kan bij de waarneming geheel uitgesloten blijven.* Hierbij zijn twee soorten van gevallen te onderscheiden: zoodanige, waarbij een ziekelijke toestand van 't oog (b.v. losscheiding van 't netvlies) is ontstaan en tot het uitsluiten met afwijking heeft aanleiding gegeven, en zoodanige, waarbij de afwijking onder de spierspanning primair was en de gezigtsstoornis het gevolg is van niet-gebruik. Over de eerste kunnen wij zwijgen. Wat de laatste aangaat, moeten wij onderscheiden tusschen de afwijking naar binnen en die naar buiten. Bij de afwijking naar buiten wordt het gezigtsveld vergroot en strekt zich verder over voorwerpen uit, die door het andere oog niet gezien worden. Bij de afwijking naar binnen wordt het gezigtsveld verkleind, en dat van het afgewekene oog valt meer over het andere. Hiermede staat het in verband, dat men van den indruk op het afgewekene psychisch abstraheert, en amblyopie van 't gemeenschappelijk deel van 't gezigtsveld is daarvan het gevolg. Bij de afwijking naar buiten is slechts een klein deel van 't gezigtsveld gemeenschappelijk, en bovendien wordt de abstractie minder gevorderd, omdat het doorgaans sterk myopische oog zeer diffuse beelden ontvangt. Daarom blijft hier 't gezigtsvermogen doorgaans vrij voldoende voortbestaan, al wordt het oog ook niet gebruikt.

Over de *verkregene verschillen in refractie* kunnen wij

korter zijn. Zij bepalen zich hoofdzakelijk tot aphakie (verwijdering der kristallens) en tot verlies (verlamming) der accommodatie op een der oogen. De wijze, hoe bij aphakie van 't eene oog gezien wordt, heeft VON GRAEFE onderzocht, bepaaldelijk met het oog op de vraag, of het wenschelijk zij, cataract op 't eene oog te opereren, terwijl het andere gezond is. Zijn antwoord luidt: „dat, alles overwogen, de „cataract-operatie op één oog naast belangrijke voordeelen „geene wezenlijke nadeelen oplevert, en dus altijd is aan„gewezen, wanneer men met voldoende zekerheid op den „goeden uitslag kan rekenen." Ik kan mij daarmêe zeer wel vereenigen. Bepaaldelijk bij werkzame jeugdige personen, waar tevens het gevaar der operatie gering is, leggen de voordeelen van een grooter te verkrijgen gezigtsveld, daardoor minder gevaar voor uitwendige beleediging van het tweede, voorts de weggenomen misstand en het meerdere zelfvertrouwen, bij 't bezit van twee oogen, een groot gewigt in de schaal. Daarenboven kan ik de waarneming van VON GRAEFE bevestigen, dat bij jeugdige personen meermalen gemeenschappelijk zien kan worden geconstateerd, waardoor de taxatie van afstand en de beoordeeling van 't ligchamelijke winnen, en dat, waar 't gemeenschappelijk zien ontbreekt, het aphakisch oog althans hoogst zelden eenigerlei stoornis geeft. Een enkele maal was bij afwijking naar buiten het dubbelzien hinderlijk. Overigens, dat scheelzien zou ontstaan ten gevolge der operatie, kan ik niet aannemen. Hoogstens is het begrijpelijk, dat het zou vermeerderen, wanneer het tijdens 't bestaan der cataract was ontstaan, en dien ten gevolge onmiddellijk na de operatie zich nabij elkander gelegene dubbelbeelden vertoonden, die door spierwerking niet wel tot vereeniging waren te brengen.

Eindelijk, bij verloren of verminderd accommodatie-vermogen op 't eene oog, houdt de duidelijke gezigtsafstand voor beide zijden geen gelijken tred. Bij 't zien in de

verte mogen bijv. beide oogen juist zijn ingerigt; dit verdwijnt, naarmate 't voorwerp nadert. De doorgaans plotseling ontstane ongelijkheid, welligt meer nog de veranderlijke graad, geeft aanleiding tot klagt over schemeren. Overigens wordt door de tevens vergroote pupil de stoornis in dubbele mate verhoogd, doordien ze én de verstrooijingsbeelden grooter maakt én de lichtsterkte op het niet scherp ziende oog doet toenemen.

Bij het *vaststellen der indicatiën*, waaraan men bij verschil van refractie heeft te voldoen, komt vooral in aanmerking, of er gemeenschappelijk zien der beide oogen bestaat, al dan niet.

Waar *gemeenschappelijk zien* aanwezig is, op welken afstand ook, moet het ons streven zijn, dit te behouden, en zoo mogelijk zelfs over een grooter gebied te verwezenlijken. Bij de keuze der glazen ga men uit van het ééne oog, en wel van het scherpst ziende, waaraan het andere in allen deele ondergeschikt moet blijven. Is het verschil in gezigtsscherpte gering, zoo kan ook in aanmerking komen, welk oog het zwakste glas tot correctie behoeft, dat trouwens ook gewoonlijk het scherpst ziende is. Voor dit oog nu, gelden, naar gelang van zijne refractie en accommodatie, geheel onafhankelijk van 't andere, al de regels, die in 't algemeen ons in de keuze van glazen leiden *). Is die keuze gedaan, dan blijft de vraag nog over, welk glas voor het andere oog vereischt wordt.

Oppervlakkig zou men meenen, dat men voor dit laatste eenvoudig het glas te kiezen had, dat het verste punt op gelijken afstand brengt, waarop het ligt voor 't eerste oog. Werkelijk is dit het oordeel van leeken. „Mijne oogen ver„schillen, bij gevolg behoef ik verschillende glazen," — zoo

*) Vergel. *Ametropie en hare gevolgen*. 1860.

is de gewone redenering. Zij ligt zoo zeer voor de hand en is schijnbaar zoo logisch, dat men er zich niet over verwonderen kan, te minder, wijl de zoogenoemde „optici" ze ondersteunen en gaarne bereid zijn tweeërlei glazen in hetzelfde stel te zetten. 't Is er intusschen verre van af, dat men aan dien regel zich zou te houden hebben. Reeds uit de gewoonte vloeit een groot bezwaar voort. De een heeft, in weêrwil van hypermetropie op 't eene oog, in zijne jeugd altijd zonder bril gezien en gelezen, en nooit bij het binoculaire zien eenig bezwaar ondervonden. De ander leest voortreffelijk en kent geene vermoeidheid, hoezeer zijne oogen in verschillenden graad myopisch zijn. Geeft men nu zoodanigen gelijke convexe of concave glazen, dan zullen zij tevreden blijven, want het verschil tusschen de beide oogen, waaraan ze gewoon zijn, blijft daarbij ook nagenoeg onveranderd. Geeft men daarentegen verschillende glazen, waardoor het accommodatie-gebied op beide oogen meer gelijk wordt, dan zal men vaak genoeg bevestigd vinden: „que le mieux est l'ennemi du bien." De oorzaak hiervan is hoofdzakelijk deze: dat, bij gelijk gemaakten afstand van duidelijkheid, de beelden voor de beide oogen niet gelijk zijn en bepaaldelijk in grootte verschillen. Tot op zekere hoogte levert een verschil in grootte geen wezenlijk bezwaar, vooral niet bij 't zien van voorwerpen, in hetzelfde vlak gelegen, alzoo bij lezen, schrijven, enz. Wie gelijke oogen heeft kan zich hiervan overtuigen, door voor het eene oog eene combinatie van een positief en negatief glas te plaatsen, die den duidelijkheidsafstand niet verandert, maar wel den gezigtshoek. Sluit men nu achtereenvolgens elk der oogen, dan blijkt, dat de letters met 't eene oog grooter, met 't andere kleiner gezien worden, terwijl beide oogen ze tot eene gemiddelde grootte combineren. Men weet, dat dit evenzeer 't geval is, wanneer men twee gelijkvormige figuren, met klein verschil in grootte, door 't stereoscoop be-

schouwt: het is het resultaat der wankelende en onvolkomene correspondentie der symmetrische punten, zoo als die bij 't gewone gebruik der oogen, waarbij letters en andere vormen zoo dikwijls op eenigzins ongelijken afstand van de beide oogen zich bevinden, moest ontwikkelen. Maar stijgt het verschil in grootte boven eene zekere maat, dan komt duidelijk dubbelzien voor den dag, met grootere letters, aan 't eene, kleinere, aan 't andere oog beantwoordende, en terwijl men die niet tot dekking brengen kan, is men geneigd, door afwijking van een der gezigtslijnen, ze wat verder te doen uiteenwijken. Hetzelfde nu komt voor, zoodra men bij groote verschillen in refractie door daaraan geëvenredigd verschil van glazen den afstand van duidelijk zien gelijk heeft gemaakt *). Dit nu heeft mij gebragt tot den regel, om, wanneer bij binoculair zien, met oogen van verschillende refractie, op eenigerlei afstand zonder glazen scherp en gemakkelijk gezien wordt, bij noodige verplaatsing van dien afstand, voor beide oogen gelijke glazen te geven, en ik bevind mij daarbij regt wel. Maar mag men van dien regel nimmer afwijken? Ongetwijfeld. Vooreerst mag men het doen, wanneer het verschil in refractie gering is, niet meer dan $\frac{1}{4\frac{1}{8}}$ of $\frac{1}{3\frac{1}{6}}$ bedraagt. Onder de myopen vooral heb ik er velen gevonden, die aan een daaraan beantwoordend verschil in glazen voor 't zien op afstand de voorkeur gaven. Men kan voorts, waar het verschil in refractie grooter is, dit althans voor een gedeelte corrigeren, bijv. bij myopie

*) Men zou sterk periscopische glazen (welker knooppunten buiten de glasmassa liggen), op 't eene oog met het bolle, op 't andere met het holle vlak naar 't oog kunnen keeren, of wel door eene eigenaardige combinatie van een hol en bol glas, verschillend voor ieder oog, kunnen trachten de resulterende knooppunten op beide zijden op gelijken afstand van 't netvlies te brengen, en de beelden dus even groot te maken; maar de méthode is zeer subtiel, en ik kan mij naauwelijks voorstellen, dat zij ooit zal geroepen zijn, in eene behoefte te voorzien.

$= \frac{1}{12}$ op 't eene en $= \frac{1}{8}$ op 't andere oog, een glas van $- \frac{1}{12}$ op 't eerste (zoo tegen 't neutraliseren geen bezwaar is) en daarbij $- \frac{1}{10}$ op 't andere geven; maar het verschil in glazen mag toch zelden $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$ of $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ overtreffen. Eindelijk kan, in gevallen van onvolkomen gezigtsscherpte, er zelfs een wezenlijk voordeel in gelegen zijn, door verschil van glazen op de beide netvliezen vrij naauwkeurige beelden te doen ontstaan, door welker zamenwerking dan het onderscheidingsvermogen in sommige gevallen verhoogd wordt. Dit heeft vooral betrekking op hypermetropen. Het geldt hier juist die gevallen, waarbij men, onder 't bestaande verschil in refractie, op geen afstand hoegenaamd met zijn gezigtsvermogen tevreden was. Intusschen geve men zelfs hier nooit eene combinatie van verschillende glazen, vóór zij is beproefd en doelmatig bevonden. A priori kan men er niets zekers van zeggen, aangezien het bestaande verschil in refractie tot gewoonte geworden is en op de corresponderende punten der netvliezen welligt invloed heeft gehad.

Wanneer een oog aan 't gemeenschappelijk zien deel neemt, zoo wordt zijne functie onderhouden, ook wanneer het voortdurend zeer onvolkomene diffuse beelden ontvangt. Bepaaldelijk blijft het gezigtsveld in zijn geheel voortbestaan, en de gezigtsscherpte moge iets verminderen, zij herstelt zich spoedig wanneer dit oog, bij ontstaande stoornis van 't andere, tot meerdere diensten geroepen of opzettelijk aan stelselmatige oefening onderworpen wordt. Die oefening acht ik in elk geval wenschelijk, vooral bij de gewone hypermetropie, en niet minder bij aphakie; zij geschiedt, onder sluiting van 't gewoonlijk ziende oog, eenvoudig met een convex glas. Aldus onverzwakt gebleven, is dit oog dan steeds gereed, hulp te bieden, zoodra het andere mogt komen te falen, en al aanstonds krijgt het grootere waarde voor 't binoculaire zien. Een sterk myopisch oog kan zich oefenen zonder glas. Dit trouwens is doorgaans naar buiten afge-

weken en het behoort dan tot eene andere categorie, namelijk tot die gevallen, waarin:

Het binoculaire zien ontbreekt. Vooral onder deze rubriek vallen de merkwaardige voorbeelden, waarin een gebrek in refractie door den patient voor totale onbruikbaarheid wordt gehouden.

In 't algemeen is bij afwijking van 't eene oog de optische behandeling, bij verschil in refractie, veel gemakkelijker dan bij 't gemeenschappelijk zien. Hier houdt men 't beste oog voor 't gewone gebruik, en onderhoudt het andere door regelmatige oefening, bij afsluiting van het beste. In zeldzame gevallen, bij afwijking naar buiten, wordt het ééne oog gebruikt, om op afstand, het andere om in de nabijheid te zien. Die taak moeten ze blijven vervullen, en men ondersteunt beide daarbij, onafhankelijk van elkander, naar de algemeene regelen, zoover het noodig is. Dit is dus nog eenvoudiger. Eindelijk, meestal bij afwijking naar binnen, en niet zelden ook bij afwijking naar buiten, is het eene oog geheel buiten gebruik; misschien was het oorspronkelijk reeds minder scherp ziende, en nu is het in hoogen graad amblyopisch. Fixeert het bij sluiting van 't andere, niet meer met de gele vlek, dan is er niets meer van te hopen. Oefening is dan ook zonder vrucht.

De vraag, wanneer het geraden is, bij afwijking *tenotomie* te verrigten, kan hier niet in het breede worden onderzocht. Ik mag daartoe verwijzen op de bekende verhandeling van VON GRAEFE. Een paar opmerkingen evenwel mogen hier plaats vinden. Als resultaat van mijn onderzoek, heb ik aangenomen, dat verschil van refractie nooit strabisme voortbrengt, maar alleen, om de mindere waarde van 't binoculaire zien, het ontstaan daarvan niet belet. Bij gevolg, is er uit het verschil in refractie ook nooit eene contra-indicatie te putten tegen tenotomie. Alléén moet men er op bedacht zijn, dat het binoculaire zien geene

wezenlijke waarde zal kunnen verkrijgen. Maar doet men niet tenotomie, louter, om den stand te verbeteren, zelfs waar 't eene oog zijn gezigtsvermogen voor altijd heeft verloren? — Eene tweede opmerking is deze, dat bij de hoogste graden van myopie een naar buiten afgeweken oog door eenvoudige tenotomie bij 't zien op afstand wel een' beteren stand krijgt, maar hoogst zelden leert convergeren. Voor 't binoculaire zien is dus ook hier weinig voordeel van de operatie te wachten.

Bij aphakie van 't eene oog met normale gezigtsscherpte van 't andere is, vooral bij afwijking van dat oog, eenige oefening met een convex glas aan te bevelen, om achteruitgang der gezigtsscherpte te voorkomen. Eenige minuten daags zijn toereikend.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 24sten SEPTEMBER 1864.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, P. BLEEKER, R. VAN REES, R. LOBATTO, J. VAN DER HOEVEN, A. H. VAN DER BOON MESCH, N. W. P. RAUWENHOFF, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, E. H. VON BAUMHAUER, F. J. STAMKART, G. J. VERDAM, D. BIERENS DE HAAN, P. HARTING, A. HEYNSIUS, C. A. J. A. OUDEMANS, J. VAN GEUNS, C. J. MATTHES en C. SWAVING, Correspondent.

De Heer VOORHELM SCHNEEVOOGT heeft zich doen verontschuldigen wegens het niet bijwonen dezer zitting.

Na voorlezing, goedkeuring en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige bijeenkomst, wordt kennis genomen van een schrijven van Mevrouw de Wed. W. VROLIK, geb. VAN DOORN, ten geleide van het levensgroot portret van wijlen haren echtgenoot, door HEd. der Akademie geschonken. De Afdeeling

aanvaardt met warme erkentelijkheid die kostbare gave, waarop zij hoogen prijs stelt, en besluit tot schriftelijke dankzegging en plaatsing der beeldtenis in de vergaderzaal der Akademie, in de volle overtuiging, daarmede ook geheel in den geest harer Zuster-Afdeeling te handelen.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 1 Julij 1864, N°. 192. 3e Afd. Waterstaat); 2°. Minister van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 3 September 1864, N°. 8155, en 6 September 1864. N°. 8248); 3°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 15 Sept. 1864, N°. 168. 6e Afd. Rijkstelegraaf); 4°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 11 Julij 1864, N°. 55. T. Topographisch Bureau); 5°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 3 Augustus 1864, N°. 4. S. Secretariaat); 6°. VAN PANHUYS, Commissaris des Konings in de Provincie Friesland (Leeuwarden, 15 Julij 1864, N°. 81); 7°. J. LUZAC, namens Curatoren der Hoogescholen (Leiden, Julij 1864); 8°. W. N. DU RIEU, Secretaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde (Leiden, Julij 1864); 9°. N. H. DE GRAAF, Secrétaire de la Société entomologique des Pays-Bas (Leiden, 20 Sept. 1864); 10°. W. B. J. VAN EYK, namens Curatoren van het Athenaeum Illustre te Deventer (13 Julij 1864); 11°. van den Heer M. HOEK; 12°. van den Heer Dr. C. SWAVING; 13°. van den Heer J. DAVID (Leuven, 10 Augustus 1864); 14°. JUL. VUYLSTEKE, Secretaris van het Willemsfonds (Gent, 25 Junij 1864);

15°. Dr. GUYON (Parijs, 18 Julij 1864); 16°. J. GARNIER, Secrétaire perpétuel de la Société des Antiquaires de Picardie (Amiens, 30 Junij 1864); 17°. R. KIPPIST, for the Secretary of the Linnean Society (London, 10 Augustus 1864); 18°. M. le Prince PIERRE DOLGOROUKOW (resid. te Londen); 19°. S. B. WOOLWORTH, Secretary of the New-York State Library (Albany, 7 Mei 1864); 20°. TH. S. PARVIN, In behalf of the Librarian of the State University of Iowa (Iowa city, 1 Januarij 1864); 21°. G. HINRICHS (Iowa City, 14 Febr. 1864); 22°. S. L. ABBOT, Corr. Secretary of the Boston Society of Natural History (Boston, 1 Mei 1864); 23e. D. STRICKER, Secretär der Senkenbergischen naturforschenden Gesellschaft (Frankfort a/M., 7 Junij 1864); 24°. F. RITSCHL, Im Namen des Vorstandes des Vereins von Alterthums-Freunden im Rheinlande (Bonn, 21 Junij 1864); 25°. A. AGUILAR, Secretario perpetuo de la Real Academia de Ciencias (Madrid, 22 Mei 1864); 26°. G. FORCHHAMMER, Secretär af det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab (Koppenhagen, 8 December 1863.

Waarop het gewone besluit valt. Aan een aanzoek van *der Naturwissenschaftlicher Verein zu Hamburg* wenscht men te voldoen, het nadere daaromtrent aan den Algemeenen Secretaris overlatende.

Worden gelezen brieven tot dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. L. DU MONCEAU, Bibliothekaris des Konings ('s Gravenhage, 12 September 1864, N°. 22/55

en N°. 92/64); 2°. H. HORCH, Bibliothekaris van Z. K. H. den Prins van Oranje, ('s Gravenhage, 3 Augustus en 9 Sept. 1864); 3°. Z. K. H. Prins FREDERIK der Nederlanden ('s Gravenhage, 3 Augustus 1864); 4°. Minister van Buitenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 6 September 1864, N°. 8212); 5°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 4 Augustus 1864, N°. 208, en 7 September 1864, N°. 187, 5e Afd. Onderwijs enz.); 6°. Minister van Justitie ('s Gravenhage, 4 Augustus 1864, N°. 25, en 7 September 1864, N°. 105); 7°. Minister van Kolonien ('s Gravenhage, 11 Augustus 1864, Lett. A. Az. N°. 11, en 9 Sept. 1864, Lett. A. Az. N°. 26); 8°. Minister van Marine ('s Gravenhage, 2 Augustus 1864, Lett. A N°. 8, en 9 September 1864, Lett. A. N°. 17); 9°. H. VOLLENHOVEN, Referendaris, Chef der Ve Afd. bij het Departement van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 4 Augustus en 7 September 1864); 10°. De Bibliothekaris der Hoogeschool te Leiden (22 Augustus 1864); 11°. W. A. ENSCHEDÉ, Bibliothekaris der Hoogeschool te Groningen (15 Augustus 1864); 12°. D. F. VAN DER PANT, 1en Secretaris van het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte (Rotterdam, 20 Augustus 1854); 13°. P. T. HUBRECHT, Voorzitter, en H. MULLER, Secretaris van het Rotterdamsche Leeskabinet (Rotterdam, 15 Augustus 1864); 14°. E. VERWIJS, Archivaris-Bibliothekaris der Provincie Friesland (Leeuwarden, Augustus 1864); 15°. W. C. BACKER, Secretaris van het Athenaeum Illustre te Amsterdam (12 en 16 September 1864); 16°. W. B. J. VAN EYK, Bibliothekaris van de Deventer Bibliotheek (Deventer, 4 Augus-

tus 1864; 17°. L. COHEN STUART, Directeur der Polytechnische School te Delft (15 Augustus 1864), N°. 17); 18°. DE MONCHY, Directeur der Nederlandsche Handel-Maatschappij (Amsterdam, 12 Augustus 1864, N°. 745); 19°. CONRAD, Huis de Wiers (10 Aug. 1864); Mevr. C. VAN DER KUN-NIERSTRASZ Maastricht, 19 Augustus 1864); 20°. A. VAN NAAMEN VAN EEMNES, Secretaris der Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van Provinciale Welvaart (Zwolle, 11 Aug. 1864); 21°. J. H. DE STOPPELAAR, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen (Middelburg, 8 Augustus 1864); 22°. BUYS BALLOT, Hoofd-Directeur van het Koninkl. Nederl. Meteorologisch Instituut (Utrecht, 4 Augustus en 10 Septemb. 1864); 23°. J. ENSCHEDÉ, namens het 2de Genootschap van TEYLERS Stichting (Haarlem, 2 Augustus 1864); 24°. P. J. VERMEULEN, Bibliothekaris der Hoogeschool te Utrecht (3 Augustus 1864); 25°. J. A. HUBERT, namens het gemeentebestuur van Zutfen (30 Augustus 1864); 26°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninkl. Instituut van Ingenieurs ('s Gravenhage, 4 Aug. 1864, N°. 113); 27°. A. QUETELET, Secrétaire perpétuel de l'Académie roy. des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique (Brussel, 28 Junij 1864); 28°. J. DAVID (Leuven, 26 Julij 1864); 29°. P. J. VAN BENEDEN (Leuven, 23 Julij 1864); 30°. J. ROULEZ (Gent, 21 Julij 1864); 31°. DE COLNET D'HUART, Secrétaire de la Société des Sciences Naturelles du Gr. duché de Luxembourg (20 Julij 1864); 32°. FLOURENS, Secrétaire perpétuel de l'Institut Impérial de France, Académie des Sciences (Parijs, 11 Julij 1864); 33°.

Le Conservateur Sous-Directeur de la Bibliothèque Impériale (Parijs, 29 Junij 1864); 34°. M. CHEVALIER (Parijs, 29 Junij 1864); 35°. A. MANGIN, Bibliothécaire de l'Ecole Impériale Polytechnique (Parijs, 30 Junij 1864); 36°. Le Secrétaire perpétuel de l'Académie Impériale de Médecine (Parijs, 30 Junij 1864); 37°. Le Secrétaire Adjoint de l'Académie de Législation de Toulouse (24 Aug. 1864); 38°. M. SIMONIN, Secrétaire perpétuel de l'Académie de Stanislas (Nancy, 6 Aug. 1864); 39°. M. ROUSSET, Secrétaire Général de l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier; 40°. A. P. STEWART and H. LEE, Honorary Librarians of the Royal Medical and Chirurgical Society (London, Aug. 1864); 41°. G. B. AIRY, Royal Observatory at Greenw. (25 Junij 1864); 42°. J. HENRY, Secretary of the Smithsonian Institution (Washington, 29 Maart 1863); 43°. H. HOLM, Namens der Direction der K. Hof- und Staats-Bibliothek (Munchen, 4 Julij 1864); 44°. H. A. PAGENSTECHER, 1er Secretär des Naturhist. Med. Vereins zu Heidelberg (6 Julij 1864); 45°. J. LOTHROP MOTLEY (Weenen, 20 Julij 1864); 46°. H. HELMHOLTZ (Heidelberg, 17 Julij 1864); 47°. C. F. A. PETERS, Director der Sternwarte in Altona (8 Aug. 1864); 48°. KRAUSS, Bibliothekar des Vereins für Vaterländische Naturkunde in Württemburg (Stuttgart, 24 Junij 1864); 49°. J. R. ERBSTEIN, 1er Secretär des Germanischen Museum's (Nurnberg, 27 Junij 1864); 50°. G. FORCHHAMMER, Secretär af det K. Danske Videnskaberne Selskab (Koppenhagen, 9 Junij 1864); 51°. GUÉDÉONOM, Directeur de l'Ermitage Impérial (St. Petersburg, 19/7 September 1864, N°. 2551); 52°. o.

STRUVE, Director der Nicolai-Hauptsternwarte (Pulkowa, 1 Julij 1864, N°. 230). — Aangenomen voor berigt.

Komt ter tafel eene missive van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken, 's Hage, 30 Junij l.l. N°. 181 3de Afdeeling, Waterstaat, houdende mededeeling van in België welgeslaagde proefnemingen met gecreosoteerd hout, die volgens des Ministers schrijven ten onzent minder goed gevolg hadden gehad. De Heeren VON BAUMHAUER en HARTING komen op tegen de laatste bewering, met verwijzing naar het jongste verslag van de Commissie voor den Paalworm. Eerstgenoemde berigt voorts door den Ingenieur BEELOO te zijn aangezocht geworden: dat de Commissie op zich nemen mogt, de voorgenomen proeven met Surinaamsche houtsoorten, waarvan de missive nog gewaagt, in het werk te stellen. De Commissie wordt uitgenoodigd ter zake van een en ander met schriftelijke voorlichting en advies te willen dienen. Nog wordt haar in handen gesteld een schrijven van den Heer A. SNATERSE, Directeur der Maatschappij tot houtbereiding tegen bederf, dd. Amsterdam 26 Julij l.l.

Wordt gelezen een brief van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken, 's Hage, 20 Julij l.l. N°. 212, 5de Afd. Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen, met ingesloten uitnoodigingscirculaire van het *Freie Deutsche Hochstift*, te Frankfurt a/M., om bij 's Lands Regering te ondersteunen eene aanvraag,

dat het haar behagen mogt, een deskundige af te vaardigen naar het congres van Natuur-onderzoekers te Giessen, van 18 tot 24 dezer, ten einde deel te nemen aan eene beraadslaging tot wijziging van de Gregoriaansche tijdrekening en het aanwenden eener poging bij het Russische Gouvernement, om hetzelve over te halen, de Juliaansche tijdrekening door die gewijzigde Gregoriaansche te doen vervangen. De Voorzitter heeft daarover de Heeren KAISER en STAMKART in Commissie geraadpleegd, die eenparig van gevoelen waren, dat er nog in lang geen behoefte bestond voor de bedoelde wijziging, maar dat het indedaad van belang ware, zoo Rusland zich geneigd mogt betoonen, de Oostersche tijdrekening te laten varen. Daar er wel geen twijfel bestond, of de Afdeeling zou zich met deze conclusie van het Rapport vereenigen, en de tijd drong, deelde de Secretaris, op gezag van den Voorzitter, zulks als de meening der Afdeeling aan het *Freie Hochstift* mede, onder kennisgeving van een en ander aan den Minister, waarop alsnu de goedkeuring en bekrachtiging der Vergadering gevraagd worden, die deze volgaarne en onder dankzegging voor de genomen moeite verleent.

Komt ter sprake een brief van den Heer Minister van Koloniën, 's Hage 8 Julij 1864, Lett. F, N°. 22, met bijgevoegd afschrift eener missive van den Heer Dr. J. A. C. OUDEMANS, Hoofd-Ingenieur voor de geographische dienst in Ned. Indië, waarbij ter zake van de aldaar voorgenomene geodesische

basismeting, der Akademie de twee navolgende vragen worden voorgelegd.

a. Of de Commissie tot het vervaardigen van kopijen van de standaardmeter en het standaardkilogram de op bladzijde 5 van haar voorloopig verslag bedoelde bepaling van den uitzettings-coëfficiënt der glazen ellen reeds verrigt heeft, en zoo neen, of die arbeid niet eenigzins bespoedigd zou kunnen worden.

b. Of, wanneer de voor Indië bestemde basistoestel met comparateur gereed is, alsdan de Akademie op zich zou willen nemen, door eene uit haar midden te benoemen Commissie de vergelijking te doen bewerkstelligen van de tot dien toestel behoorende meetstaven bij één of beide der bij haar berustende glazen kopijellen, en zoo mogelijk bij den platinastandaard, waartoe de bokken en microscopen van den basistoestel waarschijnlijk zelve gebruikt zullen kunnen worden, — en wel liefst zoowel bij zomer- als wintertemperatuur, in allen geval bij wintertemperatuur.

De Heeren STAMKART en LOBATTO, met den Heer OUDEMANS voornoemde Commissie uitmakende, zijn daarop door den Voorzitter gehoord geworden, en hebben ingevolge daarvan Rapport uitgebragt, waarvan de conclusie luidt: dat, terwijl de eerste vraag ontkennend moet worden beantwoord, zij voorstellen, dat, wegens het belang der zaak, tot de bewuste uitzettingsbepaling alsnog worde overgegaan. Wilde men dit aan hen opdragen, zoo verklaarden zij zich daartoe bereid, mits men hen magtigde tot het doen van de daartoe gevorderde zeker geringe uitgaven, billijkerwijs door het Ministerie van Koloniën

te vergoeden, daarbij in overweging gevende, tot dat einde de Commissie voor de vervaardiging der kopijstandaarden aan te vullen met een Lid der Afdeeling, liefst in Amsterdam woonachtig. De tweede vraag meenden zij, dat geheel in toestemmenden zin door de Akademie moest worden beantwoord.

De Vergadering met deze conclusie zich geheel vereenigende, besluit, een afschrift van het ingediende Rapport aan den Minister op te zenden, onder aanvraag van de vereischte gelden tot een nader te bepalen maximum, en vult de Commissie aan, door de benoeming van den Heer MATTHES, die zich deze keuze laat welgevallen.

Wordt kennis genomen van twee brieven van den Heer C. VAN DER STERR, dd. Helder, 13 Julij en 5 Aug. l.l. ten geleide van 22 tabellen van waargenomen waterhoogten in het Marsdiep, bereids naar de Commissie voor de daling van den bodem in Nederland verzonden.

De Secretaris leest eene circulaire voor, houdende uitnoodiging tot deelneming aan eene fundatie ter eere van Dr. C. G. CARUS, sedert vijftig jaren Hoogleeraar te Dresden. Aangenomen voor berigt.

Nog wordt mededeeling gedaan van een prospectus van een door den Heer D. G. ELLIOT te New-York aangekondigd prachtwerk, bestaande uit eene monographie van de *Tetraoninæ*, waaraan door den Heer J. VAN DER HOEVEN hooge lof gegeven wordt.

De Heer Dr. H. W. SCHROEDER VAN DER KOLK van Zutphen verzoekt, bij schrijven van den 11den dezer, zijne verhandeling *over de mechanische Energie der scheikundige werkingen*, die hij gelegenheid vond in *Poggendorff's Annalen* geplaatst te krijgen, eerbiediglijk terug, waaraan gevolg zal worden gegeven.

De Heer P. HARTING levert eene wetenschappelijke bijdrage: *over het episternum bij de verschillende classen van gewervelde dieren.* De uitkomsten van dit zijn onderzoek komen op het navolgende neder:

1°. Bij alle vogels die sleutelbeenderen, hetzij in rudimentairen toestand of als vorkbeen bezitten, komt een deel voor, hetwelk als het homologon van het T- of kruisvormige episternum der hagedissen en van eenige zoogdieren beschouwd moet worden.

2°. Het episternum der vogels is dikwijls geheel, altijd grootendeels vliezig, en slechts bij eenige vogels op bepaalde punten verbeend.

3°. Het wordt gevormd, door twee zijdelingsche platen die elkander onder een hoek ontmoeten, en zich aldaar vereenigen tot eene in de middellijn gelegen plaat, die zich inhecht aan den voorrand van het borstbeen en van de kam, waar deze aanwezig is. Van de beide zijdelingsche platen beantwoordt dat gedeelte hetwelk zich aan de sleutelbeenderen inhecht, aan de armen van het T-vormig episternum van andere dieren. Het bovenste met de coracoïdaalbeenderen verbonden gedeelte is te vergelijken met de zijdelingsche uitbreidingen van de coracoïdaalbeenderen der meeste hagedissen.

Bij een klein aantal vogels uit de orde der Steltloopers komt bovendien tusschen de vorkbeen-takken eene plaat

voor, die beantwoordt aan het voorste middengedeelte van het kruisvormig episternum van eenige hagedissen en zoogdieren.

4°. De meest gewoonlijk verbeende plaats van het episternum is gelegen in het bovenste gedeelte der middenplaat, tusschen de inplantingsplaatsen der coracoïdaalbeenderen.

Minder dikwerf, en alleen bij vogels uit de orde der Zangvogels, der Hoenderachtige vogels en bij eenige Zwemvogels, is ook dat gedeelte der middelste episternale plaat, welke met de spits der furcula in zamenhang is, verbeend. Waar een verbindingsvlies tusschen de beide furcula-takken voorkomt, is het achterste in de middellijn gelegen gedeelte daarvan in een beenig uitsteeksel veranderd.

In de zijdelingsche vliezige platen komen geen normale verbeeningen voor.

5°. Het is waarschijnlijk, dat in sommige gevallen, bepaaldelijk bij de Papegaaijen, het voorste gedeelte van de kam geheel van episternalen oorsprong is.

6°. Bij *Cygnus musicus* en *Grus cinerea* bestaat het grootste gedeelte van den beenigen trommel, waarbinnen eenige windingen der trachea gelegen zijn, uit eene episternale vorming.

De Heer VAN DER WILLIGEN biedt eene tweede verhandeling aan: *Over de refractie-coëfficiënten voor mengsels van zwavelzuur en water*. De Heeren VAN REES en STAMKART worden door den Voorzitter uitgenoodigd, om ook over deze verhandeling hun oordeel uit te brengen.

Na resumtie der gehouden aanteekeningen, wordt de Vergadering gesloten.

ONDERZOEKINGEN

OMTRENT DEN

GANG VAN HET HOOFDUURWERK

DER

STERREWACHT TE LEIDEN,

DE PENDULE HOHWÜ, N°. 17,

DOOR

F. KAISER.

Toen de nieuwe Sterrewacht te Leiden met eenen Meridiaan-cirkel zoude worden toegerust, was het niet te betwijfelen, dat men een voortreffelijk werktuig van dien aard zoude ontvangen, hetzij dit bij de Heeren A. en G. REPSOLD te Hamburg, of bij de Heeren PISTOR en MARTINS te Berlijn besteld mogt worden. De keuze viel op de Heeren PISTOR en MARTINS, niet zoozeer omdat zij een grooter getal Meridiaan-cirkels hadden vervaardigd dan de Heeren A. en G. REPSOLD, als wel omdat zij de aflevering van zulk een werktuig voor de Sterrewacht te Leiden binnen een veel korter tijdsverloop toezegden. Ik ben in mijne verwachtingen omtrent het voortbrengsel van de Heeren PISTOR en MARTINS niet teleurgesteld, en mijne bedenkingen tegen den Meridiaan-cirkel te Leiden betroffen geenszins zijne uitvoering, maar eene, schijnbaar zeer

schoone vinding, die bij alle nieuwere Meridiaan-cirkels, en ook bij dien te Leiden, is aangebragt, doch, naar mijne onderzoekingen, de naauwkeurigheid der waarnemingen benadeelt en alzoo verworpen had moeten worden. Die wonderspreukige uitkomst heeft mij reeds tot veel schrijven en wrijven gedwongen, maar ik zoude aan haar blijven hechten, al mogt zij door de geheele sterrekundige wereld worden tegengesproken, en vermoedelijk zoude de ondoelmatigheid der nieuwe inrigting mij dadelijk gebleken zijn, indien ik in de gelegenheid ware gesteld geworden, om de nieuwere Meridiaan-cirkels te onderzoeken, alvorens zulk een werktuig voor de Sterrewacht te Leiden te bestellen. Ik hoop dat mij nog eenmaal de mogelijkheid zal worden aangeboden, om over dit, in mijn oog voor de sterrekunde belangrijk, onderwerp, met de noodige uitvoerigheid openlijk te handelen.

Bij den Meridiaan-cirkel behoort een sterrekundig slingeruurwerk, van welks voortreffelijkheid de naauwkeurigheid der uitkomsten, met den Meridiaan-cirkel verkregen, grootendeels afhangt, en waarover ik aanvankelijk meer bezorgd was dan over den Meridiaan-cirkel zelven. Men roeme vrij de voortreffelijkheid der tegenwoordige uurwerken, maar die zich, even als ik, gedurende eenige jaren met hun onderzoek heeft moeten bezig houden, weet bij ondervinding, dat geen grilliger en ondankbaarder voorwerpen bestaan, en kan den wensch niet onderdrukken, dat nog eens, maar met betere gevolgen dan weleer, een KAREL de Groote zich in een klooster mogt opsluiten, om aan de volmaking der uurwerken te arbeiden. BESSEL, de grootste sterrekundige dezer eeuw, heeft zich, nog met eene stervende hand, afgesloofd, om de buiging en de fouten in de verdeeling te bepalen, bij den Meridiaan-cirkel van REPSOLD, die het laatste voorwerp zijner zorgen was. Vergelijkt men bij die zorgen den gang van het

slingeruurwerk door BESSEL gebruikt, door hem hoogelijk geprezen en door den wereldberoemden KESSELS vervaardigd, dan vraagt men zich zelven af, hoe daarmede Regteopklimmingen konden worden bepaald, wier naauwkeurigheid in overeenstemming was met die der Afwijkingen, door den Meridiaan-cirkel, zonder behulp van het uurwerk, verkregen. Ik moest, voor de Sterrewacht te Leiden, een slingeruurwerk wenschen, volkomener dan dat van den wereldberoemden KESSELS te Koningsbergen, volkomener ook dan die, door de meest beroemde Engelsche kunstenaars, voor de sterrewachten te Greenwich, Cambridge, Oxford en Edinburg vervaardigd zijn.

De Heer A. HOHWÜ te Amsterdam, een leerling van KESSELS, die sedert eene reeks van jaren aan de Nederlandsche Marine en koopvaardijvloot talrijke zeeuurwerken had geleverd; die voor de Nederlandsche Marine een zeer goed en voor Z. K. H. Prins HENDRIK der Nederlanden een hoogst voortreffelijk sterrekundig slingeruurwerk had vervaardigd, bood zich aan, om voor de nieuwe Sterrewacht te Leiden een slingeruurwerk te leveren, zoo volkomen als men dit in den tegenwoordigen tijd verwachten kon. Zonder een waagstuk te begaan, kon ik van dat aanbod gebruik maken, en ik deed dit met eenen uitslag, die mij de hoogst mogelijke voldoening heeft geschonken. Het slingeruurwerk HOHWÜ N°. 17 der nieuwe sterrewacht te Leiden loopt daar nu, zonder aangeroerd te worden, sedert omtrent twee en een half jaar, en heeft zich zoo voortreffelijk betoond, dat zijne wedergade niet of naauwelijks zoude kunnen worden aangewezen. Ik ben aan den verdienstelijken kunstenaar en aan de wetenschap een openlijk verslag van mijne onderzoekingen omtrent dat uurwerk schuldig, en terwijl talrijke onderzoekingen, aan de Sterrewacht te Leiden volbragt, verborgen liggen, daar zij, bij gebrek aan middelen, niet kunnen worden

uitgegeven, grijp ik volgaarne de gelegenheid aan, om de pendule HOHWÜ N°. 17 tot het onderwerp eener openlijke mededeeling te stellen, nu de Academie van Wetenschappen zelve eene bijdrage van mij verlangt. Mijne *onderzoekingen omtrent den gang van het sterrekundig slingeruurwerk der Nederlandsche Marine,* HOHWÜ N°. 15, die opgenomen zijn in de *Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen,* Afdeeling Natuurkunde, Deel X, bladz. 194, moeten daarbij in herinnering worden gebragt en maken het overtollig andermaal in algemeene beschouwingen te treden.

De pendule HOHWÜ N°. 17 is, door den Heer HOHWÜ zelven, in de Meridiaan-zaal der Sterrewacht te Leiden opgehangen aan eenen gemetselden steenen pilaar, die op de fundering des Meridiaan-cirkels rust en van de vloeren en muren des gebouws geheel is afgescheiden. Die pilaar is geplaatst aan de oostzijde, in de rigting van de twee pilaren, die den Meridiaan-cirkel dragen en zijne voorvlakte is $3^{m},2$ van het midden des Meridiaan-cirkels verwijderd. De afgezonderde ligging der sterrewacht bevordert zeer de rust der funderingen, maar bij zoo hevige stormen als in de laatste jaren, en bepaaldelijk in het begin der maand December van dit jaar, hebben gewoed, wordt de dreuning van het gebouw op den grond overgebragt en moet de gang van het uurwerk daaronder eenigermate lijden. De pendule hangt niet in eene nis, maar tegen de voorvlakte des pilaars, zoodat drie zijden van de mahonyhouten kast, die de pendule omgeeft, geheel vrij, in het vertrek vallen. De voorzijde van die kast is eene deur met ruiten van spiegelglas. De pendule is aan zeer groote afwisselingen van warmte blootgesteld. Als de lucht, bij avond of nacht, onverwacht helder wordt, worden onmiddellijk de waarnemingen met den Meridiaan-cirkel aangevangen. De Heeren Observatoren N. M. KAM en A. VAN

HENNEKELER hebben de gewoonte om dan al de Meridiaanklappen tegenover elkander open te zetten, omdat het Nadir-punt des Meridiaan-cirkels zich, bij gedeeltelijk openstaande luiken, minder standvastig betoont, maar dan ontstaan koude luchtstroomen in het vertrek, die zijne warmte zeer schielijk doen afnemen, en waaronder de waarnemer zijne gezondheid zeer in de waagschaal stelt. Het openzetten der luiken bij dag kan eene schielijke verhooging der warmte in het vertrek ten gevolge hebben, maar het is niet mogelijk, het uurwerk tegen zulke overgangen te vrijwaren, als men het, zonder tusschenkomst van vreemde hulpmiddelen, bij de waarnemingen wil gebruiken. Nu laten zich de scherpe en krachtige tikken van het uurwerk, door het geheele vertrek, zeer goed hooren en de wind moet al een vrij sterk gedruisch maken, om het hooren van de tikken des uurwerks bij de waarnemingen te verhinderen.

In de Meridiaan-zaal wordt elken morgen te half negen ure, het uur waarop de warmte omtrent de gemiddelde van het etmaal is, de stand des thermometers opgeteekend. Om de bovengemelde reden, is het echter niet mogelijk met juistheid de gemiddelde warmte te bepalen, waaraan de pendule, gedurende een bepaald tijdvak, onderworpen was. Naauwkeuriger is de gemiddelde stand des barometers bekend. Door mij zelven wordt, drie malen daags, des morgens te acht ure, des namiddags te vier ure en te middernacht, de stand opgeteekend van eenen barometer van BUTTI, die in mijn studeervertrek is opgehangen en wiens aanwijzing verbeterd wordt door zijne vergelijking bij den barometer in de Meridiaan-zaal, die door den Heer KIPP te Delft is geleverd. Mijne opteekeningen geschieden des morgens en des namiddags, zeer geregeld, op het bepaalde uur, maar, daar ik alleenlijk in den nacht in eenige rust kan arbeiden, wordt het optee-

kenen te middernacht wel eens vergeten en één of twee uren later volbragt. Het zoude volstrekt niet overtollig zijn geweest, regelmatig ook de vochtigheid der lucht te bepalen, maar daartoe heeft het mij nog steeds aan tijd en middelen ontbroken.

De pendule HOHWÜ N°. 17 is naar sterretijd geregeld en haar stand, met betrekking tot den sterretijd, werd steeds met behulp van den Meridiaan-cirkel bepaald. Dit werd, onmiddellijk nadat de pendule was geregeld, in de maand Junij des jaars 1861, door den Weledelen Zeer-Gel. Heer Dr. H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN aangevangen en stelselmatig voortgezet tot in de maand Mei des jaars 1862, toen deze verdienstelijke jeugdige geleerde, tot onherstelbare schade voor de wetenschap, door de omstandigheden werd gedwongen zijne werkzaamheden aan de Sterrewacht te Leiden te staken. De tijdsbepalingen werden, na dien tijd, bijna uitsluitend volbragt door den Observator, den Weledelen Zeer-Gel. Heer Dr. N. M. KAM. Meestal waren zij uitvloeisels van de stelselmatige waarnemingen, aan de Sterrewacht te Leiden, maar nu en dan moest ook, ten behoeve van de tijdseinen der Nederlandsche Marine, op eene tijdsbepaling jagt worden gemaakt en moest men zich tevreden stellen, als zich eene enkele ster, tusschen de wolken door, liet vatten. De geringe veranderlijkheid van den Meridiaan-cirkel en de naauwkeurige kennis van zijnen stand maakt het echter mogelijk, ook door eene enkele ster, eene vrij naauwkeurige tijdsbepaling te verkrijgen, maar het is natuurlijk dat die naauwkeurigheid veel hooger was, als eenige goed bepaalde sterren, kort na elkander, konden worden waargenomen.

Het is mij billijk voorgekomen de eerste waarnemingen omtrent de pendule HOHWÜ N°. 17, bij het onderzoek van haren gang, uit te sluiten, daar het bekend is, dat een geheel nieuw uurwerk van dien aard gedurende eenige

maanden moet geloopen hebben, om eenen vasten gang te kunnen aannemen. Toen SCHUMACHER (*Astr. Nachr.* B. IX, pag. 115), op last van den toenmaligen koning van Denemarken, gedurende bijna het geheele jaar 1830 de pendule KESSELS N°. 1284 had onderzocht *), en dat uurwerk in dit tijdvak, ook bij dezelfde temperatuur, zijnen dagelijkschen gang omtrent anderhalve secunde had veranderd, verontschuldigde SCHUMACHER die minder gunstige uitkomst door de nieuwheid van het werktuig, en oordeelde hij een later onderzoek noodig, welks uitkomsten echter niet openlijk zijn bekend gemaakt. De pendule HOHWÜ N°. 17 heeft haren gang, in het eerste jaar, verreweg zoo veel niet veranderd als die van KESSELS, maar het is toch zeer duidelijk, dat zij eenige maanden behoefde, om een goed besef van hare pligten te verkrijgen. Het is mij billijk voorgekomen, de kleine buitensporigheden, die zij zich, in de tien eerste maanden van haar bestaan, veroorloofde, met den mantel der liefde te bedekken, en alleenlijk omtrent haar later gedrag rekenschap van haar af te eischen. Ik zal alzoo mijn onderzoek vestigen, op de waarnemingen, aanvangende met de maand Mei 1862 en voortgezet tot de maand December 1863 en die alzoo eene tijdruimte van negentien maanden omvatten. In de eerste plaats geef ik, hieronder, de oorspronkelijke tijdsbepalingen, zoo als zij mij door den Heer Dr. N. M. KAM zijn medegedeeld. De standen der pendule hebben daarbij betrekking op den sterretijd. Ook de tijd-

*) De koning van Denemarken verleende KESSELS een renteloos voorschot, opdat hij, ook zonder bestelling, jaarlijks twee sterrekundige uurwerken zoude kunnen vervaardigen. Aan SCHUMACHER was het onderzoek dier uurwerken opgedragen. De bovengemelde pendule van KESSELS, N°. 1284, moest 280 ducaten of omtrent *f* 1500 kosten. De pendule HOHWÜ N°. 17 kwam, met de kosten van het vervoer en van het opstellen, op niet meer dan *f* 850 te staan.

stippen der waarnemingen waren mij in sterretijd opgegeven, maar ik heb die in middelbaren tijd overgebragt, om alle dubbelzinnigheid omtrent de dagteekeningen te vermijden. Wegens de naauwkeurigheid, waarmede het uurwerk geregeld is, was het toereikende de tijdstippen der waarnemingen in tiendedeelen van uren uit te drukken.

Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.	Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.
1862.	u	m s		1862.	u	m s	
1 Mei	9.4	3 13.25	—0.21	15 Julij	7.4	3 41.21	—0.43
3 "	11.7	3 13.69	—0.39	18 "	8.4	3 42.62	—0.46
5 "	11.9	3 14.48	—0.33	22 "	8.0	3 43.93	—0.33
6 "	11.0	3 14.80	—0.36	25 "	7.1	3 44.96	—0.35
9 "	5.9	3 15.79	—0.20	29 "	6.4	3 46.73	—0.44
10 "	11.1	3 16.03	—0.37	1 Aug.	7.6	3 47.64	—0.30
12 "	12.5	3 16.80	—0.25	5 "	4.4	3 49.31	—0.43
13 "	11.5	3 17.04	—0.23	8 "	7.5	3 50 46	—0.37
16 "	13.8	3 17.77	—0.38	12 "	7.6	3 52.56	—0.52
19 "	11.5	3 18.89	—0.48	13 "	12.1	3 53.20	—0.54
20 "	9.9	3 19.33	—0.30	19 "	9.2	3 56.35	—0.55
22 "	10.9	3 19.96	—0.28	21 "	8.8	3 57.08	—0.37
24 "	10.1	3 20.52	—0.32	22 "	10.8	3 57.61	—0.49
26 "	10.3	3 21.16	—0.34	26 "	6.7	3 58.68	—0.38
29 "	10.5	3 22.18	—0.42	20 "	6.6	3 59.41	—0.37
30 "	10.2	3 22.60	—0.35	2 Sept.	10.2	4 1.26	—0.36
5 Junij	10.1	3 24.68	—0.44	3 "	12.4	4 1.61	—0.42
6 "	9.0	3 25.10	—0.49	4 "	12.6	4 1.92	—0.31
10 "	9.1	3 27.07	—0.44	9 "	12.2	4 3.89	—0.39
12 "	12.4	3 28.13	—0.42	11 "	9.0	4 4.48	—0.31
13 "	8.6	3 28.30	—0.32	12 "	10.0	4 4.79	—0.30
18 "	10.1	3 29.92	—0.43	13 "	11.8	4 5.19	—0.37
23 "	7.1	3 32.06	—0.44	15 "	9.7	4 5.85	—0.34
27 "	9.6	3 33.42	—0.40	16 "	9.3	4 6.18	—0.33
2 Julij	9.8	3 35.45	—0.30	17 "	9.9	4 6.38	—0.20
4 "	9.0	3 36.03	—0.54	18 "	10.5	4 6.63	—0 24
8 "	8.2	3 38.20	—0.47	19 "	9.7	4 6.80	—0.18
11 "	9.3	3 39.65	—0.35	20 "	10.6	4 7.21	—0.39
14 "	10.0	3 40.81		22 "	11.9	4 7.75	—0.26

Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.
1862.	u	m s	
23 Sept.	11.4	4 7.90	—0.18
26 "	9.3	4 8.63	—0.25
29 "	11.5	4 9.83	—0.38
30 "	6.0	4 10.17	—0.43
1 Oct.	13.1	4 10.80	—0.45
5 "	9.1	4 11.86	—0.28
6 "	9.0	4 12.06	—0.20
7 "	8.5	4 12.47	—0.41
8 "	9.2	4 12.78	—0.30
9 "	9.1	4 13.02	—0.24
10 "	8 0	4 13.29	—0.28
14 "	5.3	4 14.94	—0.42
15 "	3.7	4 15.45	—0.52
16 "	8.8	4 16.02	—0.48
17 "	6.9	4 16.44	—0.45
20 "	0.2	4 17.34	—0.33
21 "	6.6	4 17.74	—0.32
24 "	5.2	4 18.98	—0.41
26 "	12.9	4 19.40	—0.20
29 "	23.2	4 20.63	—0.35
31 "	6.7	4 21.10	—0.36
5 Nov.	6.3	4 22 61	—0.30
8 "	2.2	4 23.45	—0.29
10 "	5.8	4 24.16	—0.33
12 "	13.0	4 25.08	—0.40
20 "	22.5	4 26.52	—0.18
21 "	9.8	4 26.63	—0.23
23 "	11.1	4 26.89	—0.13
27 "	9.5	4 27.80	—0.23
28 "	9.3	4 27.98	—0.18
1 Dec.	7.9	4 28.58	—0.21
2 "	10.0	4 28.81	—0.21
4 "	9.6	4 29.09	—0.14
5 "	10.2	4 29.36	—0.26
8 "	11.3	4 29.72	—0.12
10 "	9.6	4 30.22	—0.25
12 "	8.7	4 30.69	—0.24
13 "	11.5	4 30.78	—0.09
18 "	23.8	4 31.25	—0.09

Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.
1862.	u	m s	
24 Dec.	23.6	4 32.83	—0.26
29 "	14.4	4 33.94	—0.24
30 "	8.2	4 34.11	—0.21
1863.			
2 Jan.	8.5	4 35.05	—0.31
4 "	10.5	4 35.94	—0.42
7 "	12.1	4 37.41	—0.47
9 "	8.5	4 37.93	—0 27
12 "	7.8	4 38.71	—0.26
13 "	12.1	4 38.88	—0.15
18 "	3.0	4 40.01	—0.24
20 "	1.5	4 40.67	—0.35
21 "	7.0	4 41.16	—0.40
23 "	6.3	4 41.83	—0.34
24 "	10.8	4 42.14	—0.27
27 "	8.1	4 42.73	—0.20
31 "	11.8	4 43.78	—0.25
3 Febr.	22.8	4 44.77	—0.29
5 "	10.7	4 45.15	—0.25
9 "	9.7	4 46.21	—0.27
11 "	11.3	4 46.44	—0.11
12 "	10.2	4 46.66	—0.23
13 "	8.4	4 46.75	—0.10
14 "	9.4	4 46.71	+0.04
15 "	8.6	4 46.63	+0.08
16 "	10.3	4 46.58	+0.04
17 "	10.4	4 46.51	+0.07
19 "	22.2	4 46.62	—0.04
20 "	10.2	4 46.67	—0.10
26 "	3.4	4 47.40	—0.13
27 "	8.5	4 47.63	—0.19
2 Mrt	12.0	4 48.01	—0.12
3 "	9.0	4 48.32	—0.35
4 "	8.0	4 48.54	—0.23
5 "	5.4	4 48.79	—0.29
7 "	4.4	4 49.51	—0.36
8 "	2.0	4 49.88	—0.40
9 "	2.9	4 50.11	—0.23

Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.	Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.
1863.	u	m s		1863.	u	m s	
11 Mrt.	14.5	4 50.99	—0.36	18 Junij	11.7	5 16.03	—0.47
13 "	5.6	4 51.45	—0.29	22 "	11.9	5 17.61	—0.39
15 "	1.5	4 52.20	—0.40	23 "	7.6	5 17.95	—0.39
17 "	2.0	4 52.91	—0.35	24 "	11.7	5 18.52	—0.49
19 "	1.3	4 53.25	—0.17	27 "	7.4	5 19.75	—0.44
24 "	7.4	4 54.08	—0.16	30 "	7.2	5 20.69	—0.30
25 "	23.9	4 54.25	—0.10	1 Julij	12.0	5 20.94	—0.25
27 "	0.7	4 54.46	—0.20	2 "	12.8	5 21.21	—0.26
31 "	8.3	4 55.15	—0.16	3 "	9.4	5 21.43	—0.25
1 April	9.1	4 55.35	—0.19	6 "	12.2	5 21.90	—0.15
2 "	19.0	4 55.40	—0.02	9 "	12.1	5 22.62	—0.24
4 "	12.0	4 55.81	—0.20	11 "	11.8	5 22.92	—0.15
6 "	12.7	4 56.39	—0.28	14 "	7.5	5 23.54	—0.20
8 "	1.4	4 57.00	—0.39	17 "	7.2	5 24.06	—0.17
11 "	10.5	4 58.27	—0.37	20 "	11.2	5 24.60	—0.18
13 "	10.4	4 58.89	—0.31	24 "	3.7	5 26.03	—0.38
17 "	10.0	4 59.70	—0.21	28 "	9.7	5 27.41	—0.33
22 "	9.9	5 1.11	—0.28	29 "	11.3	5 27.85	—0.41
26 "	10.3	5 2.00	—0.22	31 "	11.1	5 28.20	—0.17
30 "	10.6	5 2.44	—0.11	1 Aug.	12.2	5 28.61	—0.41
1 Mei	8.2	5 2.44	0.00	3 "	11.9	5 29.05	—0.44
2 "	10.8	5 2.79	—0.31	4 "	11.9	5 29.53	—0.48
4 "	10.6	5 3.20	—0.20	5 "	11.5	5 29.90	—0.37
6 "	10.4	5 3.59	—0.19	7 "	7.1	5 30.50	—0.33
7 "	11.6	5 3.90	—0.30	8 "	10.6	5 30.80	—0.27
8 "	12.2	5 3.98	—0.08	10 "	11.6	5 31.73	—0.44
9 "	11.2	5 4.14	—0.17	13 "	8.1	5 32.98	—0.44
13 "	6.7	5 5.08	—0.25	14 "	8.4	5 33.42	—0.42
16 "	9.1	5 6.28	—0.39	21 "	4.1	5 36.07	—0.39
17 "	12.5	5 6.66	—0.35	25 "	7.7	5 37.73	—0.39
20 "	11.3	5 7.66	—0.33	31 "	10.7	5 40.98	—0.53
22 "	7.8	5 7.83	—0.09	1 Sept.	7.4	5 41.39	—0.48
28 "	7.3	5 8.42	—0.10	2 "	7.3	5 41.69	—0.30
31 "	7.2	5 8.82	—0.13	5 "	0.8	5 42.70	—0.36
3 Junij	6.9	5 10.13	—0.32	8 "	0.7	5 44.11	—0.47
8 "	10.1	5 11.87	—0.34	11 "	3.8	5 45.49	—0.44
9 "	6.6	5 12.22	—0.40	14 "	11.5	5 46.59	—0.35
11 "	10.9	5 13.18	—0.44	18 "	8.8	5 47.98	—0.35
14 "	10.5	5 14.12	—0.31	22 "	8.5	5 49.98	—0.50

Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.	Middelbare tijd te Leiden.		Pendule vóór den sterretijd.	Dagelijksche gang.
1863.	u	m s		1863.	u	m s	
23 Sept.	8.4	5 50.33	—0.35	27 Oct.	6.2	6 4.62	—0.27
25 //	8.2	5 51.23	—0.45	30 //	11.9	6 6.41	—0.55
26 //	13.0	5 51.56	—0.28	1 Nov.	12.5	6 7.30	—0.45
27 //	21.6	5 52.01	—0.33	2 //	22.9	6 7.78	—0.34
29 //	5.0	5 52.71	—0.52	6 //	8.5	6 9.05	—0.37
1 Oct.	10.3	5 53.57	—0.39	9 //	11.0	6 9.71	—0.22
7 //	7.5	5 56.38	—0.48	11 //	9.2	6 10.20	—0.24
8 //	7.4	5 56.83	—0.45	12 //	12.0	6 10.47	—0.24
9 //	7.4	5 57.23	—0.40	13 //	10.0	6 10.64	—0.19
10 //	12.0	5 57.78	—0.47	17 //	8.8	6 11.48	—0.21
11 //	0.9	5 58.05	—0.50	18 //	12.5	6 11.70	—0.20
12 //	0.8	5 58.59	—0.54	20 //	11.0	6 12.20	—0.25
13 //	0.7	5 59.15	—0.56	23 //	11.0	6 13.00	—0.27
14 //	12.5	5 59.96	—0.54	27 //	12.6	6 14.10	—0.27
16 //	10.8	6 0.91	—0.49	28 //	10.4	6 14.22	—0.13
18 //	12.8	6 1.71	—0.37	29 //	8.0	6 14.21	+0.01
21 //	12.0	6 2.82	—0.37	30 //	10.2	6 14.29	—0.07
23 //	6.5	6 3.42	—0.34	1 Dec.	10.8	6 14.39	—0.09
26 //	10.0	6 4.40	—0.31				

Reeds zonder een nader onderzoek openbaart zich de hooge voortreffelijkheid der pendule HOHWÜ N°. 17, in de cijfers der voorgaande tabel. De dagelijksche gangen verschillen veel minder van elkander, dan bij de meeste sterrekundige slingeruurwerken en dit verdient te meer de aandacht, daar de tijdsbepalingen, zeer dikwijls, kort na elkander hebben plaats gehad en hare onvermijdelijke fouten alzoo den gang der pendule onregelmatiger moesten doen schijnen, dan hij werkelijk is. In mijne verhandeling over *de tijdseinen der Nederlandsche Marine,* in het jaar 1860, te Amsterdam bij de Wed. G. HULST VAN KEULEN uitgegeven (bladz. 53), heb ik aangetoond, dat de fouten van tijdsbepalingen, die na tusschenruimten van slechts eenen dag worden volbragt, vier malen vergroot, in de daaruit

afgeleide onregelmatigheden van den gang des uurwerks kunnen overgaan en in mijne onderzoekingen omtrent den gang der pendule HOHWÜ N°. 15, heb ik voorbeelden vermeld van tijdsbepalingen, die met de uiterste zorg en kunde waren volbragt, en niettemin twee tiendedeelen eener secunde uit elkander liepen. Indien de fouten in de tijdsbepalingen van den Heer KAM tot zulk een bedrag opklommen, zouden zij der pendule sprongen in haren gang kunnen toedichten, die, van den eenen dag tot den volgenden, acht tiendedeelen eener secunde bedroegen. In de voorgaande tabel komen zeer talrijke voorbeelden voor van tijdsbepalingen, die telkens na verloop van eenen enkelen dag hebben plaats gehad en de allergrootste en eenige groote sprong in den dagelijkschen gang, die daarbij wordt aangetroffen (bij den 30 April en 1 en 2 Mei 1863), bedraagt niet meer dan $0^s,31$. Geen sterrekundige zal aan eene tijdsbepaling, op welke wijze ook zij verkregen moge zijn, eene zekerheid van $0^s,1$ durven toekennen, en fouten in dagelijksche tijdsbepalingen van niet meer dan $0^s.07$, kunnen reeds een schijnbaren sprong van het genoemd bedrag ten gevolge hebben. Als wij aan de tijdsbepalingen van den 30 April en 1 en 2 Mei wijzigingen van $0^s,07$ toebrengen, zoodat zij in $5^m\ 2^s.37$, $5^m\ 2^s.51$ en $5^m\ 2^s.72$ overgaan, geven zij dagelijksche gangen van $0^s.16$ en $0^s.19$, waarbij zelfs die eenige buitengewoon groote sprong geheel verdwijnt. Bij dagelijksche tijdsbepalingen blijft het alzoo onbeslist, of een sprong van $0^s,31$ in den dagelijkschen gang aan het uurwerk of aan de waarnemingen moet worden toegeschreven, afgezien zelfs van den invloed, dien de warmte en de drukking der lucht op dien vermeenden sprong kunnen hebben uitgeoefend. Daar niet kan worden aangenomen dat, bij zoo talrijke waarnemingen als de bovengemelde, telkens hare fouten door die in den gang der pendule zouden zijn vereffend geworden, moeten de

tijdsbepalingen van den Heer KAM buitengewoon naauwkeurig en moet bovendien de gang der pendule buitengewoon regelmatig zijn geweest. Wij zien bij hernieuwing, dat de dagelijksche gangen van een zoo voortreffelijk uurwerk als de pendule HOHWÜ N°. 17, zelfs uit de meest volkomene dagelijksche waarnemingen, niet met de noodige zekerheid kan worden afgeleid. Dit is zeer te betreuren, daar zulk een uurwerk, nevens den Meridiaan-cirkel, juist kleine tijdsverloopen met eene verbazende naauwkeurigheid moet doen kennen. Eene regelmatigheid in den gang over grootere tijdvakken, die boven allen twijfel verheven is, zal echter, niet zonder grond, tot eene regelmatigheid, ook in kleinere tijdvakken, doen besluiten.

Om den invloed te bepalen, dien de tijd, de drukking der lucht en de warmte op den gang der pendule HOHWÜ N°. 17 uitoefenen, zal ik, in de eerste plaats, uit de bovenstaande tijdsbepalingen eenige ter hulp roepen, die telkens, zoo na mogelijk, eene maand uit elkander liggen. In de eerste kolom der navolgende tabel zijn de maandelijksche tijdvakken, door de dagen van hun begin en einde, aangewezen, terwijl de uren der tijdsbepalingen, op die dagen, in de voorgaande tabel zijn vermeld geworden. De tweede kolom geeft de gemiddelde dagelijksche gangen der pendule, gedurende het tijdvak van eene maand, uit de eerste en laatste tijdsbepaling van dat tijdvak afgeleid. De derde en vierde kolom geven de gemiddelde standen van barometer en thermometer, voor de aangewezene tijdvakken. De vijfde kolom geeft de gemiddelde dagelijksche gangen, door coëfficiënten, wier bepaling later ter sprake zal komen, reeds herleid tot den barometerstand $0^m,7600$ en den thermometerstand $+ 10^\circ$ RÉAUMUR. De zesde kolom eindelijk, geeft de verschillen dier herleide gangen met hun algemeen midden, en dus de wezenlijke onregelmatigheden in den dagelijkschen gang des uurwerks, maandelijks op-

gemaakt. Het is klaar dat, bij die einduitkomsten, de invloed van de mogelijke fouten der waarnemingen nagenoeg geheel onmerkbaar moet worden.

Tijdvak.	Gemiddelde dagelijksche gang.	Barometer.	Thermometer Réaum.	Herleide dagelijksche gang.	Verschil met het midden.
1862.	s	m	c	s	s
1 Mei tot 30 Mei	—0.322	0.7624	+12.2	—0.311	—0.028
30 Mei // 2 Julij	0.379	0.7612	12.6	0.348	+0.009
2 Julij // 1 Aug.	0.408	0.7636	13.3	0.392	+0.053
1 Aug. // 2 Sept.	0.424	0.7633	14.1	0.390	+0.051
2 Sept. // 1 Oct.	0.327	0.7654	12.6	0.342	+0.003
1 Oct. // 31 Oct.	0.346	0.7616	10.4	0.359	+0.020
31 Oct. // 1 Dec.	0.242	0.7620	5.8	0.333	—0.006
1 Dec. // 2 Jan.	0.202	0.7636	4.9	0.329	—0.010
1863.					
2 Jan. // 31 Jan.	0.299	0.7581	4.5	0.371	+0.032
31 Jan. // 2 Mrt.	0.141	0.7700	4.9	0.338	—0.001
2 Mrt. // 1 Apr.	0.246	0.7596	5.9	0.312	—0.027
1 Apr. // 1 Mei	0.237	0.7624	8.3	0.292	—0.047
1 Mei // 31 Mei	0.213	0.7632	10.4	0.241	—0.098
31 Mei // 1 Julij	0.388	0.7610	13.1	0.346	+0.007
1 Julij // 1 Aug.	0.248	0.7660	13.8	0.249	—0.090
1 Aug. // 1 Sept.	0.415	0.7618	14.6	0.357	+0.018
1 Sept. // 1 Oct.	0.391	0.7595	11.5	0.361	+0.022
1 Oct. // 1 Nov.	0.442	0.7595	10.1	0.435	+0.096
1 Nov. // 1 Dec.	0.237	0.7640	6.4	0.342	+0.003

Uit de cijfers van de tweede kolom dezer tabel blijkt dadelijk, dat het uurwerk, gedurende een tijdvak van negentien maanden, zijn gemiddelden dagelijkschen gang, op eene merkwaardige wijze, heeft behouden en dat de invloed van den tijd en van de warmte op dien gang, indien hij al bemerkbaar mogt zijn, uitermate gering moet wezen. De gemiddelde dagelijksche gang van het uurwerk, van den 1sten Mei 1862 tot den 1sten December 1863 was — 0s,313. De gang in de maand Febr. 1863 wijkt het meest van dit middental af en die afwijking bedraagt niet

meer dan $0^s.172$. Het valt in het oog dat de maand Februarij 1863 zich door een buitengewoon hoogen stand des barometers onderscheidde en het zal ons nader blijken, dat de schijnbaar buitengewone afwijking van het uurwerk in die maand alleenlijk aan die oorzaak moet worden toegeschreven. Ofschoon de veranderingen in de aanwijzing des barometers zich in het jaar 1863, bij de maandelijksche middentallen, geenszins zoozeer vereffenen, als dit anders het geval is, kan toch de invloed van de drukking der lucht op den gang des uurwerks niet, met de noodige naauwkeurigheid, uit de maandelijksche middentallen worden afgeleid. Het blijkt dat ook de stand des thermometers in het vertrek, gedurende het tijdvak van negentien maanden, betrekkelijk geringe veranderingen heeft ondergaan, nademaal door de zomers van de jaren 1862 en 1863 weinig warmte en door den daartusschen liggenden winter weinig koude is aangebragt. De invloed der warmte op den gang des uurwerks kan echter alleenlijk uit de vergelijking zijner gangen in de zomer- en wintermaanden worden afgeleid.

Voor de zomermaanden heeft men:

	Gang.	Barom.	Thermom. R.
1862 Junij	— $0^s.379$	$0^m.7612$	+ $12°.6$
Julij	— 0 .408	0 .7636	+ 13 .3
Aug.	— 0 .424	0 .7633	+ 14 .1
midden	— 0 .404	0 .7627	+ 13 .3
1863 Junij	— $0^s.388$	$0^m.7610$	+ $13°.1$
Julij	— 0 .248	0 .7660	+ 13 .8
Aug.	— 0 .415	0 .7618	+ 14 .6
midden	— 0 .350	0 .7629	+ 13 .8

De overeenstemming tusschen de uitkomsten, in beide jaren verkregen, maakt het zeer twijfelachtig, of de tijd eenigen merkbaren invloed op den gang des uurwerks uit-

oefent. Een middental uit de twee bovenstaande uitkomstem, vergeleken bij den gang in de tusschenliggende wintermaanden, geeft dus zekerlijk den invloed der warmte op den gang, onvermengd met eenigen invloed van den tijd. Dat middental geeft:

gang = — 0^s.377, bij Bar. 0^m.7626, Therm. + 13°.5.

Voor de wintermaanden heeft men:

	Gang.	Barrom.	Therm.
1862 Dec.	— 0^s.202	0^m.7636	+ 4°.9
1863 Jan.	— 0 .299	0 .7581	+ 4 .5
1863 Febr.	— 0 .141	0 .7700	+ 4 .9
midden	— 0 .214	0 .7639	+ 4 .8

De gemiddelde stand des barometers, gedurende de wintermaanden, komt zoo na met dien gedurende de zomermaanden overeen, dat de boven verkregene gemiddelde gangen des uurwerks zich, door eene voorloopige kennis van den invloed des barometers, tot denzelfden barometerstand laten herleiden; zoo vindt men voor de wintermaanden:

gang = — 0^s.226, bij Bar. 0.^{m}7628, Therm. + 4°.8.

Naar de twee verkregene uitkomsten is de verandering van den gang, voor + 8°.7 R. gelijk aan — 0^s.151. Alzoo geeft + 1° R. eene verandering in den gang van — 0^s.0174.

De bepaling van den invloed, dien de drukking der lucht op den gang des uurwerks uitoefent, wordt zeer aanmerkelijk door de omstandigheid verzwaard, dat de buitengewoon hooge en lage barometerstanden gedurende slechts korte tijdvakken aanhouden, die zelden of nimmer met de tijdvakken tusschen de verkregene tijdsbepalingen zamentreffen. Vooral zijn de buitengewoon lage barometerstanden steeds van zeer korten duur en zij gaan meestal van een slecht weder vergezeld, dat de tijdsbepalingen onmogelijk maakt. Valt een lage barometerstand in een tijd-

vak, aan welks begin en einde eene tijdsbepaling werd verkregen, zoo heeft meestal een hoogere barometerstand in dat tijdvak den lageren weder vereffend. Voor de bepaling van den invloed, dien de drukking der lucht op den gang des uurwerks uitoefent, is het mij, even als te voren, het best voorgekomen, uit den voorraad van verkregene tijdsbepalingen diegene uit te zoeken, welke tijdvakken begrenzen, gedurende welke de barometer buitengewoon hoog of laag stond. Naarmate die tijdvakken grooter zijn, zullen zij den gang des uurwerks doen kennen, meer bevrijd van den invloed zijner eigene onregelmatigheden en van de fouten der waarnemingen. Ongelukkiglijk moesten die tijdvakken meestal vrij klein worden genomen, wilde men niet dat de veranderingen in den stand des barometers zich te zeer vereffenden. De beste zamenstellingen, die ik, uit den geheelen voorraad van waarnemingen, kon afleiden, zijn de volgende. Ik heb daarbij de uren, waarop de tijdsbepalingen zijn volbragt, niet vermeld, omdat zij reeds in de eerste tabel zijn aangewezen.

HOOGE STANDEN VAN DEN BAROMETER.

Tijdvak.	Dagelijksche gang.	Barometer.	Thermometer R.	Gewigt.
1862.	s	m	°	
22 Aug. tot 28 Aug.	— 0.309	0.7673	+ 14.0	6
15 Sept. // 23 Sept.	0.254	703	12.5	8
1 Oct. // 9 Oct.	0.284	705	11.9	8
13 Dec. // 18 Dec.	0.085	698	4.0	6
1863.				
11 Febr. // 27 Febr.	0.075	739	4.6	16
9 Mrt. // 25 Mrt.	0.144	687	6.3	7
9 Julij // 14 Julij.	0.191	714	15.3	5
11 Sept. // 18 Sept.	0.345	678	11.2	7
21 Oct. // 26 Oct.	0.321	664	9.3	5
17 Nov. // 20 Nov.	0.233	694	6.8	3
23 Nov. // 29 Nov.	0.206	699	6.2	6
Waarschijnlijkst midd.	— 0.205	0.7702	+ 8.8	71

LAGE STANDEN VAN DEN BAROMETER.

Tijdvak.	Dagelijksche gang.	Barometer.	Thermometer R.	Gewigt.
1862.	s	m	°	
10 Junij tot 13 Junij	— 0.413	0.7544	+ 12.9	3
17 Oct. // 20 Oct.	0.331	510	9.7	3
23 Nov. // 27 Nov.	0.232	546	2.2	4
1863.				
2 Jan. // 7 Jan.	0.450	494	5.3	5
18 Jan. // 21 Jan.	0.363	429	3.8	3
5 Mrt // 15 Mrt.	0.347	503	5.6	10
3 Junij // 11 Junij	0.373	561	12.4	8
18 Sept. // 25 Sept.	0.466	497	10.7	7
10 Oct. // 14 Oct.	0.542	533	11.2	4
27 Oct. // 2 Nov.	0.472	502	7.8	7
9 Nov. // 11 Nov.	0.255	550	5.1	2
Waarschijnlijkst midd.	— 0.396	0.7515	+ 8.0	56

Aan de verschillende uitkomsten, die in de twee voorgaande tabellen zijn bijeen gebragt, kan niet hetzelfde stemregt worden gegeven, nademaal zij uit waarnemingen zijn afgeleid, die na zeer verschillende tijdvakken zijn volbragt geworden. Ik heb elke uitkomst een gewigt toegekend, overeenkomstig met het aantal dagen, in een rond getal uitgedrukt, dat verloopen is tusschen de waarnemingen waaruit zij is afgeleid en, naar die gewigten der verschillende uitkomsten, haar waarschijnlijkst midden bepaald. Men ziet dat het midden der hoogste standen des barometers niet ten volle 2 Ned. duim van dat der laagste standen verschilt, ofschoon de veranderingen in den stand des barometers tot een veel grooter bedrag kunnen opklimmen. Herleidt men, met den reeds bekenden invloed der warmte, den gang bij den hoogsten stand des barometers tot dezelfde temperatuur als die bij den laagsten stand, zoo heeft men de twee volgende einduitkomsten.

Gang = — $0^s.191$, bij barom. $0^m.7702$, therm. + 8°.0 R.
= — 0 .396, // // 0 .7515, // + 8°.0 R.

Bij eene verandering in den stand des barometers van $0^{m}.0187$, ondergaat de gang des uurwerks alzoo eene verandering van $+ 0^{s}.205$. Dus geeft $+ 1^{mm}$. verandering in den stand des barometers eene verandering in den gang van $+ 0^{s}.0110$.

Het zal niet geheel onbelangrijk zijn hier de uitkomsten kortelijk zamen te stellen, van alle mij bekende onderzoekingen omtrent den invloed van de drukking der lucht op den gang van een sterrekundig slingeruurwerk. Ik moet daarbij doen opmerken, dat al die onderzoekingen uurwerken met kwik-compensatie-slingers betreffen, in vorm en grootte zeer na overeenkomende met het oorspronkelijk model, door BAILY (*Mem. of the Royal Astr. Soc.* Vol. I) aanbevolen. De uitkomst door STRUVE verkregen is vroeger door mij voorbijgezien, ten gevolge daarvan, dat zij slechts met een woord is vermeld (*Description de l'observatoire astronomique central de Poulkova*, 1845, p. 220), zonder eenige mededeeling van de waarnemingen waarop zij rust. Voor de vertraging van den gang des uurwerks, als de barometer 1^{mm} rijst, werden de volgende uitkomsten verkregen.

BESSEL verkreeg, door enkel theoretische beschouwingen (*Astr. Nachr.*, N°. 204 en N°. 465). $0^{s}.0147$.

BAILY verkreeg, door onderzoekingen van een uurwerk in eene luchtdigt gesloten kast, waarbinnen de lucht aanmerkelijk werd verdund (*Mem. of the R. A. S.*, Vol. V). . . . . 0 .0165.

ROBINSON vond, door de gewone waarneming van het slingeruurwerk te Armagh (*Mem. of the R. A. S.*, Vol. V). . . . . 0 .0105.

STRUVE vond bij de normaal-pendule van KESSELS, aan het observatorium op den Pulkowa (*Description*, etc. pag. 220). . . . . 0 .0126.

Mijne vroegere onderzoekingen omtrent de pendule HOHWÜ N°. 15 gaven. (*Verslagen en Mededeelingen* enz. Deel X, blz. 224). . . . . $0^s,0153$.

Eene voortreffelijke pendule van den Heer SCHMIDT te Amsterdam, die gedurende een' geruimen tijd aan de Sterrewacht te Leiden in onderzoek is geweest en nu voor de tijdinrigting te Soerabaya is aangekocht, gaf mij (terzelfder plaatse, blz. 225). . . . . 0 ,0134.

Door de pendule HOHWÜ N°. 17 werd gevonden. . . . . 0 ,0110.

Hoezeer de bepaling van den invloed, dien de drukking der lucht op den gang van een uurwerk uitoefent, hare groote bezwaren heeft, zijn de verschillen tusschen de bovenstaande uitkomsten niet zóó groot, dat zij zich niet grootendeels uit verschillen in de natuur der onderzochte uurwerken zouden laten verklaren. De overeenstemming is, in elk geval, meer dan groot genoeg om de bemerkbaarheid van den genoemden invloed boven allen twijfel te verheffen. Het is vreemd, dat een zoo belangrijk onderwerp in zoo geringe mate de aandacht der sterrekundigen tot zich getrokken heeft.

In de vijfde kolom der vorige tabel, die de dagelijksche gangen der pendule HOHWÜ N°. 17 uitdrukt, zoo als die uit waarnemingen met tusschenruimten van eene maand zijn afgeleid, zijn die gangen, naar de nu bepaalde invloeden van de standen des barometers en des thermometers, herleid tot den barometerstand $0^m,7600$ en den thermometerstand $+ 10°$ R. Het midden uit al die herleide gangen is $— 0^s,339$. De zesde kolom der genoemde tabel geeft de verschillen van iedere der verkregene uitkomsten met haar algemeen midden. Die verschillen moeten de onregelmatigheden in den gang des uurwerks verraden, welke

zich niet uit de veranderde warmte of drukking der lucht laten verklaren en bepaaldelijk ook aanwijzen, in hoe ver de gang des uurwerks zich met den tijd verandert. Daar die verschillen volstrekt niet regelmatig toe of afnemen, bewijzen zij dat eene verandering van den gang met den tijd, gedurende het onderzoek van negentien maanden, volstrekt onmerkbaar is. Gedurende dat geheele tijdsverloop hernam de pendule HOHWÜ N°. 17, op weinige honderdste deelen eener secunde na, denzelfden dagelijkschen gang, als de barometer en thermometer tot dezelfde standen terug keerden en dit verdient te meer de aandacht, daar, naar mijn vroeger onderzoek (*Versl. en Meded.*, Deel X, blz. 218), de pendule van KESSELS te Koningsbergen eens, in een half jaar, haren gang $0^s,4$ heeft vertraagd en later, in een geheel jaar, dien gang $0^s,4$ heeft versneld, terwijl de pendule HOHWÜ N°. 15, in den tijd van een jaar, bij dezelfde temperatuur, haren gang $0^s,65$ veranderde. Door deze buitengewoon loffelijke eigenschap der pendule HOHWÜ N°. 17 laat haar gang zich door de volgende zeer eenvoudige formule voorstellen:

$$\text{dag-gang} = -0^s,339 + 0^s,174\,(10^o - t) - 0^s,0110\,(760^{mm} - b)$$

waarin t den stand des thermometers beteekent naar de schaal van RÉAUMUR, en b den stand des barometers, in millimeters uitgedrukt.

Om de herleidingen te verligten kan aan deze formule ook de gedaante worden gegeven:

$$\text{dag. gang} = -0^s,275 - 0^s,0174\,t + 0^s,0110\,(b - 750^{mm}).$$

Voor het bepalen van de drie coëfficiënten dezer formule, had men, uit de gegevene waarnemingen, een groot getal vergelijkingen kunnen afleiden en die, naar de methode der kleinste quadraten, kunnen oplossen. Ik heb dien grooten omhaal nagelaten, in de overtuiging, dat hij mij

niet of naauwelijks tot meer naauwkeurige uitkomsten geleid zoude hebben.

Ten einde den gang des uurwerks in kleinere tijdvakken aan de bovenstaande formule te toetsen, en daarbij van de onvolkomenheid der waarnemingen genoeg onafhankelijk te zijn, heb ik uit de voorhanden tijdsbepalingen diegene uitgezocht, welke telkens met tusschenruimten van, zoo na mogelijk, eene week zijn volbragt geworden. Is elke tijdsbepaling slechts $0^s,1$ onzeker, zoo kan daaruit nog eene onzekerheid van meer dan $0^s,05$ in den gemiddelden dagelijkschen gang, wekelijks bepaald, voortvloeijen. De invloed van de onvermijdelijke fouten der waarnemingen op den waargenomen gang is, ook bij de pendule HOHWÜ No. 17, zekerlijk niet geheel onmerkbaar, maar ik geloof dat hij slechts zeer zelden tot het evengenoemd. bedrag kan opklimmen. De volgende tabel wijst de door mij uitgekozen tijdvakken aan, met de gemiddelde standen des barometers en thermometers, de waargenomen dagelijkschе gangen en de, uit de voorgaande formule, berekende, met de verschillen die men verkrijgt, als de berekende gangen van de waargenomene worden afgetrokken.

Dagelijkschе gangen der pendule HOHWÜ No. 17, *vergeleken bij de formule:*

$$dag\text{-}gang = -0^s,275 - 0^s,0174\,t + 0^s,0110\,(b - 750^{mm}).$$

Tijdvak.	Barometer.	Thermometer REAUM.	Waargen. dagel. gang.	Berek. dagel. gang.	Verschil W—B
1862.	m	°	s	s	s
5 Mei tot 12 Mei	0.7601	+12.4	—0.33	—0.38	+ 0.05
12 " " 19 "	635	11.9	0.30	0.33	+ 0.03
19 " " 26 "	616	12.7	0.32	0.37	+ 0.05
26 " " 5 Junij	637	12.8	0.35	0.35	0.00
5 Junij " 12 "	599	13.3	0.49	0.40	— 0.09

Tijdvak.	Barometer.	Thermometer Reaum.	Waargen. dagel. gang.	Berek. dagel. gang.	Verschil W—B
	m	°	s	s	s
1862.					
12 Junij tot 18 Junij	0.7604	+12.4	—0.30	—0.38	+ 0.08
18 " " 27 "	608	12.0	0.39	0.37	— 0.02
27 " " 4 Julij	610	12.0	0.37	0.36	— 0.01
4 Julij " 11 "	595	13.2	0.52	0.40	— 0.12
11 " " 18 "	612	13.2	0.43	0.38	— 0.05
18 " " 25 "	669	13.5	0.33	0.32	— 0.01
25 " " 1 Aug.	675	14.0	0.38	0.33	— 0.05
1 Aug. " 8 "	612	14.4	0.40	0.40	0.00
8 " " 19 "	618	14.1	0.53	0.39	— 0.14
19 " " 26 "	664	14.2	0.35	0.34	— 0.01
26 " " 2 Sept.	645	14.0	0.36	0.36	0.00
2 Sept. " 9 "	623	13.0	0.38	0.37	— 0.01
9 " " 17 "	655	12.3	0.32	0.32	0.00
17 " " 23 "	707	10.4	0.25	0.23	— 0.02
23 " " 30 "	631	13.4	0.33	0.36	+ 0.03
30 " " 7 Oct.	695	12.0	0.32	0,27	— 0.05
7 Oct. " 15 "	657	11.8	0.39	0.31	— 0.08
15 " " 24 "	536	9.7	0.39	0.30	— 0.09
24 " " 31 "	607	8.4	0.30	0.30	0.00
31 " " 8 Nov.	652	8.6	0.30	0.26	— 0.04
8 Nov. " 20 "	631	6.2	0.24	0.24	0.00
20 " " 28 "	569	2.6	0.19	0.24	+ 0.05
28 " " 5 Dec.	612	3.3	0.19	0.21	+ 0.02
5 Dec. " 12 "	636	5.9	0.22	0.23	+ 0.01
12 " " 18 "	696	4.2	0.09	0.13	+ 0.04
18 " " 24 "	590	4.7	0.26	0.25	— 0.01
24 " " 30 "	634	5.9	0.22	0.23	+ 0.01
1863.					
30 Dec. " 7 Jan.	536	5.2	0.40	0.33	— 0.07
7 Jan. " 13 "	610	3.6	0.25	0.22	— 0.03
13 " " 20 "	590	3.5	0.27	0.24	— 0.03
20 " " 27 "	596	5.1	0.28	0.26	— 0.02
27 " " 3 Febr.	616	5.5	0.27	0.24	— 0.03
3 Febr. " 11 "	663	5.6	0.22	0.19	— 0.03
11 " " 17 "	776	4.3	0.01	0.04	+ 0.03
17 " " 26 "	684	4.7	0.10	0.15	+ 0.05
26 " " 5 Mrt.	652	5.5	0.20	0.20	0.00
5 Mrt. " 13 "	506	5.6	0.33	0.36	+ 0.03
13 " " 19 "	557	5.1	0.31	0,30	— 0.01

Tijdvak.	Barometer.	Thermometer Reaum.	Waargen. dagel. gang.	Berek. dagel. gang.	Verschil W—B
1863.	m	°	s	s	s
19 Mrt. tot 25 Mrt.	0.7685	+ 6.3	—0.14	—0.18	+ 0.04
25 " " 2 April	620	6.4	0.15	0.25	+ 0.10
2 April " 8 "	592	7.0	0.30	0.30	0.00
8 " " 17 "	618	8.8	0.28	0.30	+ 0.02
17 " " 26 "	647	9.0	0.25	0.27	+ 0.02
26 " " 2 Mei	626	8.4	0.11	0.28	+ 0.17
2 Mei " 9 "	639	9.8	0.19	0.29	+ 0.10
9 " " 16 "	601	10.9	0.31	0.35	+ 0.04
16 " " 22 "	628	10.2	0.26	0.31	+ 0.05
22 " " 28 "	630	9.9	0.10	0.30	+ 0.20
28 " " 3 Junij	674	12.2	0.28	0.31	+ 0.03
3 Junij " 11 "	556	12.4	0.37	0.43	+ 0.06
11 " " 18 "	591	12.4	0.40	0.39	— 0.01
18 " " 24 "	617	13.8	0.41	0.39	— 0.02
24 " " 30 "	645	15.0	0.38	0.38	0.00
30 " " 6 Julij	694	13.9	0,20	0.30	+ 0.10
6 Julij " 14 "	699	15.2	0.21	0.32	+ 0.11
14 " " 20 "	628	13.0	0.17	0.36	+ 0.19
20 " " 28 "	620	13.1	0.35	0.37	+ 0.02
28 " " 5 Aug.	658	13 6	0.31	0.34	+ 0.03
5 Aug. " 13 "	651	15.4	0.39	0.38	— 0.01
13 " " 21 "	602	14.7	0.39	0.42	+ 0.03
21 " " 31 "	591	14.3	0.47	0.42	— 0.05
31 " " 8 Sept.	556	13.0	0.41	0.44	+ 0.03
8 Sept. " 14 "	644	11.9	0.39	0.32	— 0.07
14 " " 22 "	571	11.6	0.42	0.40	— 0.02
22 " " 29 "	585	10.2	0.34	0.36	+ 0.02
29 " " 7 Oct.	590	10.8	0.50	0.36	— 0.14
7 Oct. " 14 "	554	11.0	0.50	0.41	— 0.09
14 " " 21 "	631	10.6	0.41	0.31	— 0.10
21 " " 30 "	613	8.5	0.40	0.30	— 0.10
30 " " 6 Nov.	562	8.0	0.39	0.35	— 0.04
6 Nov. " 13 "	605	5.6	0.22	0.26	+ 0.04
13 " " 20 "	683	6.8	0.22	0.19	— 0.03
20 " " 27 "	649	6.7	0.27	0.23	— 0.04

Onbedrevenen in de wetenschap eischen niet zelden dat sterrekundige waarnemingen en werktuigen volmaakt, en alzoo boven al het menschelijke verheven, zouden zijn, en

moest, overeenkomstig met hun verlangen, alles verworpen worden waarbij zich eenige fout laat aanwijzen, dan zoude ook de pendule HOHWÜ N°. 17 moeten worden veroordeeld, die zekerlijk tot de meest volkomene kunstgewrochten behoort, die immer uit menschenhanden gekomen zijn. Het volmaakte is hier evenmin als elders te bereiken, en al moge de wetenschap, bij haar eindeloos streven naar vooruitgang, steeds meer en meer van de kunst begeeren, het verdient inderdaad bewondering genoeg, dat de kunst tot zulk eene hoogte is gestegen, als waarop zij zich betoont in het uurwerk, door den Heer HOHWÜ aan de sterrewacht te Leiden geleverd. De beoordeeling van zulk een kunstgewrocht kan alleenlijk bestaan in zijne vergelijking bij andere van denzelfden aard, die zekerlijk tot de meest volkomene behooren, en die onderlinge vergelijking is geene ligte taak, hoe vaak men ook een uurwerk, zonder eenig wetenschappelijk onderzoek, moge hebben goed- of afgekeurd. Bij mijne onderzoekingen omtrent de pendule HOHWÜ N°. 15 heb ik op de omstandigheden gewezen, die de beoordeeling van zulk een uurwerk verzwaren en die hoofdzakelijk liggen in het gemis van toereikende waarnemingen omtrent de uurwerken, ook aan de meest beroemde sterrewachten. Dat gemis laat mij ook niet toe de betrekkelijke waarde der pendule HOHWÜ N°. 17 naauwkeurig in getallen uit te drukken, maar het voorgaande onderzoek, in verband met de minder volledige onderzoekingen omtrent andere sterrekundige uurwerken, die hier het meest in aanmerking komen, gedoogt niettemin belangrijke gevolgtrekkingen, wier juistheid boven allen twijfel verheven is.

In mijne onderzoekingen omtrent de pendule HOHWÜ N°. 15 heb ik de gronden medegedeeld waarop mijn oordeel rust, volgens hetwelk dat uurwerk volkomener is dan de hoofduurwerken aan de sterrewachten te Koningsbergen,

Greenwich, Edimburg, Cambridge en Oxford; voor het minst gelijk stond met de geroemde pendulen van BRÉGUET te Parijs en te Toulon, maar scheen te moeten wijken voor twee slingeruurwerken van BRÉGUET te Altona, voor de pendule van TIEDE aan het observatorium te Berlijn en voor de pendule van JURGENSEN, die door KESSELS is omgewerkt, te Kremsmunster. Vergelijkt men de vorige tabellen bij die van mijne onderzoekingen omtrent de pendule HOHWÜ N°. 15, zoo ziet men onmiddellijk, dat deze voor de pendule HOHWÜ N°. 17 moet wijken. De dagelijksche gangen, maandelijks opgemaakt, komen, als zij alleen naar de standen van barometer en thermometer gewijzigd zijn, bij de pendule HOHWÜ N°. 17 even zoo goed met elkander overeen als bij de pendule HOHWÜ N°. 15, terwijl bij dit uurwerk, naar eene zamengestelde formule, buiten de standen van barometer en thermometer, de invloed van den tijd en zelfs van diens tweede orde werd in rekening gebragt. Het openbaart zich onmiddellijk dat de gang der pendule HOHWÜ N°. 17 slechts in zeer geringe mate verloopt, door oorzaken, wier bron niet kan worden aangewezen. Daarbij ziet men, ook zonder het berekenen van waarschijnlijke fouten, dat de veranderingen in den gang, gedurende kleine tusschentijden, bij de pendule HOHWÜ N°. 17 veel kleiner zijn dan bij de pendule HOHWÜ N°. 15. Alles wat vroeger gezegd is tot lof van de pendule HOHWÜ N°. 15, kan alzoo, zeer aanmerkelijk vergroot, op de pendule HOHWÜ N°. 17 worden overgebragt.

Hoogst belangrijk is nu de vergelijking van de pendule HOHWÜ N°. 17 bij de weinige sterrekundige slingeruurwerken, voor wie de pendule HOHWÜ N°. 5, scheen te moeten wijken. Om die vergelijking, op eene streng wetenschappelijke wijze, te kunnen volbrengen, zoude men de gangen der overige uurwerken, zoo na mogelijk, door formulen moeten voorstellen en, door de verschillen tusschen

de berekende en waargenomene gangen, het waarschijnlijk bedrag moeten bepalen van de onregelmatigheden in den gang, die zich in het geheel aan geene wetten laten binden. De meerdere of mindere zamengesteldheid dier formulen, in verband met het waarschijnlijk bedrag van de overblijvende onregelmatigheden, zoude dan een' juisten maatstaf geven, om de uurwerken bij elkander te vergelijken. Dit onderzoek is echter onmogelijk, omdat men steeds verzuimd heeft de gemiddelde standen van barometer en thermometer, nevens de gemiddelde gangen der uurwerken, te vermelden en men moet zich daarom met eene minder volkomene onderlinge vergelijking der uurwerken tevreden stellen. De invloed van de drukking der lucht kan nimmer, en die der warmte slechts dan als hij zekere grenzen te buiten gaat, als een gebrek van een uurwerk worden beschouwd en, voor de juiste beoordeeling van een uurwerk, zoude men alzoo zijnen gang van die twee invloeden moeten kunnen ontheffen. Men weet echter dat de invloed van den stand des barometers nimmer groot kan wezen en als men de gangen, die gedurende een of meer jaren zijn waargenomen, onderling vergelijkt, kan men, zelfs op het oog, vrij goed beoordeelen in hoe verre hunne veranderingen aan de wisseling der warmte moeten worden toegeschreven.

Ik heb vroeger de twee beroemde sterrekundige slingeruurwerken van BRÉGUET, N°. 3405 en 3302, vermeld, die door SCHUMACHER waren onderzocht en hoogelijk geprezen. SCHUMACHER heeft, in de *Astr. Nachr.* Band II, pag. 201, de gemiddelde gangen der pendule BRÉGUET N°. 3405, afgeleid uit tijdsbepalingen, die van 4 tot 16 dagen uit elkander liggen, voor het tijdvak van 1 Oct. 1822 tot 21 Julij 1823 en hetzelfde, maar uit tijdsbepalingen tusschen welke meestal meer dagen verliepen, omtrent de pendule 3302, voor het tijdvak van den 22 Februarij 1822 tot

den 23 Julij 1823, medegedeeld. In een bijzonder geschrift (*Lettre à monsieur* LOUIS BRÉGUET, *sur une pendule Astronomique de Messrs.* BRÉGUET *Pére et Fils etc. A Altona.* HAMMERICH *et* HEINEKING. 1829) heeft SCHUMACHER de gangen der pendule BRÉGUET 3405, voor het groote tijdvak van den 21 Oct. 1822 tot den 20 Nov. 1827 bekend gemaakt, maar bij al die gangen ontbreekt, zoo als gewoonlijk, de mededeeling van de standen des barometers en des thermometers. De hooge voortreffelijkheid dier uurwerken is uit hunne gangen blijkbaar, maar als men opmerkt hoezeer zij toch, in het bestek van een jaar, hunne gangen, onafhankelijk van de temperatuur, veranderd hebben, en als men daarbij acht geeft op de overgangen, die zich noch uit de fouten der waarnemingen, noch uit de standen van barometer of thermometer laten verklaren, zoo kan men er geen oogenblik aan twijfelen, dat de pendule HOHWÜ N°. 17 de twee beroemde uurwerken van BRÉGUET, op eene zeer kennelijke wijze, in volkomenheid overtreft.

De schoone pendule van TIEDE, aan de sterrewacht te Berlijn, laat zich beoordeelen door hare gangen van den 20 Oct. 1830 tot den 17 December 1831, die door ENCKE, in de *Astrom. Nachr.*, Band. X, bladz. 122, zijn bekend gemaakt. De compensatie van die pendule was verwonderlijk naauwkeurig geregeld en de veranderingen in den gang, bij kleine tijdsverloopen, zijn zeer klein, maar toch volstrekt niet kleiner dan bij de pendule HOHWÜ N°. 17. Kan het twijfelachtig schijnen of de pendule HOHWÜ N°. 17 al of niet boven haar de voorkeur verdient, zoo wordt alle twijfel daaromtrent opgeheven, bij de opmerking, dat de pendule van TIEDE haren gang, in den tijd van een jaar, onafhankelijk van de temperatuur, eene halve secunde veranderd heeft. Ik voor mij moet daarom aan de pendule HOHWÜ N°. 17 eene hoogere waarde dan aan die van TIEDE toekennen.

Omtrent de pendule van JURGENSEN en KESSELS, aan de sterrewacht te Kremsmunster, is door RESLHUBER, in de *Astr. Nachr*, Band 35, bladz. 274, een hoogst belangrijk berigt gegeven. RESLHUBER deelt daarin de gemiddelde gangen van het uurwerk mede, van tien tot tien dagen, gedurende het geheele tijdvak van den 29 Julij 1849 tot den 16 September 1852, met de gemiddelde standen des thermometers, maar zonder die des barometers. De temperatuur ging, bij die onderzoeking, van + 16° tot — 6° R. over en de compensatie van het uurwerk was zoo naauwkeurig geregeld, dat zijn gang zich, onder die afwisseling, hoogstens $0^s,4$ veranderde. Gedurende een tijdvak van drie jaren is de gemiddelde gang van het uurwerk verwonderlijk standvastig gebleven en de onregelmatigheden in zijnen gang betoonen zich ongemeen klein. Het is in het oog loopend dat dit uurwerk boven de evengenoemde van BRÉGUET en TIEDE uitmunt. De kleine veranderingen in den gang, bij nagenoeg dezelfde temperatuur, zijn echter volstrekt niet kleiner dan bij de pendule HOHWÜ N°. 17 en het is niet te beslissen in hoever die zijn vergroot of verkleind door de veranderde drukking der lucht, zonder wier kennis eene volkomene onderlinge vergelijking der twee genoemde uurwerken niet mogelijk is. De medegedeelde waarnemingen geven echter volstrekt geene aanleiding om de hoogst voortreffelijke pendule te Kremsmunster boven HOHWÜ N°. 17 te stellen. Men moet zelfs geneigd zijn tot het tegendeel, als men in aanmerking neemt, dat de medegedeelde standen der pendule te Kremsmunster de oorspronkelijk bepaalde niet kunnen zijn, en de onregelmatigheden van den gang zich, in afgeleide standen, altijd min of meer vereffenen, terwijl de pendule te Kremsmunster bovendien grootere tusschentijden in haar voordeel had.

Ik zoude mij gaarne veel moeite hebben getroost om de pendule HOHWÜ N°. 17 naauwkeurig te vergelijken bij de

normaal-pendule aan de sterrewacht op den Pulkowa, maar wegens gebrek aan opgaven kan die onderlinge vergelijking niet dan onvolledig zijn. De normaal-pendule van de sterrewacht op den Pulkowa is, ongetwijfeld voor eene groote som gelds, door KESSELS vervaardigd en, wegens de rol die dat uurwerk te vervullen zoude hebben, laat het zich aanzien, dat KESSELS aan de volmaking daarvan zijne talenten zal hebben uitgeput. Dat uurwerk was oorspronkelijk geplaatst in eene nis, uitgehouwen in eene der zware pilaren van de hoofdzaal der sterrewacht en die nis was met glasruiten derwijze afgesloten, dat de temperatuur daarbinnen zich, naar de verklaring van STRUVE, in een etmaal niet meer dan een zeer klein deel van eenen graad des thermometers veranderde. Dit uurwerk werd niet onmiddellijk bij de waarnemingen gebruikt, maar het diende om, als de meest volkomene bewaarder van den tijd, de uurwerken in bedwang te houden, die, in de verschillende zalen, nevens de werktuigen waren opgesteld. De eenige mij bekende waarnemingen, omtrent den gang van dat uurwerk, zijn die welke zich van den 16 Mei tot den 16 Sept. 1843 uitstrekken en medegedeeld zijn in de *Expédition Chronométrique entre Poulkova et Altona, etc. par* F. G. W. STRUVE. St. Petersbourg, 1844, blz. 66, en die welke voorkomen in de *Beobachtungen des Mars um die Zeit der Opposition* 1862, *von Dr.* A. WINNECKE (*Mém. de l'Acad. Imp. de St. Petersbourg*, 7e Série, tome VI. N°. 7), en zich uitstrekken van den 23 Aug. tot den 1 Nov. 1862.

Ofschoon de normaal-pendule van KESSELS, aan de sterrewacht op den Pulkowa, zoo uiterst zorgvuldig tegen den invloed der warmte beschut was, heeft zij haren dagelijkschen gang, van het begin der maand Junij tot het einde van Augustus 1843, van $0^s,75$ tot $1^s,57$ veranderd. Het blijkt uit de waarnemingen zelve, dat die verandering niet

uit eene verandering der warmte kan zijn voortgevloeid. Wat daarvan ten laste moge komen van de waarnemingen, die met de uiterste zorgvuldigheid en de kostbaarste werktuigen zijn volbragt, en wat men aan de drukking der lucht moge toeschrijven, zulke veranderingen in haren gang heeft de pendule HOHWÜ N° 17, in het geheele tijdvak van negentien maanden, volstrekt niet ondergaan. Ook de sprongen in den gang der normaal-pendule op den Pulkowa zijn althans niet kleiner dan bij de pendule HOHWÜ N°. 17. Van de gangen, door Dr. WINNECKE medegedeeld, kan, voor mijn doel, volstrekt geen gebruik worden gemaakt. Toen, in 1861, de galvanische registreermethode op den Pulkowa werd ingevoerd, heeft men de normaalpendule, om haar ook tegen de jaarlijksche afwisseling der warmte te beschutten, in eenen kelder der sterrewacht geplaatst en haar een toevoegsel gegeven, waardoor zij, elke secunde, een' galvanischen stroom moest sluiten en afbreken. Hierdoor moest zij de secunden op den registreertoestel aanteekenen en tevens de secundewijzers van zoogenaamde sympathetische uurwerken, in de verschillende zalen der sterrewacht, doen overspringen. Het sluiten en afbreken van den stroom, geschiedde met behulp van den toestel door KRILLE bedacht, maar met zulke slechte gevolgen, dat de gang van het uurwerk aanhoudend werd verstoord en zijne aanwijzing zeer dikwijls volle secunden of zelfs volle tientallen van secunden versprong. Het is mij steeds onbegrijpelijk voorgekomen, hoe men, zoo als dit toch meestal plaats heeft, de normaal-pendule zelve van eene sterrewacht voor het sluiten en afbreken van den stroom kan bestemmen, daar dit de tusschenkomst van hulptoestellen vordert, die noodwendig den gang, ook van het beste uurwerk, moeten bederven. Het nieuwe en zeer zamengestelde échappement, door BOND te Cambridge U.

S. uitgevonden (BRÜNNOW, *Astron. Notices*, N°. 21), is misschien het eenige middel, dat een sluiten en afbreken van den stroom, zonder nadeel voor den gang, gedoogt, maar dit laat zich niet aan een reeds gegeven uurwerk toevoegen. Vermoedelijk zoude het magneetstaafje aan den slinger, hetwelk BRÜNNOW meent te hebben uitgevonden (*Astr. Notices*, N°. 19), maar dat jaren te voren door LAMONT was gebruikt (*Beschreibung der an der Münchener Sternwarte verwendeten neuen Instrumente*, etc. München, 1851, pag. 41), den gang van het uurwerk nog het minst benadeelen. Dat het toevoegsel, door KRILLE uitgevonden, niet doelmatig is, blijkt ten duidelijkste uit de ervaringen aan den Pulkowa. Naar de gangen, door WINNECKE medegedeeld, waarbij de toestel van KRILLE met het uurwerk vereenigd was, kan de normaal-pendule op den Pulkowa met de pendule HOHWÜ N°. 17 in het geheel niet worden vergeleken. Naar de vroegere opgaven van STRUVE moet men aannemen, dat de pendule HOHWÜ N°. 17 boven de normaal-pendule van KESSELS, aan de sterrewacht op den Pulkowa, uitmunt.

De vergelijking van het sterrekundig slingeruurwerk HOHWÜ N°. 17, bij de, mij bekende, meest volmaakte van het buitenland, heeft mij alzoo tot de uitkomst geleid, dat het door geen enkel op eene kennelijke wijze wordt overtroffen, en dat het, zoo niet eene enkele uitzondering moet worden toegelaten, alle andere op eene kennelijke wijze overtreft. Zonder mij daartoe te veel arbeids te getroosten, zoude ik niet kunnen beslissen, of de Heer HOHWÜ, in zijne pendule N°. 17, ook zich zelven overtroffen heeft, maar het zal wel meer dan een louter toeval zijn, dat ook zijne pendule N°. 13, die door Z.K.H. Prins HENDRIK der Nederlanden, aan de Nederlandsche Marine is geschonken, en sedert jaren aan de tijdinrigting

te Willemsoord wordt gebruikt, eene bewonderenswaardige volkomenheid heeft aan den dag gelegd. De Heer HOHWÜ zelf heeft den gang van dat uurwerk, gedurende het tijdvak van April 1849 tot Februarij 1850, in de *Astron. Nachr.*, Band XXXI, pag. 346, bekend gemaakt. Alles wat ik later van dat uurwerk heb vernomen, en bepaaldelijk een onderzoek, in het jaar 1859 door een' hoogst verdienstelijken zee-officier, den Kapt. Luit. w. G. KLIS, volbragt, bewijst dat het dien verwonderlijk schoonen gang heeft behouden. Ik kan der Nederlandsche Marine niets misgunnen, maar in vroegere jaren heeft de pendule HOHWÜ N°. 13, toch eene zwakke neiging tot jaloerschheid bij mij opgewekt, die nu door den Heer HOHWÜ zelven is versmoord. De pendule HOHWÜ N°. 17 is voor de sterrewacht te Leiden een groote schat, dien ik te meer moet waardeeren, daar, van andere zijden, met eene overdrevene angstvalligheid wordt gezorgd, dat die stichting zich niet door weelde zoude bederven.

Hoe volkomen de pendule HOHWÜ N°. 17 wezen moge, er blijven, buiten den invloed van de warmte en de drukking der lucht, nog kleine onregelmatigheden in haren gang bestaan, die eene nadere beschouwing verdienen. Onder het 78 tal verschillen, tusschen de berekende gangen en de waargenomene, uit tijdsbepalingen met tusschenruimten van omtrent eene week afgeleid, komen in het geheel slechts zeven voor, die een tiende deel eener secunde overschrijden en slechts een enkel klimt tot twee tiende deelen eener secunde op. Onder het negentiental dagelijksche gangen, maandelijks opgemaakt, is er geen enkele die ten volle een tiende deel van eene secunde met de berekende verschilt. Om, in den dagelijkschen gang van het uurwerk, eene verandering van een tiende deel eener secunde te geven, behoeft de tijd, waarin de slinger elke zijner

schommelingen volbrengt, slechts eene verandering te ondergaan, die naauwelijks grooter is dan een millioenste deel van zijn bedrag, en onder alle voortbrengselen van menschenhanden zullen de sterrekundige slinger-uurwerken wel de eenige zijn, die zoo naauwkeurig aan hunne eischen voldoen. Intusschen kan dat millioenste deeltje eener secunde, bij elke schommeling, tot eene grootheid opklimmen, die de sterrekundige gaarne nog verminderd zoude zien, en neemt men in aanmerking wat van hem wordt gevergd, zal men het hem kunnen vergeven, dat hij zich over eene zoo kleine kleinigheid bekommert. Die kleine kleinigheid, die gedurende eene maand bestaat en zich gedurende de andere niet laat ontdekken, moet eene oorzaak hebben, en het is ligter te beweren dan te bewijzen, dat zij alleenlijk in de overgeblevene kleine onvolkomenheden van het uurwerk zelf kan liggen. Het zij die oorzaak in of buiten het uurwerk ligt, als zij bekend ware, zoude zij misschien aan de berekening kunnen worden onderworpen en daardoor, even als dit in de sterrekunde met zoo vele andere gevolgen van menschelijk onvermogen het geval is, onschadelijk worden gemaakt. In eene onregelmatigheid van de wenteling der aarde om hare as, behoeft zij zekerlijk niet gezocht te worden. Bond spreekt, in de beschrijving van het door hem uitgevonden échappement, van den invloed der maan op den gang van een uurwerk, maar het is ligt aan te toonen, dat de maan, door hare aantrekking althans, geene verandering van vijf duizendste deelen eener secunde aan den dagelijkschen gang van een slingeruurwerk kan toebrengen. Tot de bronnen van storing, buiten het uurwerk gelegen, zoude de vocht der lucht en, in zeer geringe mate, het magnetisme der aarde kunnen behooren, en ik betreur het, dat de omstandigheden mij niet hebben toegelaten te onderzoeken,

of die bronnen van storing; bij de pendule HOHWÜ N°. 17 bestaan.

Eene nog onbekende storing in den gang des uurwerks zoude zich ook kunnen openbaren in de uitgebreidheid der schommelingen van den slinger, die met den gang zeer naauw verbonden is, en daardoor haren oorsprong kunnen verraden. Ofschoon mijne onderzoekingen, in dit opzigt, tot geene stellige uitkomsten hebben geleid, vermeen ik die nog kortelijk te kunnen vermelden. Aan het ondereinde van den slinger bevindt zich een boog, zich, ter wederzijden van het nulpunt, twee graden uitstrekkende en onmiddellijk van tien tot tien minuten verdeeld. Op eene of eene halve minuut na, laat zich de uitgebreidheid der schommelingen, op dien boog, aflezen en sedert de maand October 1862 werd die aflezing door den Heer Dr. N. M. KAM, elke week eenmaal, volbragt. Ik heb de middentallen dier aflezingen van elke maand bij de standen des barometers en des thermometers en bij de onregelmatigheden in den gang des uurwerks vergeleken, en de navolgende tabel geeft een overzigt van de verkregene uitkomsten. In de eerste kolom dier tabel, worden de maanden vermeld. De tweede kolom geeft het midden van de standen des barometers, bij elke aflezing van den slinger; de derde, de gemiddelde temperatuur der maand, en de vierde, de onregelmatigheden in den dagelijkschen gang des uurwerks, maandelijks bepaald en aan eene der vorige tabellen ontleend. De vijfde kolom vermeldt het middental van de, in elke maand, afgelezen halve uitgebreidheden der schommelingen; de zesde, die halve uitgebreidheden tot dezelfde temperatuur (+ 8°.9 R.) herleid en de zevende, de verschillen tusschen de waarneming en de berekening.

Tijdvak.	Barometer.	Thermometer RÉAUMUR.	Onregelmatigheid.	Waargenomen halve uitgebreidheid.	Berekende halve uitgebreidheid.	Verschil W—B
1862.	m	°	s	° ′	° ′	′
Oct.	0.7582	+ 10.4	+ 0.02	1.35.8	1.34.7	+ 1.1
Nov.	611	5.8	+ 0.01	35.0	32.9	+ 2.1
Dec.	629	4.9	— 0.01	32.7	32.7	0.0
1863.						
Jan.	562	4.5	+ 0.03	32.5	32.9	— 0.4
Febr.	690	4.9	— 0.00	32.0	32.7	— 0.7
Maart	578	5.9	— 0.03	32.6	33.1	— 0.5
April	616	8.3	— 0.05	33.6	34.0	— 0.4
Mei	607	10.4	— 0.10	34 2	34.7	— 0.5
Junij	632	13.1	+ 0.01	36.2	35.7	+ 0.5
Julij	676	13.8	— 0.09	35.2	35.9	— 0.7
Aug.	630	14.6	+ 0.02	35.5	36.2	— 0.7
Sept.	562	11.5	+ 0.02	35.4	35.1	+ 0.3
Oct.	618	10.1	+ 0.10	34.2	34.6	— 0.4
Nov.	608	6.4	+ 0.00	33.5	33.3	+ 0.2

Men ziet uit deze tabel onmiddellijk, dat, gedurende het geheele tijdvak der waarnemingen, de uitgebreidheden der schommelingen bijna alleenlijk van de temperatuur afhingen en dat de waarnemingen geene, langzaam met den tijd voortgaande, veranderingen openbaren, die van de temperatuur onafhankelijk zijn. De veranderingen zijn, in het geheel, ongewoon klein, hetgeen schijnt te bewijzen dat de Heer HOHWÜ eene buitengewoon goede olie voor zijn uurwerk gebruikt moet hebben. Het midden van alle bepalingen geeft eene halve uitgebreidheid van 1°34′,17, voor eene temperatuur van + 8°,9 R. Een middental uit de maanden Dec. 1862 en Jan. en Febr. 1863, vergeleken bij een middental uit de maanden Junij, Julij en Aug. 1863, geeft, onafhankelijk van de verandering in den stand des barometers, voor eene verhooging der temperatuur van 1° R. eene vergrooting der halve

uitgebreidheid van 0′,36. Met deze uitkomsten zijn, in de derde kolom der voorgaande tabel, de halve uitgebreidheden tot de gemiddelde temperatuur (+ 8°,9) herleid.

De vergrooting der halve uitgebreidheid van 0′,36, bij eene verhooging der warmte van 1° R. zoude, in zich zelve, het uurwerk zich dagelijks 0ˢ,0310 doen vertragen, terwijl het zich inderdaad, bij die verhooging der warmte, 0ˢ,0174 versnelt. Hieruit blijkt, hetgeen trouwens bekend was, dat het kwikzilver van den slinger ook de gevolgen compenseert van de hier zeer kleine wijziging, welke de wrijving in het uurwerk met de temperatuur ondergaat.

Er openbaren zich kleine verschillen tusschen de berekende en waargenomene halve uitgebreidheden der schommelingen, maar die verschillen wijken juist het meest van elkander af, als de standen des barometers en de onregelmatigheden in den gang dezelfde zijn, zoo als in de maanden November en December 1862 en in de maanden Junij en Augustus 1863. De verschillen komen daarentegen nagenoeg met elkander overeen, indien, zoo als in de maanden Februarij en Maart 1862, de barometerstanden of, zoo als in de maanden Julij en Augustus 1863, de onregelmatigheden in den gang veel van elkander verschillen. Hieruit blijkt, dat uit de voorhanden waarnemingen volstrekt geen verband kan worden afgeleid tusschen de onregelmatigheden in de uitgebreidheid der schommelingen, de onregelmatigheden in den gang des uurwerks en de standen van den barometer.

Het is gebleken dat de grootste onregelmatigheid in den gemiddelden dagelijkschen gang, uit maandelijksche waarnemingen afgeleid, bij de pendule HOHWÜ N°. 17 nooit tot een tiende deel eener secunde is opgeklommen en dat zij zeer zelden die grootte bereikt, als de gebezigde tijdsbepalingen slechts eene week uit elkander liggen. Vloeit dat tiende deel eener secunde alleen uit eene verandering

van de uitgebreidheid der halve schommelingen voort, zoo moet die verandering naauwelijks meer dan eene minuut bedragen. Men ziet hieruit, dat bij een uurwerk, als de pendule HOHWÜ N°. 17, de zamenhang tusschen de onregelmatigheden in den gang en de uitgebreidheid der schommelingen van den slinger, zich niet laat beoefenen, als die uitgebreidheid, bij schatting, moet worden afgelezen op eene schaal, die van tien tot tien minuten is verdeeld, terwijl de wijzer, gedurende slechts een ondeelbaar tijdstip, op het punt blijft staan, welks ligging bepaald moet worden. Er is wel een middel te bedenken, waardoor die aflezing met eene veel grootere scherpte zoude kunnen worden volbragt, maar de bekrompene geldelijke toelage der sterrewacht te Leiden, die reeds tot het opgeven van vele onderzoekingen heeft gedwongen, maakt ook de aanwending van zulk een middel onmogelijk.

Leiden, 16 December 1863.

NASCHRIFT.

De voorgaande Verhandeling werd bij de Koninklijke Academie van Wetenschappen voor hare vergadering van de maand December des jaars 1863 ingezonden. Zij werd weldra voor de *Verslagen en Mededeelingen der Afdeeling Natuurkunde* aangenomen, maar konde eerst nu tot den druk bevorderd worden. Het is natuurlijk, dat de waarnemingen werden voortgezet en op haren tijd voor een nader onderzoek van den gang des uurwerks werden aangewend. Toen, in de maand September des jaars 1864, nog een winter en een zomer verloopen waren, die tot eene meer

naauwkeurige kennis van den invloed der temperatuur op den gang des uurwerks moesten leiden en daarbij eene nadere bepaling van den invloed, dien de drukking der lucht op den gang uitoefent, gedoogden, heb ik het geheele onderzoek vernieuwd en uitgestrekt over waarnemingen, die een tijdvak van 28 maanden omvatten. Op den 29sten October 1864 heb ik eene vrij uitgebreide verhandeling, de uitkomsten van mijn hernieuwd onderzoek vermeldende, aan den Hoogleeraar C. A. F. PETERS te Altona opgezonden en die verhandeling reeds in N°. 1502 der *Astronomische Nachrichten* opgenomen. Ik acht mij verpligt de einduitkomsten van mijn hernieuwd onderzoek in dit Naschrift kortelijk te vermelden.

De meest gunstige zamenstelling van de waarnemingen, gedurende een tijdvak van 28 maanden volbragt, gaf mij voor den dagelijkschen gang der pendule HOHWÜ N°. 17, met betrekking tot den sterretijd, de volgende formule: gang $= -0^s,339 + 0^s,01885\ (10° - t) - 0^s,01269\ (760\text{ m. m.} - b)$, waarin de letters t en b dezelfde beteekenis hebben als te voren.

De coëfficiënten, die den invloed van de warmte en van de drukking der lucht op den gang des uurwerks uitdrukken, zijn alzoo, door de latere waarnemingen, slechts in geringe mate veranderd geworden. Het is uiterst merkwaardig dat door het latere onderzoek, voor den gang des uurwerks, bij eenen thermometerstand van + 10° R. en eenen barometerstand van 760 m. m. volkomen dezelfde uitkomst als te voren ($-0^s,339$) werd verkregen. Dit bewijst dat de invloed van den tijd op den gang des uurwerks. gedurende een tijdvak van 28 maanden, volstrekt onmerkbaar was. In het genoemd nummer der *Astronomische Nachrichten* heb ik eenen toets aan deze formule gegeven, van de dagelijkschc gangen der pendule, gedurende een tijdvak van 28 maanden, voor elke maand en

ook voor elke week bepaald. Deze toets is even zoo bevredigend als de vroegere, die waarnemingen betrof, welke zich over een tijdvak van 19 maanden uitstrekken.

Eerst nadat mijn tweede onderzoek omtrent de pendule HOHWÜ N°. 17 was gesloten en afgezonden, kwam het ter mijner kennis, dat de sterrekundigen op den Pulkowa in hunne waarnemingen aanleiding hebben gevonden, om de kwik-compensatie-slingers geheel te verwerpen en door roostervormige te vervangen. Reeds voor vele jaren heeft men bedenkingen tegen de kwik-compensatie-slingers ingebragt, maar het was niet uitgemaakt of zij, ook in een vertrek waar niet wordt gestookt, bronnen zijn van kennelijke onregelmatigheden. Het schijnt den waarnemers op den Pulkowa te zijn gebleken, dat de kwik-compensatie-slingers kennelijke onregelmatigheden in den gang der uurwerken veroorzaken, die zich in kleine tijdvakken herstellen en alzoo niet slechts moeijelijk te bepalen, maar ook het meest verderfelijk zijn voor de naauwkeurigheid der einduitkomsten. Een nieuw en veelomvattend onderzoek zal moeten beslissen, in hoe ver, uit diezelfde bron, onnaauwkeurigheden kunnen voortvloeijen bij de einduitkomsten, die aan de sterrewacht te Leiden worden verkregen.

Leiden, 11 Januarij 1865.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 29sten OCTOBER 1864.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, Voorzitter, C. J. MATTHES, Secretaris, A. H. VAN DER BOON MESCH, P. BLEEKER, N. W. P. RAUWENHOFF, P. HARTING, A. HEYNSIUS, C. A. J. A. OUDEMANS, F. J. STAMKART, CL. MULDER, D. BIERENS DE HAAN, M. C. VERLOREN, S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN, H. J. HALBERTSMA, A. W. M. VAN HASSELT, P. ELIAS, E. H. VON BAUMHAUER, J. VAN GOGH, F. C. DONDERS, J. G. S. VAN BREDA, R. VAN REES, J. W. L. VAN OORDT, F. W. CONRAD, C. H. D. BUYS BALLOT, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT, J. BOSSCHA Jr.

Na voorlezing, goedkeuring en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige zitting, deelt de Voorzitter mede, van den Heer J. P. DELPRAT kennisgeving te hebben gekregen van het overlijden van ons rustend medelid den Luitenant-Generaal H. G. SEELIG, op den 2den dezer te Ginneken bij Breda, en zulks namens de Weduwe, door ernstige ziekte daarin verhinderd. Wordt besloten HEd. schriftelijk het leedwezen der Afdeeling te betuigen.

Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. O. VAN REES, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen (Utrecht, 3 October 1864): 2°. J. H. VAN WICKEVOORT CROMMELIN, Secretaris van Z. K. H. Prins HENDRIK der Nederlanden ('s Gravenhage, 27 October 1864); 3°. W. C. BACKER, Secretaris van het Athenaeum Illustre te Amsterdam (28 October 1864); 4°. J. H. DE STOPPELAAR, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen te Middelburg; 5°. J. H. LELIMAN, Secretaris der Maatschappij ter bevordering der Bouwkunst (Amsterdam, 25 October 1864). — Aangenomen voor berigt.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. B. J. VAN EYK, namens Curatoren van het Athenaeum Illustre te Deventer (15 October 1864); 2°. F. P. BIJLEVELD, Burgemeester, en R. O. B. VERHEYEN, Secretaris van het Gemeente-Bestuur van Nijmegen (21 September 1864); 3°. Dr. J. CROCQ (Amsterdam, 27 September 1864); 4°. J. T. LIOTARD, Consul van Italië (Amsterdam, 4 October 1864); 5°. ROUSSET, Secrétaire-Général de l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier (20 September 1864); 6°. D. PIANI, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences de l'Institut de Bologne (26 April 1864); 7°. W. SCHELLER, Secretär des Naturhistorischen Vereins in Augsburg (30 Augustus 1864); 8°. SIEMENS,

Schriftführer der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle a/S. (27 September 1864). — Plaatsing in de boekerij en schriftelijke dankzegging.

De Secretaris berigt, de bijdrage van Dr. VERVER *Over het plotseling ontstaan eener heete dampbron in Limburg* van de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* terug te hebben ontvangen, die geen bezwaar maakt tegen de opname.

Nog zijn ingekomen met eene begeleidende Missive van den Heer C. VAN DER STERR, Helder 25 dezer, veertien Tabellen van waterhoogten in het Marsdiep waargenomen gedurende de maanden Januarij en Februarij 1860. Verzending naar de Commissie voor de daling van den bodem in Nederland.

De Commissie van den Paalworm brengt bij monde van den Heer VON BAUMHAUER rapport uit over de ter jongste vergadering in hare handen gelegde stukken. Zij stelt voor 1°. den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken onder de aandacht te brengen, hetgene over de in België genomen proeven en die ten onzent gedaan voorkomt in haar vijfde of laatste Verslag; voorts 2°. om het onderzoek naar de waarde der houtsoorten uit Suriname ter wering van den paalworm niet te aanvaarden, aangezien derzelver aanwending, zelfs bij gunstige bevinding, bij ons te lande wegens te groote kostbaarheid niet in aanmerking zou kunnen komen. Zij verklaarde zich eindelijk bereid het twaalftal door den Heer SNATERSE ingezonden nieuw gecreosoteerde palen aan

een onderzoek te onderwerpen. Een en ander draagt de goedkeuring der vergadering weg.

De Heer HARTING deelt nog mede dat de Commissie hare taak thans meent te mogen beschouwen als ten einde spoedende, en zich verder niet wenscht in te laten op behoedmiddelen die haar door particulieren mogten worden gesuppediteerd; terwijl de Heer VON BAUMHAUER daaraan toevoegt, dat de Commissie ook besloten heeft aan de bepaling van het zoutgehalte des waters, nu een genoegzaam aantal jaren volgehouden, een einde te stellen.

De Heeren VAN REES en STAMKART adviseeren, op de aangeboden Tweede Verhandeling van den Heer VAN DER WILLIGEN *Over de Coëfficiënten van breking voor mengsels van zwavelzuur en water,* tot opname in de werken der Akademie, waartoe besloten wordt.

De Secretaris legt vervolgens over een tweetal opstellen, met begeleidende missive van den 26sten dezer ingezonden, van den Heer K. C. Baron VON LEUTSCH, ten titel voerende: *Die Selbsterzeugung oder Génération Spontanée* en *Die Sternschnuppen,* waarover de schrijver het oordeel der Afdeeling wenscht te vernemen. Daar de Afdeeling zich enkel daartoe bereid verklaart, als ze voor de werken zijn aangeboden, zullen ze naar de Commissie van Redactie worden verzonden, bijaldien het nader blijkt dat dit de bedoeling geweest is.

De Heer HOEK heeft voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden eene *Ephemeride van Proserpina voor de oppositie van 2 Januarij* 1865, gegrond op verbeterde elementen. — Verzending naar de Commissie.

De Heer BIERENS DE HAAN handelde, onder overlegging van de beide eerste gedeelten, en toezegging van het derde zijner *Nouvelles Tables d'Intégrales définies*, *Over haren inhoud en vorm.*

Het eerste gedeelte bevat de bepaalde integralen met één functie onder het integraalteeken: het tweede die met twee functiën, waaronder één algebraïsche: het derde die met twee functiën, zonder algebraïsche. Te zamen vormen zij ongeveer vier vijfden der geheele verzameling, waarvan nog de vierde en vijfde gedeelten — waarbij onder het integraalteeken meer dan twee functiën voorkomen — ter laatste bewerking gereed liggen.

Tot de oorzaken van verandering in de inrigting behoort wel voornamelijk het weglaten van de namen der schrijvers, die eene integraal afleidden, en van de aanhaling der literatuur, waar die afleiding te vinden was. Hetzelfde doel wordt nu beoogd door eene verwijzing, of

1°. naar eene ontwikkeling, voorkomende in het *Exposé etc.* (Deel VIII der Verhand.) [VIII...];

of 2°. met behulp eener ligtelijk in het oog vallende herleiding naar eene integraal der verzameling zelve [V. T... N...];

of nog 3°. waar noodig, naar de oude *Tables d'Int. déf.* (Deel IV. der Verh.) [IV...];

of 4°. naar de later bewerkte verhandelingen van anderen;

of 5°. naar die van den schrijver zelven.

In beide laatste gevallen moest dan weder de literatuur daarbij worden opgegeven.

Door deze verandering kon thans meermalen een groot aantal formulen tot eenzelfden vorm worden teruggebragt, waartoe eene vereenvoudiging, wat de grenzen betreft, medewerkte. Zoo behoefde deze nieuwe verzameling, hoewel zij een groot aantal nieuwe formulen bevat, de vorige weinig in omvang te overtreffen.

Het volgende tafeltje moge deze wijzigingen duidelijk maken, en tevens den nieuwen titel regtvaardigen. De kolom „van elders" bevat de integralen, onder de verwijzingen 4 en 5 bedoeld: verreweg de meeste stammen af uit opstellen in de Verhand., Versl. en Meded. der Akademie, en in de Verh. der Holl. Maatschappij.

OUDE TAFELS.			WIJZIGINGEN,			NIEUWE TAFELS.		
Afd.	Tafels.	Formulen.	gebleven uit *Tables* (Verh. IV).	gevonden in *Exposé* (Verh. VIII).	van elders.	Afd.	Tafels.	Formulen.
1	1— 35	680	258	87	79	1	1—25	424
2, 3	36— 45	181	79	12	25	2, 3	26—33	116
4	46—107	1036	526	113	213	4	34—75	852
5, 6	108—111	35	22	7	5	5, 6	76—79	34
1—6	1—111	1935	885	219	322	1—6	1—79	1426
Percentsgewijze.....			62	15½	22½			100
7	112—150	642	377	39	48	7	80—105	464
8	151—191	673	448	92	238	8	106—148	778
9	192—255	1107	499	448	612	9	149—228	1559
10,11	256—272	270	170	71	203	10, 11	229—255	444
7—11	112—272	2692	1494	650	1101	7—11	80—255	3245
Percentsgewijze.....			46	20	34			100
12—15	273—300	413	285	56	75	12—15	256—283	416
16	301—365	1048	768	61	130	16	284—338	959
17—20	366—375	117	95	31	32	17—20	339—351	158
12—20	273—375	1578	1148	148	237	12—20	256—351	1533
Percentsgewijze.....			74	9	17			100
1—20	1—375	6205	3527	1017	1660	1—20	1—351	6204
Percentsgewijze.....			57	16	27			100

Nog bood ons Medelid voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan eene *Achtste Bijdrage tot de theorie der bepaalde Integralen.*

De Heer MIQUEL zond voor de *Verslagen en Mededeelingen* eene bijdrage in, getiteld *Synopsis specierum Casuarinae.*

De Heer VAN GOGH sprak *over de weêrsgesteldheid van Japan*, zijne bijdrage aanbiedende voor de *Verslagen en Mededeelingen.* Dit en de twee vorige opstellen zullen naar de Commissie van Redactie verzonden worden.

Naar aanleiding van het voorgedragene vestigt de Heer VERLOREN de aandacht der Vergadering op de merkwaardige bijzonderheid, dat er een minimum van temperatuursverschil tusschen Desima en Utrecht schijnt te bestaan voor de maand Junij, ter waarde van 4°58.

De Heer DONDERS doet twee mededeelingen: *Over het onderscheid tusschen buik- en borstademhaling* en *over de trillingen op verschillende plaatsen van het stem- en spraakorgaan.*

De Heer HARTING berigt: dat, naar aanleiding van het vroeger door ons medelid HALBERTSMA medegedeelde, op zijn verzoek door den Heer VAN DER LIDTH, Med. Cand. te Utrecht, de aldaar in het Kabinet aanwezige exemplaren van Lintwormen zijn onderzocht geworden, waaromtrent hij met den Heer HALBERTSMA van gedachten wisselt.

Aangezien er niets meer aan de orde is, wordt de Vergadering gesloten.

BIJDRAGE TOT DE KENNIS

VAN DEN

SCHEDELVORM DER NEDERLANDERS.

VAN

Dr. **A. SASSE**, *te Zaandam.*

„Der deutsche Schädel ist nicht dolichocephal", zegt WELCKER in zijn *Untersuchungen über Wachsthum und Bau des menschlichen Schädels*. Deze uitspraak, waarmede ik het eerst bekend werd uit de aankondiging van het genoemde werk door Prof. J. VAN DER HOEVEN, *Tijdschr. v. Geneesk.* 1863 blz. 181 verraste mij, omdat zij in overeenstemming is met datgene wat ik tot nog toe in de gelegenheid geweest ben te zien van schedels, afkomstig van leden van den Germaanschen stam. Mijn kennis daarvan strekt zich namelijk niet ver uit buiten de plaats mijner inwoning, maar, zoo als uit onderstaande mededeeling blijken zal, hier kan men niet beweren dat de schedelvorm de dolichocephale is. Toch zal niemand met grond kunnen beweren, dat hier alleen eene afwijking van den Germaanschen typus gevonden wordt, door inmenging van vreemd bloed te weeg gebragt. Ieder die met Zaandam en in het geheel de Zaanlanden eenigzins bekend is, zal weten dat men hier nog vele eigenaardigheden vindt, uit vorige tijden overgebleven: eigenaardigheden, die in andere

streken, waar sterker vermenging met vreemde bestanddeelen plaats gevonden heeft, afgeslepen zijn. De inwoners zelven maken om zoo te zeggen meer een gesloten geheel uit, dat niet gemakkelijk vreemde bestanddeelen opneemt. Wel verliezen zich tegenwoordig de boven bedoelde eigenaardigheden meer en meer, en vermindert ook de afsluiting tegenover vreemden, maar zij blijven nog altijd bestaan, en geven aan de Zaanstreek een eigenaardig kenmerk. Ook de kleur van haar en oogen wijst op eene vrij zuivere Germaansche afstamming. Blaauwe oogen in verschillende tinten en blonde haren met alle schakeringen naar het bruine ziet men verreweg het meest; bruine iris en donkerbruin tot zwart haar ziet men betrekkelijk zelden. En zoo geloof ik dat deze mededeeling zal kunnen strekken ten bewijze, dat ten minste niet alle Germaansche schedels dolichocephaal zijn. WELCKERS uitspraak verdiende in ieder geval nader aan de waarheid getoetst te worden, vooral ook omdat hij zijne maten anders genomen heeft dan men dat gewoonlijk doet. Volgens het verslag van VAN DER HOEVEN namelijk (want ik had nog geen gelegenheid om WELCKERS arbeid zelf in te zien) wordt de lengte van den schedel door den Schrijver gemeten van midden tusschen de tubera frontalia tot het meest uitpuilende gedeelte des achterhoofdsbeens, in plaats dat hij als voorste punt de glabella of den neuswortel aanneemt. Nu vindt WELCKER op die wijze voor deze afmeting wel een gemiddelde, dat slechts 1 millimeter verschilt van het gemiddelde door VAN DER HOEVEN volgens zijne wijze van meten gevonden, maar dat bewijst niet, dat WELCKER niet eene andere uitkomst zou gekregen hebben, wanneer hij zijne meting op de gewone wijze in het werk gesteld had. Wat de dwarsche afmeting van den schedel betreft, deze bepaalt de Schrijver door eene regte lijn, die de twee punten vereenigt waar de vlakte van den horizontalen en verticalen omvang

elkander snijden. Het loopt in het oog, dat deze afmeting volstrekt niet noodzakelijk overeenstemt met de grootste breedte van het hoofd, waar het eigenlijk om te doen is. De Schrijver vergelijkt dus geheel andere maten dan RETZIUS, van wien de onderscheiding van langhoofden en korthoofden afkomstig is, en strikt genomen had hij dus op grond van deze onderzoekingen geen regt om tegen RETZIUS' bewering, dat de Duitsche schedel lang is, op te komen.

Ter loops zij hier opgemerkt, dat het mij voorkomt, als drukt Prof. VAN DER HOEVEN zich niet geheel juist uit, wanneer hij t. a. pl. blz. 182 zegt: *even als* V. BAER neem ik als dwarsche diameter den afstand tusschen de meest uitstekende deelen der wandbeenderen. Uit den *Catalogus craniorum diversarum gentium*, p. 4, blijkt nader, dat hier bepaald bedoeld is de afstand tusschen de wandbeenknobbels, die, zoo als VAN DER HOEVEN zelf daar ter plaatse erkent, niet altijd de grootste breedte aangeeft. VON BAER daarentegen zocht de grootste breedte van den schedel, onverschillig waar deze te vinden is, en verlangt alleen nader de plaats waar deze gevonden wordt, opgegeven te zien. Zoo ook RETZIUS, die deze afmeting veelal achterhoofdsbreedte noemt. Het zou nu trouwens de vraag kunnen zijn, welke afmeting beter is. De wandbeenknobbels zijn wel is waar vaste punten, die door de natuur gegeven zijn, maar vooreerst kan men ze dikwijls ter naauwernood of in het geheel niet vinden en ten tweede komt het mij voor, dat het eerst uit onderzoekingen over den groei des schedels als die van WELCKER blijken moet, welke waarde deze knobbels hebben voor de architectoniek des schedels. Daar komt bij, dat RETZIUS oorspronkelijk getroffen werd door de betrekkelijke lengte van sommige, en de betrekkelijke breedte van andere schedels, en dus naar getallen zoeken moest om deze verhouding uit te drukken zonder

naar de wandbeenderen te vragen. Eer dat men dus de wandbeenknobbels als vaste punten, om de dwarsche middellijn te bepalen, kan aannemen, zal dienen aangetoond te worden, dat deze tot eene meer natuurlijke bepaling van de verhouding tusschen lengte en breedte leiden. Men zal daartoe het best kunnen gebruik maken van schedels, afkomstig van weinig vermengde stammen, die men dus verwachten kan, dat onderling zeer gelijkvormig zullen zijn. Ik heb beproefd in hoeverre C. SWAVING's *Eerste bijdrage tot de kennis der schedels van volken in den Indischen Archipel* (*Natuurk. Tijdschr. v. N. Indië,* Deel XXIII, 1861) iets tot oplossing van deze vraag zou kunnen bijbrengen. SWAVING geeft namelijk, behalve de breedte tusschen de wandbeenknobbels, ook de breedte op tusschen de slaapbeenschubben boven den uitwendigen gehoorgang (*l. c.* p. 259, sub N), welke breedte somtijds grooter is, zoo als ook VAN DER HOEVEN in zijn Catalogus, p. 4, opgemerkt heeft, dan die tusschen de wandbeenknobbels. Ik heb nu voor ieder der aldaar beschreven groepen — Banjarezen, Dayaks, Javanen uit Oostelijk en Midden-Java, Soendanezen (krankzinnigen) uit het westelijk gedeelte van Java — voor elken schedel berekend 1°. de verhouding van de grootste lengteafmeting tot den afstand der wandbeenderen, 2°. de verhouding van de eerstgenoemde maat tot de grootste breedte, 't zij deze door de wandbeenknobbels bepaald werd, 't zij dat de afstand tusschen de slaapbeenderen grooter was. Verder werd voor iedere groep het gemiddelde opgemaakt van de verhouding sub 1, als ook het gemiddelde sub 2, en eindelijk berekend hoe groot de uiterste afwijkingen waren van deze gemiddelden. Ik stelde mij voor, dat die maat het meest aan te bevelen zijn zou, waarbij de verhouding tusschen lengte en breedte voor iederen schedel het minst afweek van het gemiddelde voor die verhouding in de groep, waartoe hij behoorde, gevon-

den. Dit onderzoek heeft echter niet tot beslissende uitkomsten geleid, òf omdat de volksstammen, waartoe die schedels behoorden, niet onvermengd genoeg zijn, òf omdat misschien tusschen de beide voor de breedtebepaling gemeten punten een ander punt ligt (wat zeer dikwijls het geval is) waar de schedel breeder is dan op één dier beide plaatsen. Alleen voor de 7 Dayakschedels geeft de afstand tusschen de wandbeenknobbels bestendig de grootste breedte (voor zoo ver opgegeven) aan. Deze zijn dus voor de beantwoording der bovengestelde vraag onbruikbaar. Het maximum van breedteverhouding verschilt hier 6.2 pCt. van het gemiddelde; het minimum 4.3 pCt. Bij de Banjarezen geeft de meting aan de wandbeenknobbels eene gemiddelde breedteverhouding, waarvan naar de ééne zijde (naar het maximum) 5.3 pCt., naar de andere zijde 7.2 pCt. afwijking. De meting aan de slaapbeenderen leidde tot eene afwijking van 6 pCt. ter eener, 7.2 pCt. ter andere zijde. Hier zou dus de meting tusschen de wandbeenderen een onbeduidend voordeel opgeleverd hebben. Voor de Javanen van Oost- en Midden-Java vindt men 12.7 pCt. resp. 10 pCt. afwijking van de gemiddelde verhouding, wanneer men van de breedte tusschen de wandbeenderen uitgaat. Daarentegen 10.9 resp. 8.4, wanneer men de andere meting ten grondslag legt, die hier dus eenig voordeel blijkt te hebben. Daarentegen is zij bij de Soendanezen weder in het nadeel met 10.8 pCt. resp. 11.5 pCt. tegenover 9 pCt. resp. 9.7 pCt. De vraag verdient, naar mij voorkomt, nader onderzoek, dat ik mij voorbehoud. Immers we zijn nog steeds zoekende naar de beste methode van schedelmeting, en dat moge dan ook de uitvoerigheid dezer uitweiding verontschuldigen.

Voor de onderstaande metingen is de grootste breedte aan den schedel opgezocht, onverschillig waar deze gevonden werd. Meestal was dit op de halve hoogte van den

schedel, somtijds ook op de plaats der wandbeenknobbels. Voor de lengteafmeting werd als voorste punt van uitgang de neuswortel aangenomen. Het mag niet al te onbescheiden gerekend worden, wanneer ik een plaatsje verzoek voor de volledige mededeeling mijner metingen, waaruit de hoeveelheid van schommeling om het gemiddelde beter en als met een oogopslag blijkt, dan uit omslagtige toelichtingen. De wetenschap sleept wel zooveel meteorologische cijfers meê (absit invidia dicto), die stellig minder onmiddellijke uitkomsten geven!

Nº.	Lengte-diameter.	Breedte-diameter.	Lengte: Breedte = 1000:	Aanmerkingen.
1	178	150	843	
2	185	151	816	
3	197	159	807	
4	180	145	806	
5	188	150	798	
6	179	150	838	
7	178	143	803	
8	189	156	825	Voorhoofdsnaad.
9	177	161	910	Voorhoofdsn. Op den schedel vertoonden zich nog sporen van het zwarte haar dat zijn bezitter eens gedragen had.
10	182	152	835	In 't geheel geen naden zigtbaar; alléén links de slaap- en ruggebeensschub, regts niet anders dan de laatste afgescheiden zigtbaar.
11	178	148	831	Blond haar.
12	187	146	781	
13	187	148	791	
14	183	153	836	
15	197	147	746	
16	191	156	817	

N°.	Lengte-diameter.	Breedte-diameter.	Lengte: Breedte = 1000:	Aanmerkingen.
17	191	161	843	
18	186	145	779	
19	183	153	836	Voorhoofdsnaad.
20	184	147	799	Voorhoofdsnaad.
21	174	141	810	
22	182	137	753	
23	173	138	798	Voorhoofdsnaad.
24	184	155	842	
25	183	144	787	
26	193	149	772	
27	174	142	816	
28	181	154	851	
29	174	140	805	
30	178	143	803	
31	192	152	792	
32	186	148	796	Voorhoofdshaar.
33	181	150	829	Voorhoofdshaar.
34	190	148	779	
35	177	149	842	Blond haar.
36	179	153	855	
37	179	145	810	Kastanje bruin haar.
38	185	156	843	
39	182	148	813	
40	191	148	775	Voorhoofdsnaad.
41	181	128	707	De dens serotinus nog niet te voorschijn gekomen.
42	184	150	815	
43	179	148	826	
44	181	146	807	
45	189	141	746	
46	186	149	801	
47	177	143	808	

N°.	Lengte-diameter.	Breedte-diameter.	Lengte: Breedte = 1000:	Aanmerkingen.
48	187	152	813	
49	198	153	773	
50	184	146	793	

De gemiddelde lengte dezer 50 schedels is 184 m.m. Prof. VAN DER HOEVEN heeft voor deze maat bij Germaansche schedels opgegeven 181, WELCKER vond 180. Dr. LUBACH geeft in zijn goed geschreven werk *De bewoners van Nederland* (blz. 421) 184 m.m. als gemiddelde bij 20 Nederlandsche schedels.

De gemiddelde breedte bij de 50 schedels is 148. Voor de 22 mannelijke Germaansche schedels bij VAN DER HOEVEN vindt men daarvoor 138: LUBACH vond voor zijne 20 Nederlandsche schedels hetzelfde gemiddelde getal. Hier is dus een niet onbelangrijk verschil, dat niet veroorzaakt kan zijn daardoor dat ik ook vrouwenschedels in mijne meting opgenomen heb, althans wanneer het zich bevestigt, wat WELCKER vond, dat de schedel bij de Duitsche vrouw betrekkelijk langer is dan die van den man. HUSCHKE geeft overigens (*Schädel, Hirn und Seele*, p. 21) juist omgekeerd op, dat de vrouwelijke schedel ronder, de mannelijke meer langwerpig ovaal is. Hoe het zij, ik was niet in de gelegenheid mannelijke en vrouwelijke schedels afzonderlijk te onderzoeken.

In het volgende tabelletje vindt men de opgaven bij VAN DER HOEVEN en LUBACH voor grootste lengte en grootste breedte van den schedel met mijne metingen ter vergelijking bij elkander geplaatst.

	Lengtediameter.		
	v. d. HOEVEN.	LUBACH.	Mijne metingen.
Maximum	193	189	198
Minimum	170	179	173
Gemiddeld	181	184	184

Breedtediameter.

	v. d. hoeven.	lubach.	Mijne metingen.
Maximum	148	153	161
Minimum	123	126	128
Gemiddeld	138	138	148

Waar het echter voor mijn onderzoek bijzonder op aankomt — dat is de gemiddelde verhouding tusschen de grootste lengte en de grootste breedte, of om het kort uitte drukken, de gemiddelde breedteverhouding der schedels. Om deze te vinden werd voor iederen schedel afzonderlijk de breedteverhouding bepaald en uit de zóó verkregen cijfers het gemiddelde berekend. Welcker geeft voor die verhouding bij Duitsche mannelijke schedels 100 : 80, bij vrouwelijke 100 : 76.5. Van der hoeven (*Tijdschrift*, l. c.) zegt: ik zou bovenstaande verhouding (voor mannen alleen?) eerder als 100 : 76 of 100 : 77 opgeven. Berekent men echter de gemiddelde breedteverhouding uit de getallen in den *Catalogus craniorum* opgegeven, dan vindt men ze = 1000 : 757.

Uit de boven meêgedeelde metingen vindt men als gemiddelde breedteverhouding der Zaandamsche schedels 1000 : 808. Het maximum van breedteverhouding vindt men bij N°. 9 als 1000 : 910; het minimum en dus den sterksten graad van dolichocephalie bij N°. 41 als 1000 : 707. Beide schedels staan echter met deze afmetingen zeer afzonderlijk. Immers de naastbijkomende in groote breedteverhouding is N°. 36 met 1000 : 855; de naastbijkomende in geringe breedteontwikkeling N°. 15 en N°. 45 met 1000 : 746. Het zou dus eigenlijk beter zijn de beide schedels N°. 9 en N°. 41 uit de berekening uit te sluiten. Doet men dit, dan blijft voor de 48 overige schedels de verhouding als boven 1000 : 808. Dat werkelijk deze verhouding vrij naauwkeurig is, blijkt wanneer men

het gezamenlijk aantal schedels in kleinere groepen verdeelt. Zóó werd eerst de verhouding opgemaakt der 34 eerste schedels, als welke toen nog alleen gemeten waren, en daarvoor gevonden 1000 : 811. Zondert men hiervan echter den schedel N°. 9 uit, dan wordt de verhouding voor de overige 33 schedels als boven gemiddeld 1000 : 808. Voor de 16 schedels, die later gemeten werden, laat zich de verhouding berekenen als 1000 : 802. Zondert men hier N°. 41 uit, die met zijne geringe breedteontwikkeling geheel op zich zelf staat, dan wordt de verhouding voor de 15 overige merkwaardig genoeg weder als boven = 1000 : 808. Voor de gemiddelde breedteverhouding van den schedel te dezer plaatse kan men dus aannemen 100 : 80 of 81, een cijfer, dat vrij veel verschilt van het door VAN DER HOEVEN opgegevene, en eerder aan brachycephalie dan aan dolichocephalie doet denken, in zooverre namelijk dit verschil zich door cijfers laat uitdrukken. Als grensverhouding neemt VON BAER (als ik mij niet vergis) 1000 : 800 aan *), en dan ziet men dat onze schedels zich met hun gemiddelde op de grens van brachycephalie en dolichocephalie bewegen met neiging tot het eerste. Dit blijkt ook uit de omstandigheid dat bij 32 van de 50 schedels de breedteverhouding boven $\frac{800}{1000}$ is; slechts 18 daarentegen de verhouding als bij dolichocephali vertoonen en niet eens sterk uitgedrukt. Immers berekent men de gemiddelde breedteverhouding bij de bedoelde 18 schedels, dan vindt men daarvoor 1000 : 776. *Dolichocephale schedels vindt men dus hier ter plaatse slechts* 36 *pCt., waarbij bovendien de graad van dolichocephalie, voor zoo ver deze*

*) HUSCHKE, *Schädel, Hirn und Seele*, p. 100 zegt: von 46–56 pCt. Länge reicht die Reihe der Brachycencephali, von 56— 66 pCt. die der Dolichoencephali. Dus 1000 : 515 à 786 volgens HUSCHKE = dolichocephali; boven 786 Brachycephali.

gevoegelijk door getallen uit te drukken is, zeer matig is.

Maar reeds vóór WELCKER vinden we bij HUSCHKE, l. c. p. 98, eene aanwijzing ten minste van het verschil dat bij verschillende takken van den Germaanschen stam bestaat ten aanzien van de breedteverhouding des schedels. H. zegt hier namelijk, waar hij de opgaven van KRAUSE over het sexuele verschil in breedteverhouding bij den mensch met die van ARNOLD vergelijkt: „KRAUSE's Maasse sind ohne Zweifel von Norddeutschen (Hannoveranern), ARNOLD's Maasse von Süddeutschen (Schwaben) genommen. Hier pflegt der Schädel breiter, dort dagegen mehr in die Länge gezogen zu sein." Ook bij VON BAER (*Ueber den Schädelbau der Rhätischen Romanen. — Bull. Ac Imp. d. Sc de St. Petersb.*) vinden we eene dergelijke uitspraak: „Schon auf der Reise nach der Schweiz fällt es dem Nord-deutschen auf, dass der Schädel des Allemannischen Stammes im Allgemeinen breiter erscheint als der des Franken oder Sachsen". Zeer teregt zegt dan ook LUBACH (l. c. p. 405): „Intusschen is het niet te ontkennen, dat men bij de beschouwing van menigen Germaanschen schedel eerder aan een kort dan aan een lang hoofd denken moet, en dat de benaming van „bolrond" (cranium globosum), die aan vele dier schedels toegekend wordt, met die van „langhoofdig" tamelijk in tegenspraak schijnt. — Bijna zou men dus met WELCKER zeggen: „der deutsche Schädel ist nicht dolichocephal."

Naar mijn oordeel moet men zich vooreerst van dergelijke algemeene uitspraak onthouden. Daar zijn nog vele onderzoekingen, ook in andere streken waar de Duitsche stam woont, noodig, eer men zich zoo algemeen zal kunnen uitdrukken. Zelfs voor de plaats, waarvan de door mij gemeten schedels afkomstig zijn, reken ik nog uitvoeriger, in bijzonderheden gaande onderzoekingen noodig, waarmede ik mij bezig houd. RETZIUS heeft het voorbeeld gegeven

van voorzigtigheid in de bepaling of een schedel tot de dolichocephale of de brachycephale gerekend zou moeten worden. Zoo zegt hij bij de beschrijving des schedels van een Polynesiër (MÜLLER's *Archiv.* 1847, naar de vertaling van CREPLIN) „Obgleich dieser Typus wegen seiner bedeutenden Länge, verglichen mit dem schmalen Intermastoidalabstande, beim ersten Anblick Unschlüssigkeit erweckt, zu welcher Klasse man ihn bringen solle, so sprechen doch die grossen Scheitelhöcken und die viereckige Hinterhauptsgegend u. s. w. für seinen Platz unter den Brachycephalen." In Londen zag RETZIUS vele schedels van Polynesiërs, die denzelfden vorm vertoonden. Daarvan wordt verder gezegd: „Ich war anfangs etwas zweifelhaft über deren rechten Platz, bin jetzt aber versichert, dass sie eins der aüssersten Glieder in der brachycephalisch-prognathischen Klasse ausmachen und einen Uebergang von diesen zur dolichocephalischen bilden." Bij den hier beschreven schedel was de grootste lengte tot de grootste breedte (Hinterhauptsbreite) = 1000 : 791. Ook in eene latere verhandeling (MÜLLER's *Archiv*, 1848, p. 266 vv.) worden brachycephalen en dolichocephalen van elkander onderscheiden meer naar den algemeenen vorm der schedels — bij brachycephalen het achterhoofd breed, rond, achterhoofdsknobbel dikwijls ontbrekend: conceptaculum cerebelli niet horizontaal als bij dolichocephalen, maar aan de achtervlakte zigtbaar; wandbeenknobbels sterk ontwikkeld en op de grens van het achterhoofd — dan naar naauwkeurige verhouding van lengte en breedte. Merkwaardig is in dit opzigt de beschrijving van een Kabylenschedel (ibid. p. 276), waarvan de verhouding van lengte en breedte opgegeven wordt als 180 : 133 (= 1000 : 731). Hierbij teekent R. echter aan „Er ist länglich oval, zeigt aber eine Annäherung an eine brachycephalisch-viereckige Form."

Ook uit dit oogpunt beschouwd, zij van den schedel-

vorm der bewoners van deze stad hier reeds medegedeeld — wat ik nader door meer uitvoerige opgaven, en een voldoend aantal photographische afbeeldingen van niet uitgezochte schedels hoop te bewijzen — dat die over het algemeen meer tot het brachycephale overhelt dan tot het dolichocephale, of liever dat er meer brachycephalen dan dolichocephalen gevonden worden.

Zal men hieruit afleiden dat de onderscheiding van brachycephalie en dolichocephalie volstrekt geen waarde heeft? In het aangehaalde referaat zegt Prof VAN DER HOEVEN: „Onverklaarbaar is het mij, dat volgens de opgave op Taf. „XVII (bij WELCKER) de Russische schedels van de Duitsche „niet zouden verschillen. Ware dit het geval, dan geloof ik „dat het inderdaad beter ware de termen dolichocephalisch „en brachycephalisch niet meer te gebruiken." Inderdaad schijnen de opgaven van RETZIUS zoowel als v. D. HOEVEN met voldoende zekerheid vastgesteld te hebben, dat de Slavische stammen brachycephaal zijn, en ik herinner mij, hoe het mij bevreemdde, toen ik bij HUSCHKE de maten van een viertal Slavische schedels opgegeven vond, zóó dat slechts één daarvan brachycephaal genoemd kan worden (1000 : 855). Bij de drie andere wordt lengte: breedte opgegeven als 1000 : 746 resp. 741, resp. 670. De laatste wordt zelfs opzettelijk vermeld als „einer jener langen, schmalen, hinten „perrückenartig überhängenden Schädel." Maar ook VON BAER houdt de brachycephalie bij de Slaven in het algemeen nog niet voor zoo geheel uitgemaakt. In *Bericht über die Zusammenkunft einiger Anthropologen in Sept.* 1861 *in Göttingen* zegt hij (p. 4.): „Besonders fiel es mir auf, das die entschiedene Brachycephalie, welche RETZIUS aus einer kleinen Anzahl von Messungen von Köpfen als slavische Form abgeleitet hatte, wohl bei einigen Köpfen sich wiederfand, die ich als Klein-Russen erhalten hatte, aber viel weniger mit andern Köpfen stimmt, die als russische, ohne nähere

Angabe der Geburtsörter, eingetragen waren. Wieder tauchte die Frage auf, ist die grössere Abkürzung des Kopfes bei den Klein Russen von den türkischen Völkern abzuleiten, die lange Zeit die südlichen Provinzen des Russischen Reichs bewohnt haben, oder vielleicht von den Scythen? aber auch zugleich die Erkenntniss, dass wir keine Köpfe besassen, deren Ursprung aus Gegenden bekannt war, in welchen nie Tataren oder andere türkische Völker gelebt hatten." Uitspraken als deze bewijzen wel hoezeer wij behoefte hebben aan uitvoerige onderzoekingen naar den schedelvorm in iedere bepaalde streek. Of daarom de onderscheiding van brachycephalie en dolichocephalie opgegeven zal moeten worden? Vooreerst zeker nog niet! Zij zal veeltijds op het spoor brengen van vermengingen die in sommige streken tusschen volkeren met verschillenden schedelvorm plaats gevonden hebben. Dat was de gevolgtrekking, waartoe VON BAER volgens de boven aangehaalde woorden geleid werd; dat is ook de gevolgtrekking, die Dr. LUBACH zoo teregt gemaakt heeft in zijn werk *„de bewoners van Nederland"*, waarin hij twee hoofdtypen aanneemt, een meer langhoofdigen, die het zuiverst voorkomt bij de Friezen en overeenkomt met den Scandinavischen, en een meer rondachtigen Bataafsch-Suevischen. Opmerking verdient te dezen aanzien eene mededeeling van Prof. VAN DER HOEVEN (*Tijdschrift voor Geneeskunde*, 1862, p. 481). „Zeer onlangs kwam ik in het bezit van een schedel uit het kerkhof van Nieuwland in Zuid-Beveland. Gemeld kerkhof is sedert den grooten watervloed van November 1530 overstroomd; doch komt toch nu en dan gedeeltelijk bloot. Ik moet afwachten of ik later nog meer schedels van die plaats zal kunnen onderzoeken, maar zoo zij met dien, welke tegenwoordig in mijn bezit is, overeenstemmen, zou de vorm van den schedel der voormalige bewoners van Zuid-Beveland op eene merkwaardige wijze van dien der Ger-

maansche schedels verschillen." (Grootste lengte : grootste breedte = 164 : 143 = 1000 : 872.) En een te Arentsburg onder Voorburg bij 's Gravenhage gevonden Germaansche schedel, hoewel ongetwijfeld tot de dolichocephale te rekenen, vertoont echter toenadering tot brachycephale (grootste lengte : grootste breedte = 1000 : 784; achterhoofdknobbel niet in die mate ontwikkeld als bij Zweden en Noorwegers [alsmede Friezen], de tubera parientalia springen zeer duidelijk vooruit). Dr. J. VAN DER HOEVEN JR., die dezen schedel in den *Konst- en Letterbode*, 1860, N°. 9 en N°. 10 beschreef, vergelijkt hem dan ook — eigenaardig genoeg en geheel in overeenstemming met de hoofdverdeeling der schedeltypen, zoo als die door Dr. LUBACH opgegeven is — niet met een Friezenschedel maar met een Hessenschedel (N°. 5 van de verzameling zijns vaders), die met eene breedteverhouding als 1000 : 799 eene nog meer bepaalde toenadering tot brachycephalie vertoont. De juistheid dezer vergelijking wordt door de geschiedenis bevestigd, die de Bataven en Kaninefaten even als de Hessen van de Chatten laat afstammen.

Dolichocephale stammen en zulke die minstens eene zeer sterke toenadering tot den brachycephalen typus vertoonen, komen dus op den Nederlandschen grond naast elkander en met elkander vermengd voor. Daarom schijnen mij uitvoerige plaatselijke onderzoekingen van zooveel gewigt, want eerst daaruit zal men de gegevens kunnen afleiden tot het opmaken van eene ethnologische kaart van Nederland, zoo als door Dr. LUBACH reeds in algemeene omtrekken beproefd is.

In plaats van dus door de aangewezen uitkomsten haar gewigt te verliezen, blijkt de onderscheiding van brachycephali en dolichocephali te meer een fakkel te zijn voor geschiedkundig onderzoek, waardoor kruisingen tusschen verschillende stammen, als waarover de geschiedenis zwijgt

of slechts flaauwe aanwijzingen geeft, in het licht gesteld worden.

Eene andere vraag daarentegen zou het zijn, of die onderscheiding blijvende waarde zal hebben en of zij tot eene natuurlijke verdeeling der verschillende schedelvormen kan leiden. Want men zal het R. WAGNER moeten toegeven, dat b. v. de Chinezen als prognathe dolichocephali eene zeer slechte figuur maken naast de Negers. RETZIUS' verdeeling verhoudt zich dunkt mij tegenover een meer natuurlijk beginsel van classificatie, dat men later vinden zal, als het kunstmatig stelsel van LINNAEUS tot de latere natuurlijke classificatie, waartoe door JUSSIEU en anderen de grond gelegd werd. Eén ding wenschen wij zeker wel met regt, dat de wetenschappelijke craniologie zich niet in de war late brengen door de vergelijkende taalstudie, maar ongestoord haar eigen weg ga. Hoe hoog ik ook de vergelijkende taalstudie waardeer, de uitkomsten waartoe deze wetenschap meent gekomen te zijn, staan voor het meerendeel nog op te losse grondslagen, om aan andere takken van wetenschap tot leiddraad te kunnen strekken. Daarom wanneer het schedelonderzoek leert, dat Basken, Finnen, Magyaren, Turken met hetzelfde regt tot de zoogenaamde Kaukasische groep gebragt moeten worden als Semiten en Egyptenaren, dan late men zich niet van het spoor afbrengen door wat men in de Baskische taal van Amerikaansche analogiën heeft willen vinden, of daardoor dat de talen der Finnen, Magyaren en Turken eene familieovereenkomst hebben met de talen der bewoners van Midden-Azië. Zoo ook tille men het niet te zwaar of al het Armenisch en het Kurdisch takken zijn van den Arischen taalstam, wanneer men op grond van hunne physische kenteekenen ze liever voor Semiten wil houden. Hunne tegenwoordige woonplaatsen zijn voor een goed gedeelte juist de wieg en bakermat van den Semitischen stam, en de

altijd weggeredeneerde Leucosyriërs (niet witte Syriërs, maar onafhankelijke Syriërs = Semiten) hebben ook eens in die streken gewoond. Langdurige onderzoekingen zal het zeker nog vereischen eer aan de kennis der physische kenteekenen in de anthropologie de plaats verzekerd is die haar toekomt, de hoogste beslissing haar opgedragen wordt: maar thans reeds kunnen we voorspellen dat het eens zoo zijn zal. Dan zal de vergelijkende taalstudie haar waren grondslag verkrijgen en haar de eerste rang onder de hulpwetenschappen toegekend worden.

Oct. 1863.

Sedert heb ik 18 schedels uit de Rijp, en 11 uit Broek op Langendijk onderzocht. De index cephalicus (BROCA) of verhouding van grootste lengte tot grootste breedte is bij de eerste gemiddeld 0.819, bij de laatste 0.792. Ik vermoed dat de laatste een weinig langer zijn dan de andere Noord-Hollandsche schedels die ik onderzocht heb, door vermenging met West-Friezen, in wier vroeger gebied dit dorp gelegen is.

Febr. 1865.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 26sten NOVEMBER 1864.

Tegenwoordig de Heeren: J. VAN GEUNS, Onder-Voorzitter, C. J. MATTHES, Secretaris, H. C. VAN HALL, E. H. VON BAUMHAUER, A. HEYNSIUS, R. VAN REES, D. BIERENS DE HAAN, V. S. M. VAN DER WILLIGEN, J. BOSSCHA JR., J. G. S. VAN BREDA, W. C. H. STARING, A. W. M. VAN HASSELT, P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, F. C. DONDERS, H. J. HALBERTSMA, N. W. P. RAUWENHOFF, P. HARTING, F. J. STAMKART, en van de Letterkundige Afdeeling: H. J. KOENEN.

Na voorlezing en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige Zitting, worden gelezen:

Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 2 November 1864, N°. 200, 6e Afdeeling Rijkstelegraaf); 2°. Minister van Binnenlandsche Zaken ('s Gravenhage, 23 November 1864, N°. 209. 5e Afdeeling); 3°. Minister van Oorlog ('s Gravenhage, 28 October 1864, N°. 5.

S. Secretariaat); 4°. Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen (Middelburg, 1 Augustus 1864); 5°. H. L. FLEISCHER, Secretär der phil.-hist. Classe der Königl. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften, (Leipzig, 30 Augustus 1864); 6°. E. H. WEBER, Secretär der math.-phys. Classe der Königl. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 10 September 1864); 7°. GÖPPERT, Präses der Schlesischen Gesellschaft für Vaterl. Cultur (Breslau, 24 Julij 1864); 8°. Dr. L. HILLE, Secretär der Wetterauischen Gesellschaft für die gesammte Naturkunde (Hanau, 16 October 1864); 9°. Dr. R. HENZI, Secretär der Naturforschenden Gesellschaft (Bern, Mei 1864); 10°. E. R. KOCH, Bibliothekar der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft (Bern, Mei 1864); 11°. Observatoire Physique central de Russie (St. Petersburg, Aug. 1864), 12°. Dr. RENARD, Secrétaire de la Société des naturalistes de Moscou (15/27 Junij 1864); 13°. E. FRIES, Secrétaire de la Société roy. des Sciences à Upsal (1 September 1864). — Schriftelijke dankzegging en plaatsing in de boekerij.

Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. Prins FREDERIK der Nederlanden ('s Gravenhage, 9 Nov. 1864); 2°. J. M. LATINO COELHO, Secrétaire Général de l'Académie roy. des Sciences de Lisbonne (Lisb., 21 September 1864); 3°. Dr. J. ROSENTHAL, 2er Secretär der physicalisch-medicinischen Gesellschaft (Würzburg, 28 October 1864); 4°. R. MAIER,

Secretär der Naturforschenden Gesellschaft (Freiburg, 23 October 1864); 5°. E. H. WEBER, Secretär der math.-phys. Classe der Königl. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften (Leipzig, 10 September 1864); 6°. LEWSCHINE, Général-Lieut^{t}., Directeur du Musée public de Moscou (15/27 October 1864); 7°. Le Secrétaire de la Société Impériale Géographique de Russie (St. Petersburg, N°. 2010); 8°. A. KUPFFR, Directeur de l'Observatoire Physique Central (St. Petersburg, 1862 en Junij 1864); 9°. R. THALÉN, Bibliothécaire de la Société royale des Sciences à Upsal (1 Septemb. 1884). — Aangenomen voor berigt.

Wordt kennis genomen van een schrijven van den Heer VAN GENDT, Hoofd-Ingenieur van den Waterstaat in Noord-Holland, Haarlem 17 November, waarin verslag gedaan wordt van de uitkomst van genomen proeven met gecreosoteerd hout, allezins gunstig luidende; het wordt der Commissie voor den paalworm in handen gesteld.

De Heer VON BAUMHAUER bevestigt den goeden dunk van de voorziening met Creosootolie, door palen te vertoonen, die gedurende vier jaren te water geweest en telken jare over de oppervlakte afgekapt geworden waren, waaraan geen spoor van paalworm te onderkennen viel. Nog legde hij der Vergadering voor: stukken pokhout (Lignum Guajaci), hem door den Heer H. C. FEYNT welwillend afgestaan, die ze door den Scheepsgezagvoeder BUYKES van Curaçao had ontvangen, waar zij vijf à zes jaren

in het zeewater hadden gestaan, ten gevolge waarvan zij de duidelijkste blijken opleverden, dat de fijne nerf en vastheid alleen van dat hout ze geenszins tegen de verwoestingen van den paalworm hadden beveiligd; een paar specimina daarvan der Akademie ten geschenke aangeboden, werden erkentelijk aangenomen.

De Secretaris herinnert, naar aanleiding van de ter jongste Vergadering door den Heer BIERENS DE HAAN overgelegde eerste en tweede gedeelten zijner *Nouvelles Tables d'Intégrales définies*, aan de in Maart 1863, ingevolge besluit der Afdeeling, voor de uitgave van dat werk aangevraagde extra-subsidie van *f* 3500, waarop nog geen antwoord ontvangen is. Wordt besloten, bij den Heer Minister beleefdelijk daarop aan te dringen. De Schrijver biedt te dezer gelegenheid het derde gedeelte van zijnen arbeid aan.

Van de Commissie van Redactie voor de *Verslagen en Mededeelingen* is berigt ingekomen, dat tegen de plaatsing der aangeboden bijdragen van de Heeren HOEK, BIERENS DE HAAN, MIQUEL en VAN GOGH geen bezwaar bestaat.

De Heeren SCHLEGEL en HARTING brengen, bij monde van den laatstgenoemde, rapport uit op de verhandeling van den Heer MILLIES: *Over eene*

nieuw ontdekte afbeelding van de Dodo (Didus Ineptus), adviseerende tot opname in de werken in 4°, vergezeld van eene photographische plaat.

Nadat de Heer HALBERTSMA bedenkingen heeft in het midden gebragt tegen photographische afbeeldingen in de werken der Akademie, op grond van mindere duurzaamheid, de Heer HARTING, in dit geval althans, het bijzonder gewigt daarvan heeft aangedrongen, vereenigt men zich met de conclusie van het Rapport.

De Heer BRUTEL DE LA RIVIÈRE draagt eenige opmerkingen voor, betreffende *eene nieuwe oplossing van het vraagstuk der lengtebepaling op zee* van den Heer VON LITTROW, met hooge ingenomenheid aanbevolen door den Heer FAYE te Parijs; welke voor de *Verslagen en Mededeelingen* worden aangeboden, en derhalve aan de Commissie van Redactie zullen worden verzonden.

De Heer STAMKART wisselt over het onderwerp met den Spreker van gedachten, daarbij protesteerende tegen de benaming van lengtebepaling, waarop de bewuste methode, naar zijn inzien, geen aanspraak maken mag.

De Heer STARING spreekt *Over Zanddiluvium* (Sable Campinien) *in Noord-Duitschland, Nederland en België*, en staat zijne bijdrage voor de *Verslagen en Mededeelingen* af. Verzending naar de Commissie van Redactie.

Nadat de Heer VAN HALL den Spreker nog eenige nadere inlichtingen gevraagd heeft, en de Heer VAN DER WILLIGEN der Akademie twee gedenkpenningen heeft aangeboden, geslagen op de viering te Deventer van het feest van Nederlands verlossing van het Fransche juk, wordt de Vergadering door den Voorzitter gesloten.

GEWONE VERGADERING

DER AFDEELING

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

GEHOUDEN DEN 24sten DECEMBER 1864.

Tegenwoordig de Heeren: G. SIMONS, Voorzitter, C. J. MATTHES, Secretaris, D. BIERENS DE HAAN, N. W. P. RAUWENHOFF, G. E. VOORHELM SCHNEEVOOGT, E. H. VON BAUMHAUER, J. BOSSCHA JR., F. J. STAMKART, C. A. J. A. OUDEMANS, J. VAN GEUNS, C. H. D. BUYS BALLOT, J. G. S. VAN BREDA, R. VAN REES, A. HEYNSIUS, A. W. M. VAN HASSELT.

De Heeren J. W. L. VAN OORDT, G. A. VAN KERKWIJK, P. ELIAS en M. HOEK hebben zich schriftelijk wegens het niet bijwonen dezer Vergadering verontschuldigd.

Na voorlezing, goedkeuring en vaststelling van het Proces-Verbaal der vorige zitting, deelt de Voorzitter mede: dat hij zich, wegens het zamenvallen van den laatsten Saturdag der maand met den laatsten dag des jaars, genoopt heeft gevonden, de Leden een week vroeger te zaam te roepen.

Worden gelezen brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgende Heeren: 1°. F. A. W. MIQUEL, Directeur van 's Rijks Herbarium (Leiden, 8 December 1864); 2°. G. B. AIRY, Royal Observatory (Greenwich, 23 November 1864); 3°. P. F. WAHLBERG, Secrétaire perpétuel de l'Académie royale Suédoise des Sciences (Stockholm, 15 November 1864).

Wordt besloten tot schriftelijke dankzegging en plaatsing in de boekerij.

Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgende Heeren: 1°. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap gevestigd te Utrecht (Utrecht, December 1864); 2°. D. F. VAN DER PANT, 1^en^. Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam (Rotterdam, 8 December 1864); 3°. Dr. RENARD, 1^r^. Secrétaire de la Société des Naturalistes de Moscou (Moscou, $\frac{14}{26}$ November 1864). — Aangenomen voor berigt.

Is ingekomen eene missive van den Heer Minister van Koloniën, 's Gravenhage, 2 Dec. l.l. Lett. A^Az^ N°. 7, houdende toezegging van de kosten te zullen vergoeden, zoowel van de proefnemingen tot bepaling van den uitzettingscoëfficiënt der glazen standaard-ellen, geraamd op omstreeks *f* 300, als van het eventueel door de Akademie in te stellen onderzoek op den later voor Indië te bestemmen basistoestel met comparateur.

Wordt der Commissie tot het vervaardigen van kopyen van de standaardmeter en het standaard-kilogram in handen gesteld ter kennisneming, onder opdragt tevens van de bedoelde werkzaamheden uit te voeren.

Zijn ontvangen, met begeleidend schrijven van den Heer C. VAN DER STERR, Helder 6 December 1864 N°. 341, zeven Tabellen van waterhoogten, waargenomen in het Marsdiep gedurende de maand Maart 1860. — Verzending naar de Commissie over de daling van den bodem in Nederland.

De Heer MIQUEL heeft een verzoek ingediend, om zijne voor de *Verslagen en Mededeelingen* bestemde Bijdragen *Over de Piperaceae van Nieuw-Holland* en *Synopsis Specierum Casuarinae* terug te mogen erlangen, waardoor de openbaarmaking daarvan zou worden bespoedigd. Hoe ongaarne ook, ziet de Afdeeling zich verpligt, daarin te bewilligen.

De Secretaris berigt, dat de Commissie van Redactie geen bezwaar maakt in de opname van het opstel van den Heer BRUTEL DE LA RIVIÈRE: *Over eene nieuwe wijze van lengtebepaling op zee.*

De Heer J. BOSSCHA JR., deelt eenige opmerkingen mede *over den invloed der temperatuur op de electromotorische kracht van Voltasche ketens,* die

zijn voortgevloeid uit een onderzoek, waarbij de waarnemingen, onlangs hieromtrent bekend gemaakt, werden getoetst aan de mechanische theorie der electrolyse.

Spreker toont aan, dat uit de waarnemingen van LINDIG (POGG. *Ann.* 1864, 9e Lief)., die de electromotorische kracht eener Daniellsche cel bij verschillende temperaturen bepaalde, moet worden afgeleid, dat de verbindingswarmte van de bestanddeelen van zwavelzuur zinkoxyde en zwavelzuur koperoxyde afneemt bij temperatuursverhooging; voor laatstgemeld zout aanzienlijk meer dan voor het eerste. Hieruit volgt, dat de warmtecapaciteit van een æquivalent dier scheikundige stoffen grooter moet zijn dan de som der warmtecapaciteiten van een æquivalent harer bestanddeelen en dat het tusschen beide grootheden waargenomen verschil — door vele natuurkundigen aan onvermijdelijke onjuistheden der waarneming toegeschreven — zijn grond heeft in de vermindering der scheikundige affiniteit bij klimmende temperatuur. De juiste bepaling van dit verschil kan alzoo eene niet onbelangrijke bijdrage zijn tot de kennis van scheikundige werkingen.

Spreker toont wijders aan, dat dezelfde oorzaak, die de electromotorische kracht eener Daniellsche cel doet klimmen bij temperatuursverhooging, een stroom moet doen ontstaan in een keten enkel uit twee oplossingen — de eene van zwavelzuur zinkoxyde, de andere van zwavelzuur koperoxyde — bestaande, indien eene der aanrakingsplaatsen van beide vloeistoffen wordt verwarmd.

De stroom moet dan aan de verwarmde grenslagen van de zinkoplossing naar de koperoplossing gaan. Dit is inderdaad ook waargenomen door WILD (POGG. *Ann.* CIII. 353) en de rigting des strooms, door dezen natuurkundige

opgemerkt, is volkomen in overeenstemming met de theorie. Deze zoogenaamde thermoëlectrische stroomen van vloeistoffen zijn dus hunnen oorsprong verschuldigd aan de verandering van scheikundige affiniteit bij verandering van temperatuur; zij zijn in aard gansch onderscheiden van de thermoëlectrische stroomen van metalen. Zij kunnen, volgens de theorie, geen aanleiding geven tot het zoogenaamde verschijnsel van PELTIER. Inderdaad blijkt uit de verhandeling van WILD, dat deze onderzoeker dit verschijnsel niet heeft kunnen teweeg brengen, zelfs niet met twee vloeistoffen, welker zoogenaamde thermoëlectromotorische kracht driemaal grooter is dan die van een element bismuth-antimonium.

Ten slotte vermeldt de Spreker, dat hij in de waarnemingen, door WILD bekend gemaakt, gegevens meent te vinden, om tot een beslissend oordeel te komen over de tot dusverre aangenomene hypothesen omtrent hetgeen in electrolyten plaats vindt. De Spreker stelt zich voor hierover aan de Afdeeling eerlang eene mededeeling te doen.

De Heer VON BAUMHAUER rigt tot den Spreker de vraag, of daarbij wel in aanmerking is genomen geworden de vermindering van warmte, die het gevolg zou moeten zijn van eene splitsing der moleculen in atomen. De Heer BOSSCHA meent dat zoo iets zich hier kwalijk kon verraden, daar men enkel de eindresultaten van chemische verbindingen of scheidingen in rekening vermogt te brengen.

De Heer VAN REES doet eene mededeeling *Over de beteekenis van het woord Spanning in de leer der Electriciteit, het begrip van Potentiaal nabijko-*

mende, waarvan in de proefondervindelijke wetenschap niet dat gebruik gemaakt wordt waarvoor het vatbaar is.

De Heer BIERENS DE HAAN legt de Vierde en Vijfde gedeelten, benevens het Register, zijner *Nouvelles Tables d'Intégrales* over, waarmede nu het geheele werk voltooid is.

Het 4de gedeelte bevat de formulen, waarbij drie functiën onder het integraalteeken voorkomen: het 5de gedeelte die, waar dit aantal grooter dan drie is. — Ten vervolge op het vroeger geleverde tafeltje mogen nu deze opgaven dienen.

OUDE TAFELS.			WIJZIGINGEN.			NIEUWE TAFELS.		
Afd.	Tafels.	Formulen.	gebleven uit *Tables* (Verh. IV).	gevonden in *Exposé* (Verh. VIII).	van elders.	Afd.	Tafels.	Formulen.
21, 22	376—400	389	249	91	311	21, 22	352—398	651
23—25	401—421	299	253	163	138	23—25	399—434	554
26—34	422—444	316	163	263	128	26—36	435—476	554
21—34	376—444	1004	665	517	577	21—36	352—476	1759
Percentsgewijze.....			38	29	33			100
35	445—447	56	40	75	10	37	477—486	125
Percentsgewijze.....			32	60	8			100
1—35	1—447	7265	4222	1609	2247	1—37	1—486	8088
Percentsgewijze.....			52	20	28			100

Men ziet hieruit, dat de gevolgtrekkingen, bij eene vorige gelegenheid (bladz. 383) uit de opgaven omtrent de drie eerste afgeleid, hier a fortiori blijven gelden omtrent de beide laatste gedeelten zoowel als omtrent het geheele werk. —

Het getal nieuwe integraalformulen toch, 3856, bedragende ongeveer 48 honderdste van het geheel, hoezeer dan ook zeer ongelijk over de verschillende Afdeelingen verdeeld, moge den nieuwen titel genoegzaam regtvaardigen.

Hierbij valt nog op te merken, dat onder de kolom „van elders" die integralen zijn bedoeld, welke uit latere Verhandelingen zijn overgenomen. Verreweg het grootste gedeelte is getrokken uit de opstellen, die de Akademie in hare *Verhandelingen*, als ook in de *Verslagen en Mededeelingen* heeft opgenomen, alsmede uit een opstel, voorkomende in de Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen.

Hierop worden de aanteekeningen geresumeerd en sluit de Voorzitter de Vergadering.

NAAM-REGISTER

OP HET XVI^de EN XVII^de OF LAATSTE DEEL

VAN DE

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN,

NATUURKUNDIGE AFDEELING,

1863 TOT 1865.

BADON GHYBEN (J), XVII. 121.
BALLOT (C. H. D. BUYS), XVI. 5, 293, 335.
BAUMHAUER (E. H. VON), XVI. 5. XVII. 44, 119.
BLEEKER (P.), XVI. 352, 359, 362, 364, 366. XVII. 193, 198.
BOSSCHA JR. (J.), XVII. 410.
COLNET D'HUART (DE), XVI. 286.
CONRAD (F. W.), XVI. 226. XVII. 1.
DELPRAT (J. P.), XVII. 1, 8.
DISSEL (J. A. VAN), XVII. 141, 206.
DONDERS (F. C.), XVII. 142, 309.
HAAN (D. BIERENS DE), XVI. 28. XVII. 382, 413.
HALBERTSMA (H. J.), XVI. 165. XVII. 210.
HALL (H. C. VAN), XVI. 188, 372.
HARTING (P.), XVII. 336.
HOEK (M.), XVII. 218.
HOHWÜ (A.), XVII. 338.
JELLESMA. XVI. 333.
KAISER (F.), XVI. 13. XVII. 72, 169, 338.

Kerckhoff (P. J. van), XVII. 227.
Kloos (J. H.), XVI. 329.
Lienders (P. J.), XVI. 290.
Matthes (C. J.), XVI. 375.
Mesch (A. H. van der Boon), XVII. 115, 206.
Mulder (Claas), XVI. 206.
Mulder (G. J.), XVII. 224.
Oudemans (A. C.), XVII. 218.
Oudemans (C. A. J. A.), XVI. 179, 251, 260, 269. XVII. 50.
Oudemans (J. A. C.), XVII. 333.
Sasse (A.), XVII. 385.
Sirks (H. A.), XVI. 11.
Stamkart (F. J.), XVII. 261.
Staring (W. C. H.), XVII. 52.
Willigen (V. S. M. van der), XVI. 332. XVII. 144, 304.

ZAAK-REGISTER

OP HET XVI^de EN XVII^de OF LAATSTE DEEL

VAN DE

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN,

NATUURKUNDIGE AFDEELING,

1863—1865.

ATMOSPHÈRE (Sur la pression moyenne de l'), en plusieurs lieux de l'Europe. XVI. 335.

CRUSTACEëN (Over levende), in de buikholte van sommige rivier-vischjes op Java. XVI. 333.

DIAMANT (Beschrijving van een merkwaardigen), XVI. 330.

ENCEPHALARTOS ALTENSTEINII (Mededeeling aangaande een bloeijend Exemplaar van), XVI. 251.

EPISTERNUM (Over het), bij de verschillende Classen van gewervelde dieren. XVII. 336.

ETHER (Recherches sur la quantité d'), contenue dans les liquides. XVII. 218.

FRANGES RECTILIGNES (Sur un système de), qui s'observent en même temps que les anneaux de Newton. XVII. 144.

GENEESKRACHTIGE PLANTEN ONZER KOLONIëN (Over de kennis die wij bezitten van de), XVI. 372.

GENEESMIDDELEN (Plantaardige), uit Java. XVI. 188.

GEODESISCHE BASISMETING in Ned. Oost-Indië. XVII. 333.

GRAADMETING IN MIDDEN EUROPA (Over de), door den Luitenant-Generaal BäYER ontworpen. XVII. 72.

GRONDEN OP JAVA (Het voorkomen van diluviale), XVII. 52.
HALO (Over eene ter reede van Soerabaya waargenomen), XVI. 11.
HERMAPHRODITISMUS BIJ DE VISSCHEN (Normaal en abnormaal), XVI. 165.
INTEGRALEN (Bepaalde). Bijdragen tot derzelver theorie, N°. IV—VII. XVI. 28. Opgave van inhoud en vorm der *Nouvelles Tables d'Intégrales définies*. XVII. 382, 413.
KANAAL VAN SUEZ (Tegenwoordige stand der werken van het), XVI. 226.
KROMME LIJNEN (Over een zeer naauw verband tusschen eenige), XVI. 375.
METEOORSTEENEN (Mededeelingen omtrent), XVI. 5.
OLIEVERWEN (Over de scheikunde der), XVII. 224.
OOGEN (Het zien bij verschil in refractie der beide). XVII. 309.
PAALWORM (Onderzoek naar de uitwerking van middelen tot wering van den). Petroleum, XVI. 290. 5de Verslag. XVII. 74. Creosoot-olie; Pokhout. XVII. 404.
PANDANUS SPURIUS (Mededeeling aangaande een bloeijenden), uit den kruidtuin te Amsterdam. XVI. 179.
PEIL (Over het Amsterdamsche), XVII. 261.
PETROLEUM (Voorstel aan den Minister tot het nemen van proeven met), als beveiligingsmiddel tegen den Paalworm. XVI. 290.
PHOTOGRAPHISCHE ONDERZOEKINGEN aan de sterrewacht te Leiden. XVI. 13.
PLEUROTHALLIS, BULBOPHYLLUM en STELIS (Over de groefjes aan de oppervlakte der bladen van), XVI. 269.
PROTEACEAE (Voorloopige uitkomsten van onderzoek betreffende de opperhuid der), XVII. 50.
RADICALEN (Over de rangschikking en onderlinge betrekking der organische), XVII. 227.
REFLECTIE (De constanten van). Derde stukje. XVII. 304.
REFRACTIE (Het zien bij verschil in) der beide oogen. XVII. 309.
REFRACTIE COëFFICIëNTEN VAN VLOEISTOFFEN (Bepaling van de), voor onderscheiden lichtstralen. XVI. 333.
SCHEDEL (Beschrijving van een Oost-Indischen Idioten-). XVII. 210. Schedelvorm der Nederlanders. XVII. 385.
SCHEIKUNDE (Eenige beschouwingen op het gebied der). XVII. 44.
SCHEIKUNDE DER OLIEVERWEN (Over de). XVII. 224.
SNIJTANDEN BIJ VERSCHILLENDE KNAAGDIEREN (Over het buitengewoon uitgroeijen van de). XVI. 206.

STERREWACHT TE LEIDEN: Photographische onderzoekingen. XVI. 13. Verslag. XVII. 169. Onderzoekingen omtrent den gang van het hoofduurwerk. XVII. 338.

STRYCHNOS NUX VOMICA (Over de beteekenis der verhevenheden aan de oppervlakte der zaden van). XVI. 260.

TIMBRE DER VOCALEN (Beschouwingen over het). XVII. 142.

TRALIELIGGERS BIJ SPOORWEGBRUGGEN (Over den wederstand van de horizontale koppeling der). XVII. 8.

TIJDREKENING (Voorstel tot verandering der). XVII. 332.

UURWERK (Onderzoekingen omtrent den gang van het hoofd-) der sterrewacht te Leiden. XVII. 338.

VEELHOEK (Over de vergelijkingen tusschen zijde en diagonalen van een regelmatigen). XVI. 293.

VERZAKKING te Nijmegen. 5de vervolg op het verslag. XVII. 1.

VIERKANTSWORTELS UIT ONVOLKOMEN VIERKANTEN (Beschouwing van de betrekkingswijzers der). XVII. 121.

VISSCHEN (Hermaphroditismus bij de). XVI. 165.

VISCHSOORTEN: Sur la faune ichthyologique de Siam. XVI. 352.

2me Notice sur la faune ichthyologique de l'île de Saparoua XVI. 359.

Sur quelques poissons de l'île Grand-Key. XVI. 362.

Sur quelques poissons de l'île de Noussa-Laut. XVI, 364.

Sur la faune ichthyologique des îles Arou. XVI. 366.

Sur une nouvelle espèce de Xiphasia. XVII. 193.

Sur une nouvelle espèce de Puntius à épine anale dentelée. XVII. 198.

VLOEISTOFFEN (Over de contractie die plaats vindt bij het mengen van). XVII. 221.

VOLTASCHE KETENS (Invloed der Temperatuur op de electromotorische kracht van). XVII. 410.

VULCANISCHE ASCH VAN JAVA. XVII. 141, 206.

WARMTE (Denkbeelden omtrent eene nieuwe theorie der). XVI. 286.

WORMEN (Over het voorkomen van band-) te Leiden. XVII. 212.

ZUUR (Over een vermoedelijk nieuw) uit de Zuringzuurgroep. XVII. 119.

ZWAVEL (Over eenige bijzondere eigenschappen der) en den zoogenaamden allotropischen toestand. XVII. 115.

INHOUD

VAN

DEEL XVII. — STUK 3.

bladz.

Over het Amsterdamsche Peil, het A P. Door F. J. STAMKART ... 261.

Over de Constanten van Reflectie. Door V. S. M. VAN DER WILLIGEN. 304.

Het zien bij verschil van refractie der beide oogen, en de hulpmiddelen, daarbij aan te wenden. Door F. C. DONDERS..... ... 309.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 24 September 1864..... 326.

Onderzoekingen omtrent den gang van het hoofduurwerk der Sterrewacht te Leiden, de Pendule HOHWÜ, N°. 17. Door F. KAISER... 328.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 29 October 1864..... 378.

Bijdrage tot de kennis van den schedelvorm der Nederlanders, van Dr. A SASSE, te *Zaandam*..... 385.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 26 November 1864..... 402.

Gewone Vergadering der Afdeeling Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, gehouden 24 December 1864 ..... 408.

Overzigt der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken ..... blz. LXXIII—CXLIV.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

GEDRUKT BIJ W. J. DE ROEVER KRÖBER.

CALIF ACAD OF SCIENCES LIBRARY
3 1853 10007 6871